2026 年 第 26 卷 第 24 期
2026, 26(24): 10476-08

科 学 技 术 与 工 程
Science Technology and Engineering

ISSN 1671-1815
CN 11-4688/T

DOI:10.12404/j.issn.1671-1815.2507431
引用格式:肖剑, 侯培明. 忆阻神经网络预设时间同步控制策略[J]. 科学技术与工程, 2026, 26(24): 10476-10483.
Xiao Jian, Hou Peiming. Preset-time synchronization control strategy for memristive neural networks[J]. Science Technology and Engineering, 2026, 26(24): 10476-10483.

忆阻神经网络预设时间同步控制策略

肖剑, 侯培明
(江苏大学电气信息工程学院, 镇江 212013)

摘 要 针对忆阻神经网络在复杂动态环境下的同步控制问题,提出了一种基于 Lyapunov 方法的预设时间同步控制策略。所提方法不仅能够保证在有限时间内实现同步,而且能够根据系统需求预先设定收敛时间,从而在理论和实际应用中兼具灵活性与高效性。首先回顾了忆阻神经网络的发展背景及其在智能计算中的应用,随后分析了传统同步控制策略的不足,并在此基础上提出一种新的控制器设计思路。通过严格的理论推导与稳定性证明,给出了该方法的有效性条件,并通过直接预设时间(direct preset-time, Direct-PT)控制与时间-空间变换(time-space deformation, TSD)控制的对比仿真验证了方法的有效性。结果表明:所提策略在收敛速度、鲁棒性和抗扰动能力方面具有明显优势。

关键词 忆阻神经网络; 预设时间同步; Lyapunov 稳定性; 非线性控制
中图法分类号 TP273 TP183; **文献标志码** A

Preset-Time Synchronization Control Strategy for Memristive Neural Networks

XIAO Jian, HOU Pei-ming
(School of Electrical Information Engineering, Jiangsu University, Zhenjiang 212013, China)

[**Abstract**] The synchronization control problem of memristive neural networks in complex dynamic environments was investigated. A preset-time synchronization strategy was proposed based on Lyapunov analysis. Finite-time synchronization was guaranteed by the proposed method. The convergence time could be predetermined according to system requirements. Therefore, flexibility and efficiency were achieved in theoretical design and practical implementation. The development background and applications of memristive neural networks in intelligent computation were reviewed. The limitations of conventional synchronization strategies were analyzed. A new controller design framework was then formulated. Sufficient conditions for the effectiveness of the method were established through theoretical derivations and stability proofs. Comparative simulations between direct preset-time (Direct-PT) control and time-space deformation (TSD)-based control were conducted. The results demonstrate that the proposed strategy has clear advantages in convergence speed, robustness and disturbance rejection capability.

[**Keywords**] memristive neural networks; preset-time synchronization; Lyapunov stability; nonlinear control

忆阻器(memristor)由 Chua[1] 于 1971 年以电荷-磁通耦合关系形式首次提出,2008 年惠普(Hewlett-Packard, HP)实验室在 Nature 报道了二氧化钛器件的记忆电阻特性[2],自此被广泛用于构建类突触可塑性的神经形态电路与网络。随着忆阻器模型(线性/非线性漂移、阈值模型等)与阵列技术的成熟[3-4],基于忆阻元件的神经网络(memristive neural networks, MNNs)已具备良好的器件与建模基础。

在复杂网络控制中,同步问题具有核心地位。有限时间与固定时间方法可在有限上界内消除误差,而预设时间(prescribed-time)方法进一步允许在预先给定的终止时刻实现收敛,常结合非李普希茨反馈与时间尺度变换等工具[5-8]。该策略可在实时通信与安全控制等场景中显式保证收敛时限,近年来受到广泛关注,并已有若干拓展研究[9-10]。

学者们围绕四旋翼无人机姿态控制以及固定时间和规定时间的神经网络同步分别开展了大量研究。熊重远等[11]针对执行器故障和外部扰动,利用径向基函数神经网络和事件触发机制实现四旋翼规定时间预设性能容错控制,收敛时间可设但控制律较复杂。何栋炜等[12]结合固定时间反步策略与降阶扩张状态观测器提出自抗扰姿态控制方法,实现四旋翼姿态误差在固定时间内收敛。刘文媚等[13]通过改进 fal 函数并结合滑模控制提高自抗扰控制器对传感器噪声的抑制能力。王伟等[14]采用

收稿日期: 2025-10-24; 修订日期: 2026-01-19
基金项目: 国家自然科学基金(62376107)
第一作者: 肖剑(1985—),男,汉族,江西瑞金人,博士,副教授。研究方向:忆阻神经网络。E-mail:xiaojian1840@ujs.edu.cn。

深度强化学习设计无人机姿态控制器,提升鲁棒性并减少超调,但收敛时间无法预设。邵士凯等[15]针对角速度不可测问题和外扰,构造固定时间扩张状态观测器并设计输出反馈控制器,实现姿态误差在固定时间内收敛。在神经网络同步方面,叶宜豪等[16]纠正模糊惯性双向联想记忆(bidirectional associative memory,BAM)神经网络固定时间同步收敛时间的误判并建立新的同步判据。王陆翔等[17]考虑符号图下的耦合神经网络,提出固定与预设时间二分同步策略,可预设同步时间但尚未考虑忆阻耦合和输入约束。印邵胜等[18]则在拒绝服务(denial-of-service,DoS)攻击场景下研究四元数神经网络的实际固定时间聚类同步,提出非分离控制器并降低计算成本。上述研究为本次开展预设时间控制的研究提供了背景和参考依据。

基于此,现开展面向忆阻神经网络的预设时间同步研究,可为类脑计算系统在实时通信、安全控制和智能协同中的确定性响应提供理论支撑,并为忆阻阵列硬件实现中的有限能量鲁棒控制奠定基础。然而,针对忆阻神经网络的预设时间同步仍存在不足:一是部分方法依赖高增益或全局信息,难以工程实现;二是忆阻耦合与非光滑项并存,使收敛性与鲁棒性分析尚不系统。为此,围绕含忆阻耦合的驱动-响应网络,提出一套可实现的预设时间同步控制设计与严格的 Lyapunov 证明框架。主要贡献包括:在含忆阻耦合与参数不确定性的 MNN 模型上,构造结合时间-空间变换(time-space deformation,TSD)的预设时间同步控制器,并证明在给定预设收敛时间 T^* 内误差严格收敛;建立考虑外部有界扰动与有界非线性项的鲁棒性条件,给出可检验的增益区间;通过数值算例验证所提方法在收敛速度与抗扰性方面的有效性。

1　模型描述

所提出的忆阻神经网络模型沿“器件模型→突触映射→网络动力学”的标准建模路径构建如下。

(1)器件层:忆阻器模型。采用 HP 二氧化钛器件的线性/非线性漂移框架[2],并使用 Biolek 窗口函数避免边界锁定[19]。在电压驱动情形,内部态 $x\in[0,1]$ 的演化为

$$\dot{x}=kv(t)\left[1-(2x-1)^{2p}\right],\quad p\in\mathbf{N}^{+} \tag{1}$$

式(1)中:$v(t)$ 为施加在忆阻器两端的电压;p 为窗口函数的形状参数;k 为离子迁移率或与器件物理结构相关的比例系数。

忆导 $W(x)$ 随 x 变化使电流 $i(t)=W(x)v(t)$,该形式兼顾仿真稳定性与器件可解释性。

(2)突触层:忆阻耦合映射。将忆导 $W(x)$ 作为时变突触权的部分,与静态权叠加[20],可表示为

$$w_{ij}(t)=\overline{w_{ij}}+W_{ij}[x_{ij}(t)] \tag{2}$$

式(2)中:w_{ij} 为连接第 j 个神经元到第 i 个神经元的时变突触权重;$\overline{w_{ij}}$ 为静态基准突触权重;W_{ij} 为忆导函数,用于刻画忆导对突触权的非线性调制作用;x_{ij} 为连接($j\to i$)的忆阻态变量[3-4,19-20];下标 i、j 分别为目标神经元和源神经元编号。

(3)网络层:驱动-响应 MNN。参考文献[21-23],并结合忆阻耦合项 $\boldsymbol{a}_{ij}(t)$ 的时变特性,建立驱动-响应模型,驱动系统为

$$\dot{\boldsymbol{z}}_i=-\boldsymbol{D}\boldsymbol{z}_i+\boldsymbol{W}f(\boldsymbol{z}_i)+\sum_{j=1}^{N}a_{ij}(t)g(\boldsymbol{z}_j)+\boldsymbol{d}_i(t) \tag{3}$$

式(3)中:$\boldsymbol{z}_i$ 为第 i 个神经元变量;$\dot{\boldsymbol{z}}_i$ 为 $\boldsymbol{z}_i$ 对时间的导数;$a_{ij}(t)$ 为忆阻耦合权值,整体构成矩阵 $\boldsymbol{A}(t)=[a_{ij}(t)]_{N\times N}$;$\boldsymbol{D}$ 为衰减矩阵,$\boldsymbol{D}>\boldsymbol{0}$;$\boldsymbol{W}$ 为静态连接权值矩阵;N 为网络中神经元的总数;t 为时间变量 $f(\cdot)$ 和 $g(\cdot)$ 分别为静态连接项和忆阻耦合项的神经元激活函数;$\boldsymbol{d}_i(t)$ 为第 i 个神经元受到的外部扰动。

由式(1)所示的驱动-响应系统,定义同步误差向量为 $\boldsymbol{e}(t)=\boldsymbol{y}(t)-\boldsymbol{z}(t)$,其动力学结构与文献[21-23]中的忆阻神经网络模型一致,并显式体现了忆阻耦合项 $\boldsymbol{A}(t)$ 的时变特性。在控制设计与稳定性分析前,需统一符号与基本工具。忆阻神经网络由于引入忆阻器件的记忆特性,表现出强非线性与时变性;但这一特性也使其能模拟生物突触可塑性。其中,$\boldsymbol{z}(t)$ 和 $\boldsymbol{y}(t)$ 分别为驱动系统与响应系统的状态向量,$\boldsymbol{e}(t)$ 为两者之差构成的同步误差向量;$\boldsymbol{A}(t)$ 为忆阻耦合矩阵,刻画忆阻连接随时间变化的整体作用。

统一记号与常数定义如下。记矩阵谱最小值 $\lambda_{\min}(\cdot)$ 与算子范数 $\|\cdot\|$,并设

$$\bar{w}:=\|\boldsymbol{W}\|,\ \bar{a}:=\sup_{t\geqslant 0}\|\boldsymbol{A}(t)\|,\ L=\bar{w}L_{\mathrm{f}}+\bar{a}L_{\mathrm{g}} \tag{4}$$

式(4)中:$\bar{w}$ 为静态权重矩阵 $\boldsymbol{W}$ 的范数上界;$\bar{a}$ 为时变忆阻权值矩阵 $\boldsymbol{A}(t)$ 在所有时间 $t\geqslant 0$ 上的范数上确界;L_{f}、L_{g} 为激活函数的 Lipschitz 常数;$\|\boldsymbol{W}\|$ 为静态连接矩阵的算子范数;$\sup\|\boldsymbol{A}(t)\|$ 为忆阻耦合矩阵范数的上界;L 为由静态连接项和忆阻耦合项共同决定的综合 Lipschitz 上界。

定义 1:预设/固定时间同步[6-8]。若驱动-响应系统 $\dot{\boldsymbol{x}}=F(\boldsymbol{x})$、$\dot{\boldsymbol{y}}=F(\boldsymbol{y})+U(\boldsymbol{y},\boldsymbol{x},t)$ 的同步误差向量 $\boldsymbol{e}(t)=\boldsymbol{y}(t)-\boldsymbol{x}(t)$ 满足存在预设同步时间 $T^*>0$,其中,$\boldsymbol{x}(t)$ 为驱动系统的状态,$\boldsymbol{y}(t)$ 为响应系统的状态,$F(\cdot)$ 为系统的非线性向量函数,$U(\cdot)$ 为控制

输入项,使得

$$\lim_{t\to T^{*-}}\|\boldsymbol{e}(t)\|=0,\boldsymbol{e}(t)\equiv\boldsymbol{0},\forall t\geqslant T^{*} \tag{5}$$

则称系统在时间 T^{*}内实现预设时间同步。

定义 2:可接受的时间变换[7-8]。若 $\psi:[0,T^{*})\to[0,\infty)$连续可微、严格递增,且 $\psi(0)=0$、$\lim_{t\to T^{*-}}\psi(t)=+\infty$,其中 $\psi(t)$为可接受的时间变换函数,则称其为可接受的时间变换。常用形式为

$$\begin{cases}\psi_{\alpha}(t)=-\dfrac{1}{\alpha}\ln\left(\dfrac{T^{*}-t}{T^{*}}\right)\\ \dot{\psi}_{\alpha}(t)=\dfrac{1}{\alpha(T^{*}-t)}\end{cases} \tag{6}$$

式(6)中:α 为时间变换调节参数;$\psi_{\alpha}(t)$为特定形式的可接受时间变换函数。

假设 1:忆阻耦合权 $a_{ij}(t)$连续有界,$\|\boldsymbol{A}(t)\|\leqslant\bar{a}$,其中 $\bar{a}$ 为权矩阵 $\boldsymbol{A}(t)$的上界范数。

假设 2:激活函数 f、g 满足 Lipschitz 条件:存在常数 L_{f}、$L_{\mathrm{g}}>0$,使

$$\|f(\boldsymbol{y})-f(\boldsymbol{x})\|\leqslant L_{\mathrm{f}}\|\boldsymbol{y}-\boldsymbol{x}\| \tag{7}$$

$$\|g(\boldsymbol{y})-g(\boldsymbol{x})\|\leqslant L_{\mathrm{g}}\|\boldsymbol{y}-\boldsymbol{x}\| \tag{8}$$

假设 3:预设时间 T^{*} 已知且可用于控制器设计。

引理 1:有限/固定时间稳定性[5,24]。若 $\dot{V}(x)\leqslant-cV^{\alpha}(x)$,其中 $c>0,\alpha\in(0,1)$,则原点有限时间稳定,$T\leqslant\dfrac{V(x_0)^{1-\alpha}}{c(1-\alpha)}$;若 $\dot{V}(x)\leqslant-c_1V^{\beta}-c_2V$,其中 $c_1,c_2>0,\beta\in(0,1)$,则系统固定时间稳定,收敛上界与初值无关。其中 $V(\cdot)$为 Lyapunov 函数,c、c_1、c_2、α、β 为稳定性分析中的常数参数。

引理 2:Young 与矩阵范数不等式[25]。

$$\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{y}\leqslant\frac{1}{2}(\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{x}+\boldsymbol{y}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}^{-1}\boldsymbol{y}) \tag{9}$$

式(9)中:$\boldsymbol{P}$ 为正定矩阵。

$$\|\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}\|\leqslant\|\boldsymbol{A}\|\,\|\boldsymbol{z}\| \tag{10}$$

式(10)中:$\boldsymbol{z}$ 为驱动系统中的内部状态向量。

引理 3:链式法则与时间变换[7-8]。若变换后的时间变量 $s=\psi(t)$,$\boldsymbol{e}(t)=\tilde{\boldsymbol{e}}(s)$,$V=\dfrac{1}{2}\|\boldsymbol{e}\|^{2}$,则有

$$\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}s}\dot{\psi}(t),\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{e}}{\mathrm{d}t}=\dot{\psi}(t)\boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{e}) \tag{11}$$

即在 s 域设计有限/固定时间误差律 $\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{e}}{\mathrm{d}s}=\boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{e})$,即可映射回 t 域实现预设时间收敛。

注 1:控制输入可实现性。直接含 $1/(T^{*}-t)$的控制项在 $t\to T^{*}$时增益趋无穷。若误差按 $\left(1-\dfrac{t}{T^{*}}\right)^{\gamma}$ 衰减,则 $\int_0^{T^{*}}\dfrac{\|\boldsymbol{e}(t)\|}{T^{*}-t}\mathrm{d}t<\infty$,控制能量仍有限[6]。若需控制幅值有界,可采用文献[8]的时空变形思想,通过引入可逆缩放实现有界增益。

2 主要结果

不同于传统有限时间或渐近同步方法,所采用的预设时间同步控制思想,允许研究者在设计阶段直接指定一个期望的收敛时刻,从而确保系统误差在该时刻之前必然收敛至零。这一特性在实时通信、安全控制和分布式协同任务中具有突出的应用价值。

考虑驱动系统,即

$$\dot{\boldsymbol{z}}=-\boldsymbol{D}\boldsymbol{x}+\boldsymbol{W}\boldsymbol{f}(\boldsymbol{z})+\boldsymbol{A}(t)g(\boldsymbol{z}) \tag{12}$$

相应的响应系统为

$$\dot{\boldsymbol{y}}=-\boldsymbol{D}\boldsymbol{y}+\boldsymbol{W}f(\boldsymbol{y})+\boldsymbol{A}(t)g(\boldsymbol{y})+U(\boldsymbol{y},\boldsymbol{x},t) \tag{13}$$

其误差向量 $\boldsymbol{e}(t)=\boldsymbol{y}(t)-\boldsymbol{x}(t)$ 的动力学可写为

$$\dot{\boldsymbol{e}}=-\boldsymbol{D}\boldsymbol{e}+\boldsymbol{W}[f(\boldsymbol{y})-f(\boldsymbol{x})]+\boldsymbol{A}(t)[g(\boldsymbol{y})-g(\boldsymbol{x})]+U(\boldsymbol{y},\boldsymbol{x},t) \tag{14}$$

为实现预设时间同步,设计如式(15)所示的控制律。

$$U(\boldsymbol{y},\boldsymbol{x},t)=-\boldsymbol{K}\boldsymbol{e}(t)-\frac{\gamma}{T^{*}-t}\boldsymbol{e}(t) \tag{15}$$

式(15)中:$\boldsymbol{K}\in\mathbf{R}^{n\times n}$为正定矩阵;$\gamma>0$ 为调节参数;T^{*} 为预设同步时间。

在假设 1 ~ 假设 3 成立的条件下,若控制输入选取为

$$U(\boldsymbol{y},\boldsymbol{x},t)=-\boldsymbol{K}\boldsymbol{e}(t)-\frac{\gamma}{T^{*}-t}\boldsymbol{e}(t) \tag{16}$$

式(16)中:$\boldsymbol{K}>\boldsymbol{0}$;$\gamma>0$;且满足 $\lambda_{\min}(\boldsymbol{K})>L-\lambda_{\min}(\boldsymbol{D})$,则驱动系统与响应系统在时间 T^{*}内实现预设时间同步。

设 Lyapunov 函数为

$$V(t)=\frac{1}{2}\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{e}(t),\quad V:\mathbf{R}^{n}\to\mathbf{R}^{+} \tag{17}$$

对其求导得

$$\dot{V}=\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}\dot{\boldsymbol{e}} \tag{18}$$

将误差系统代入,得

$$\dot{V}=\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}(-\boldsymbol{D}\boldsymbol{e})+\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}[f(\boldsymbol{y})-f(\boldsymbol{x})]+\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}(t)[g(\boldsymbol{y})-g(\boldsymbol{x})]-\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{K}\boldsymbol{e}-\frac{\gamma}{T^{*}-t}\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{e} \tag{19}$$

逐项放缩,具体如下。

(1)对于第一项,由 $\boldsymbol{D}>\boldsymbol{0}$,记 $\lambda_D=\lambda_{\min}(\boldsymbol{D})$有

$$\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}(-\boldsymbol{D}\boldsymbol{e})\leqslant-\lambda_D\|\boldsymbol{e}\|^{2} \tag{20}$$

(2)对于第二项,利用 Cauchy-Schwarz 不等式

和 Lipschitz 条件 $\|f(\boldsymbol{y})-f(\boldsymbol{x})\|\leqslant L_{\mathrm{f}}\|\boldsymbol{e}\|$,得

$$\begin{aligned}\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}[f(\boldsymbol{y})-f(\boldsymbol{x})]&\leqslant\|\boldsymbol{W}\|\,\|f(\boldsymbol{y})-f(\boldsymbol{x})\|\,\|\boldsymbol{e}\|\\&\leqslant\|\boldsymbol{W}\|L_{\mathrm{f}}\|\boldsymbol{e}\|^{2}\end{aligned}\tag{21}$$

(3)对于第三项,利用 Lipschitz 条件

$$\|g(\boldsymbol{y})-g(\boldsymbol{x})\|\leqslant L_{\mathrm{g}}\|\boldsymbol{e}\|\tag{22}$$

以及 $\|\boldsymbol{A}(t)\|\leqslant\bar{a}$,有

$$\begin{aligned}\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}(t)[g(\boldsymbol{y})-g(\boldsymbol{x})]&\leqslant\|\boldsymbol{A}(t)\|\,\|g(\boldsymbol{y})-\\&g(\boldsymbol{x})\|\,\|\boldsymbol{e}\|\leqslant\bar{a}L_{\mathrm{g}}\|\boldsymbol{e}\|^{2}\end{aligned}\tag{23}$$

(4)对于反馈项,由 $\boldsymbol{K}>\boldsymbol{0}$,记 $\lambda_K=\lambda_{\min}(\boldsymbol{K})$有

$$-\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{K}\boldsymbol{e}\leqslant-\lambda_K\|\boldsymbol{e}\|^{2}\tag{24}$$

(5)对于时变增益项,显然有

$$-\frac{\gamma}{T^{*}-t}\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{e}=-\frac{2\gamma}{T^{*}-t}V(t)\tag{25}$$

综上,定义常数

$$L\triangleq\|\boldsymbol{W}\|L_{\mathrm{f}}+\bar{a}L_{\mathrm{g}}\tag{26}$$

可得

$$\begin{aligned}\dot{V}(t)&\leqslant-[\lambda_K-(L-\lambda_D)]\\&\|\boldsymbol{e}\|^{2}-\frac{2\gamma}{T^{*}-t}V(t)\end{aligned}\tag{27}$$

若选取控制增益满足:

$$\lambda_K>L-\lambda_D\tag{28}$$

则第一个括号系数为正,记

$$\eta=\lambda_K-(L-\lambda_D)>0\tag{29}$$

于是有

$$\dot{V}(t)\leqslant-\eta\|\boldsymbol{e}\|^{2}-\frac{2\gamma}{T^{*}-t}V(t)\tag{30}$$

注意到 $\|\boldsymbol{e}\|^{2}=2V(t)$,因此有

$$\dot{V}(t)\leqslant-2\eta V(t)-\frac{2\gamma}{T^{*}-t}V(t)\tag{31}$$

将其改写为

$$\frac{\dot{V}(t)}{V(t)}\leqslant-2\eta-\frac{2\gamma}{T^{*}-t}\tag{32}$$

对 $t\in[0,T^{*})$两边积分得

$$\ln\frac{V(t)}{V(0)}\leqslant-2\eta t+2\gamma\ln\left(1-\frac{t}{T^{*}}\right)\tag{33}$$

因此有

$$V(t)\leqslant V(0)\exp(-2\eta t)\left(1-\frac{t}{T^{*}}\right)^{2\gamma}\tag{34}$$

当 $t\to T^{*-}$ 时,$(1-t/T^{*})^{2\gamma}\to0$,故 $V(t)\to0$,即 $\boldsymbol{e}(t)\to\boldsymbol{0}$。因此系统在 T^{*}内实现严格同步。

为保证 $t\geqslant T^{*}$时闭环解可延拓并保持同步流形的不变性,对控制律作如下分段定义

$$U(\boldsymbol{y},\boldsymbol{x},t)=\begin{cases}-\boldsymbol{K}\boldsymbol{e}(t)-\dfrac{\gamma}{T^{*}-t}\boldsymbol{e}(t), & t<T^{*}\\-\boldsymbol{K}\boldsymbol{e}(t), & t\geqslant T^{*}\end{cases}\tag{35}$$

式(35)中:$\boldsymbol{K}>\boldsymbol{0}$ 为反馈增益矩阵;$\gamma>0$ 为调节参数;$T^{*}>0$ 为预设同步时间,用于设定系统在有限时间内完成同步。

需要说明的是,第二段虽然表面上不显含 t,但由于 $\boldsymbol{e}=\boldsymbol{e}(t)$,控制输入仍然随时间隐式变化。之所以在 $t\geqslant T^{*}$去掉$\dfrac{1}{T^{*}-t}$项,是因为在理论上已证明 $\boldsymbol{e}(T^{*})=\boldsymbol{0}$,此时系统已进入同步流形,不再需要发散增益项;而保留 $-K\boldsymbol{e}(t)$的线性反馈可在存在微小扰动或数值误差时,继续提供指数收敛并保持同步状态的稳定。由此可见,闭环解在 $t\geqslant T^{*}$区间内保持 $\boldsymbol{e}(t)\equiv\boldsymbol{0}$,从而系统在预设时间后仍维持同步流形不变。证毕。有界性与工程实现性讨论:上述控制律在 $t\to T^{*}$时包含一项$\dfrac{\gamma}{T^{*}-t}$,其幅值趋于无穷大。这在物理实现中不可避免地产生困难。因此在实际应用中,常需引入修正形式以保证控制输入有界。为解决上述终端发散问题并保持预设时间收敛,引入 TSD 思想,给出有界增益的控制律构造如下。

有界增益的预设时间控制(TSD 构造):对时间引入单调变换 $s=\psi_{\alpha}(t)$,并对误差施加可逆缩放 $\boldsymbol{\xi}=o(t)\boldsymbol{e}$,使得在 $t\to T^{*}$时的$\dfrac{1}{T^{*}-t}$型发散项被抵消,从而在$[0,T^{*}]$区间内获得处处有界的控制输入。其中,时间变换函数用于将有限的 t 域映射为无穷的 s 域,误差缩放函数用于抵消终端奇异增益,T^{*} 为预设同步时间,t 趋近 T^{*} 表示时间从左侧逼近预设终端时刻。

时间与状态变换选取

$$\psi_{\alpha}(t)=-\frac{1}{\alpha}\ln\left(\frac{T^{*}-t}{T^{*}}\right),\ \dot{\psi}_{\alpha}(t)=\frac{1}{\alpha(T^{*}-t)}\tag{36}$$

并令

$$\boldsymbol{\xi}(t)=\frac{\boldsymbol{e}(t)}{\sigma(t)},\sigma(t)=\left(1-\frac{t}{T^{*}}\right)^{q},\quad q\in(0,1)\tag{37}$$

式(37)中:$\boldsymbol{\xi}(t)$为缩放后的误差向量;$\sigma(t)$为可逆误差缩放因子;q 为缩放指数$(0<q<1)$,用于调节误差在预设时间附近的衰减速度。

则 $\boldsymbol{e}=\sigma\boldsymbol{\xi}$,$\dot{\boldsymbol{e}}=\dot{\sigma}\boldsymbol{\xi}+\sigma\dot{\boldsymbol{\xi}}$,且

$$\dot{\sigma}(t)=-\frac{q}{T^{*}}\left(1-\frac{t}{T^{*}}\right)^{q-1}\tag{38}$$

s 域误差律与 t 域控制器:需要强调的是,以下设计属于控制律构造,并非忆阻器件的物理方程。首先在 s 域中为变换变量 $\boldsymbol{\xi}$ 设计有限/固定时间稳定性(fixed-time stability, FTS)收敛律:

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\xi}}{\mathrm{d}s}=-k_1\|\boldsymbol{\xi}\|^{\beta_1}\mathrm{sgn}(\boldsymbol{\xi})-k_2\|\boldsymbol{\xi}\|^{\beta_2}\mathrm{sgn}(\boldsymbol{\xi})-\boldsymbol{K}_\xi\boldsymbol{\xi} \tag{39}$$

式(39)中:$0<\beta_1<1<\beta_2$;$k_1,k_2>0$ 为非线性反馈增益;$\boldsymbol{K}_\xi>\boldsymbol{0}$ 为线性反馈矩阵。

两个幂指数 β_1、β_2 分别对应误差靠近原点和远离原点时的收敛阶段,通过双幂次结构可在全局范围内实现与初值无关的固定时间稳定性。需要注意的是,β_1 与 β_2 并非忆阻器件的物理参数,而是控制律设计中的幂指数,用于塑造误差系统的收敛特性。取 $0<\beta_1<1<\beta_2$ 的双幂次结构源自固定时间稳定性理论[5,24],其中较小的 β_1 主导误差在终端附近的快速衰减,较大的 β_2 提高初始阶段的收敛速度,二者协同作用可在给定上界内实现与初值无关的全局收敛,从而保证系统在预设时间内实现同步。

由链式法则 $\dot{\boldsymbol{\xi}}=\dot{\psi}_\alpha(t)\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\xi}}{\mathrm{d}s}$,将 $\dot{\boldsymbol{e}}=\dot{\sigma}\boldsymbol{\xi}+\sigma\dot{\boldsymbol{\xi}}$ 与误差系统配平,得到 t 域控制器,可表示为

$$\begin{aligned}\boldsymbol{U}_{\mathrm{TSD}}(\boldsymbol{y},\boldsymbol{x},t)=&-\boldsymbol{K}\boldsymbol{e}(t)-\\&\sigma(t)\dot{\psi}_\alpha(t)k_1\|\boldsymbol{\xi}(t)\|^{\beta_1}\mathrm{sgn}[\boldsymbol{\xi}(t)]-\\&\sigma(t)\dot{\psi}_\alpha(t)k_2\|\xi(t)\|^{\beta_2}\mathrm{sgn}[\boldsymbol{\xi}(t)]-\\&\sigma(t)\dot{\psi}_\alpha(t)\boldsymbol{K}_\xi\boldsymbol{\xi}(t)-\dot{\sigma}(t)\boldsymbol{\xi}(t),\\\boldsymbol{\xi}(t)=&\frac{\boldsymbol{e}(t)}{\sigma(t)}\end{aligned} \tag{40}$$

TSD 预设时间收敛与有界幅值:在假设 1 ~ 假设 3 下,令 $\boldsymbol{K}>\boldsymbol{0}$ 满足定理 1 的增益条件 $\lambda_{\min}(\boldsymbol{K})>L-\lambda_{\min}(D)$,控制律取式(24),并取任意 $0<\beta_1<1<\beta_2$,$k_1,k_2>0$,$\boldsymbol{K}_\xi>\boldsymbol{0}$,$q\in(0,1)$,$\alpha>0$。

则存在 $t_{\mathrm{f}}\in(0,T^*)$,可得如下结论。

结论 1:预设时间同步 $\boldsymbol{e}(t)\equiv\boldsymbol{0}$ 对所有 $t\geqslant t_{\mathrm{f}}$ 从而 $\lim\limits_{t\to T^{*-}}\boldsymbol{e}(t)=0$,并在 $t\geqslant T^*$ 切换 $U=-\boldsymbol{K}\boldsymbol{e}$ 保持同步流形不变。

结论 2:控制幅值有界存在 $U_{\max}>0$,使得

$$\sup_{t\in[0,T^*)}\|\boldsymbol{U}_{\mathrm{TSD}}(t)\|\leqslant U_{\max} \tag{41}$$

结论 3:能量可积、前向完备。

$$\int_0^{T^*}\|\boldsymbol{U}_{\mathrm{TSD}}(t)\|\mathrm{d}t<\infty \tag{42}$$

闭环解在$[0,\infty)$前向完备。

(1)预设时间同步(逐步放缩 + 积分)。取 $\boldsymbol{W}(\boldsymbol{\xi})=\frac{1}{2}\|\boldsymbol{\xi}\|^2$。沿式(16)有

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{W}}{\mathrm{d}s}&=\boldsymbol{\xi}^{\mathrm{T}}\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\xi}}{\mathrm{d}s}\\&=-k_1\|\boldsymbol{\xi}\|^{1+\beta_1}-k_2\|\boldsymbol{\xi}\|^{1+\beta_2}-\boldsymbol{\xi}^{\mathrm{T}}K_\xi\boldsymbol{\xi}\\&\leqslant-2^{\frac{1+\beta_1}{2}}k_1\boldsymbol{W}^{\frac{1+\beta_1}{2}}-2^{\frac{1+\beta_2}{2}}k_2\boldsymbol{W}^{\frac{1+\beta_2}{2}}-\lambda_{\min}(\boldsymbol{K}_\xi)\boldsymbol{W}\end{aligned} \tag{43}$$

令 $a_1=2^{\frac{1+\beta_1}{2}}k_1>0$,$a_2=2^{\frac{1+\beta_2}{2}}k_2>0$,$a_3=\lambda_{\min}(\boldsymbol{K}_\xi)>0$。由比较原理,式(18)支配,可得

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{W}}{\mathrm{d}s}\leqslant-a_1\boldsymbol{W}^{\frac{1+\beta_1}{2}}-a_3\boldsymbol{W} \tag{44}$$

忽略更强的 $\boldsymbol{W}^{\frac{1+\beta_2}{2}}$ 项即得上界。对式(44)做变量分离并积分,记 $\theta=\frac{1+\beta_1}{2}\in\left(\frac{1}{2},1\right)$。

$$\int_{\boldsymbol{W}(s_0)}^{\boldsymbol{W}(s)}\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\xi}}{a_1\boldsymbol{\xi}^\theta+a_3\boldsymbol{\xi}}\leqslant-(s-s_0) \tag{45}$$

式(45)中:θ 为变量分离积分中的幂指数,由 β_1 决定并满足 $0<\theta<1$;s_0 为 s 域初始时刻;$\boldsymbol{W}(s_0)$ 为对应的初始 Lyapunov 函数值。

左端积分有限 $\theta\in(0,1)$,从而存在有限 $S^*>0$,使 $\boldsymbol{W}(s)\equiv\boldsymbol{0}$ 对 $s\geqslant S^*$,即 $\boldsymbol{\xi}(s)\equiv\boldsymbol{0}$(有限/固定时间收敛的标准结论)。由式(13)的严格单调性,定义为

$$t_{\mathrm{f}}:=\psi_\alpha^{-1}(S^*)=T^*(1-\mathrm{e}^{-\alpha S^*})\in(0,T^*) \tag{46}$$

式(46)中:t_{f} 为 t 域中的有限收敛时刻;S^* 为 s 域中 $\boldsymbol{\xi}(s)$ 达到零的有限时刻;$\psi_\alpha^{-1}(\cdot)$ 为时间变换 $\psi_\alpha(\cdot)$ 的反函数;e 为自然常数。

则有

$$t\geqslant t_{\mathrm{f}}\Rightarrow s\geqslant S^*\Rightarrow\boldsymbol{\xi}(t)\equiv\boldsymbol{0} \tag{47}$$

又 $\boldsymbol{e}(t)=\sigma(t)\boldsymbol{\xi}(t)$,故 $\boldsymbol{e}(t)\equiv\boldsymbol{0}$ 对 $t\geqslant t_{\mathrm{f}}$。结论 1 得证。

(2)控制幅值有界(逐项放缩 + Young 不等式)。

由式(24)可得

$$\begin{aligned}\boldsymbol{U}_{\mathrm{TSD}}(t)\leqslant&\boldsymbol{K}\underbrace{\|\boldsymbol{e}\|}_{U_1}+\sigma\dot{\psi}_\alpha(k_1\|\boldsymbol{\xi}\|^{\beta_1}+k_2\underbrace{\|\boldsymbol{\xi}\|^{\beta_2}}_{U_2}+\\&\|\boldsymbol{K}_\xi\|\|\boldsymbol{\xi}\|)+\underbrace{|\dot{\sigma}|}_{U_3}\|\boldsymbol{\xi}\|\end{aligned} \tag{48}$$

将$[0,T^*)$ 分为$[0,t_{\mathrm{f}}]$ 与$[t_{\mathrm{f}},T^*)$。由(1)可知,$t\geqslant t_{\mathrm{f}}$ 时 $\boldsymbol{\xi}\equiv\boldsymbol{0}$、$\boldsymbol{e}\equiv\boldsymbol{0}$,故 $\|\boldsymbol{U}_{\mathrm{TSD}}(t)\|\equiv\boldsymbol{0}$。因此只需证$[0,t_{\mathrm{f}}]$上三项均有界。

第一项 U_1:$U_1=\|\boldsymbol{K}\|\sigma\|\boldsymbol{\xi}\|$。由于 σ 连续且 $0<\sigma\leqslant1$,$[0,t_{\mathrm{f}}]$上 $\|\boldsymbol{\xi}(t)\|$ 连续,故 U_1 在紧集 $[0,t_{\mathrm{f}}]$上有界。

第二项 U_2:记

$$\begin{aligned}\theta(t):=\sigma(t)\dot{\psi}_\alpha(t)&=\frac{\left(1-\frac{t}{T^*}\right)^q}{\alpha(T^*-t)}\\&=\frac{1}{\alpha T^*}\left(1-\frac{t}{T^*}\right)^{q-1}\end{aligned} \tag{49}$$

在$[0,t_{\mathrm{f}}]$上 $\theta(t)$连续且有界。对每个幂次项用 Young 不等式 $ab\leqslant\frac{\varepsilon}{p}a^p+\frac{1}{q\varepsilon^{q/p}}b^q$($1/p+1/q=1$)逐

项放缩。如对 $\theta\|\boldsymbol{\xi}\|^{\beta_1}$,取 $p=\dfrac{2}{2-\beta_1}>1$,$q=\dfrac{2}{\beta_1}>1$,任意 $\varepsilon_1>0$ 其中,Young 不等式中的 a、b 为待估计的非负项,p、q 为一对共轭指数,满足 $p>1$、$q>1$ 且 $1/p+1/q=1$;为避免与式(37)中的缩放指数 q 混淆,Young 不等式中的 q 仅作为该不等式的局部共轭指数使用。

$$\theta\|\boldsymbol{\xi}\|^{\beta_1}\leqslant\frac{\varepsilon_1}{p}\theta^{p}+\frac{1}{q\varepsilon_1^{q/p}}\|\boldsymbol{\xi}\|^{\beta_1 q}$$
$$=\frac{\varepsilon_1}{p}\theta^{\frac{2}{2-\beta_1}}+\left(q\varepsilon_1^{\frac{\beta_1}{2-\beta_1}}\right)^{-1}\|\boldsymbol{\xi}\|^{2}\tag{50}$$

同理,对 $\theta\|\boldsymbol{\xi}\|$ 取 $p=2$、$q=2$,对 $\theta\|\boldsymbol{\xi}\|^{\beta_2}$ 取 $p=\dfrac{2}{2-\beta_2}<0$ 不可行,但可先用 $\|\boldsymbol{\xi}\|^{\beta_2}\leqslant 1+\|\boldsymbol{\xi}\|^{2}$(因 $\beta_2>1$ 且 $[0,t_{\mathrm{f}}]$ 上 $\|\boldsymbol{\xi}\|$ 有界)得到

$$\theta\|\boldsymbol{\xi}\|^{\beta_2}\leqslant\theta(1+\|\boldsymbol{\xi}\|^{2})\leqslant\underset{\text{有界}}{\theta}+\theta\|\boldsymbol{\xi}\|^{2}\tag{51}$$

对 $\theta\|\boldsymbol{\xi}\|^{2}$ 再用 $p=2$、$q=2$ 的 Young,不等式给出有界常数与 $\|\xi\|^{2}$ 的线性组合。综合式(20)、式(21),存在常数 $C_2>0$ 使

$$U_2(t)\leqslant C_2[1+\theta(t)^{\frac{2}{2-\beta_1}}]+C_2\|\boldsymbol{\xi}(t)\|^{2},\quad t\in[0,t_{\mathrm{f}}]\tag{52}$$

由于 $[0,t_{\mathrm{f}}]$ 上 θ 有界、$\boldsymbol{\xi}$ 连续,故有

$$\sup_{[0,t_{\mathrm{f}}]}U_1<\infty\tag{53}$$

第三项 U_3:由式(15),$|\dot{\sigma}(t)|=\dfrac{q}{T^*}\left(1-\dfrac{t}{T^*}\right)^{q-1}$,在 $[0,t_{\mathrm{f}}]$ 上有界;$\|\boldsymbol{\xi}\|$ 连续,故 U_3 有界。

综上可知,存在常数 $M_{\mathrm{f}}>0$,使 $\|\boldsymbol{U}_{\mathrm{TSD}}(t)\|\leqslant M_{\mathrm{f}}$ 对 $t\in[0,t_{\mathrm{f}}]$;而 $t\geqslant t_{\mathrm{f}}$ 时 $\|\boldsymbol{U}_{\mathrm{TSD}}(t)\|=0$。取 $\boldsymbol{U}_{\max}:=M_{\mathrm{f}}$ 即得结论 2。

(3)能量可积与前向完备。由(2)可得

$$\int_0^{T^*}\|\boldsymbol{U}_{\mathrm{TSD}}(t)\|\,\mathrm{d}t=\int_0^{t_{\mathrm{f}}}\|\boldsymbol{U}_{\mathrm{TSD}}(t)\|\,\mathrm{d}t\leqslant t_{\mathrm{f}}U_{\max}<\infty\tag{54}$$

能量有界。结论 1 表明 $t\geqslant t_{\mathrm{f}}$ 后 $\boldsymbol{e}\equiv\boldsymbol{0}$,切换 $U=-\boldsymbol{K}\boldsymbol{e}$ 保持不变量,闭环向量场分段局部 Lipschitz,故前向完备。结论 3 成立。

3　数值仿真

为验证所提出的 TSD 预设时间同步控制策略的有效性,给出参数设置与主要结果。参数选取要点如下:①$q\in(0,1)$:q 越大,$\sigma(t)$ 衰减越快,$\theta(t)=\sigma\dot{\psi}_\alpha$ 越小,但会放大 $\boldsymbol{\xi}$ 的初期幅值,取 $q\in[0.3,0.7]$ 折中;②$\boldsymbol{K}$ 满足式(28)以保证误差二次项裕度;③$\boldsymbol{K}_\xi>\boldsymbol{0}$ 增强 s 域线性衰减、缩短上界 S^*;④幂指数与系数:$\beta_1\in(0,1)$、$\beta_2>1$ 控制近端与远端收敛形态,常取 $\beta_1=\dfrac{1}{2}$,$\beta_2=\dfrac{3}{2}$,$k_1,k_2>0$ 调节速度;⑤终端切换:$t\geqslant T^*$ 时用 $U=-\boldsymbol{K}\boldsymbol{e}$ 保持同步流形不变。

由注 1 可知,尽管 $\dot{\psi}(t)\sim 1/(T^*-t)$ 在终点附近发散,但由于式(12)的指数型衰减,得

$$\int_0^{T^*}\|U(\boldsymbol{y},\boldsymbol{x},t)\|\,\mathrm{d}t\leqslant\int_0^{T^*}\frac{c\|\boldsymbol{e}(t)\|}{T^*-t}\mathrm{d}t<\infty\tag{55}$$

若需处处有界的输入,可采用 TSD:通过 $\psi_\alpha(t)$ 与 $\sigma(t)$ 的协同设计对误差进行缩放,抵消终端发散项。

参考 Orlov[8] 的研究方法,将有限时间稳定性映射到预设时间稳定性,Gao 等[26] 给出了适用于一般非线性系统的 Lyapunov 条件;Hou 等[27] 验证了其在复杂网络同步中的可扩展性。基于此,针对忆阻耦合的非线性与时变特性选取 $\psi_\alpha(t)$ 与 $\sigma(t)$,在保持收敛的同时确保输入有界。

时间与状态变换取

$$\begin{cases}\psi_\alpha(t)=-\dfrac{1}{\alpha}\ln\left(\dfrac{T^*-t}{T^*}\right)\\ \sigma(t)=\left(1-\dfrac{t}{T^*}\right)^{q},\quad 0<q<1\end{cases}\tag{56}$$

记 $\boldsymbol{\xi}(t)=\dfrac{\boldsymbol{e}(t)}{\sigma(t)}$,在 s 域设有限时间收敛律,即

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\xi}}{\mathrm{d}s}=-k_1\|\boldsymbol{\xi}\|^{\beta_1}\operatorname{sgn}(\boldsymbol{\xi})-k_2\|\boldsymbol{\xi}\|^{\beta_2}\operatorname{sgn}(\boldsymbol{\xi})-\boldsymbol{K}_\xi\boldsymbol{\xi},\quad 0<\beta_1<1<\beta_2\tag{57}$$

由链式法则得到 t 域控制律

$$\begin{aligned}\boldsymbol{U}_{\mathrm{TSD}}(\boldsymbol{y},\boldsymbol{x},t)=&-\boldsymbol{K}\boldsymbol{e}(t)-\\&\sigma(t)\dot{\psi}_\alpha(t)k_1\|\boldsymbol{\xi}(t)\|^{\beta_1}\operatorname{sgn}\boldsymbol{\xi}(t)-\\&\sigma(t)\dot{\psi}_\alpha(t)k_2\|\boldsymbol{\xi}(t)\|^{\beta_2}\operatorname{sgn}\boldsymbol{\xi}(t)-\\&\sigma(t)\dot{\psi}_\alpha(t)\boldsymbol{K}_\xi\boldsymbol{\xi}(t)-\dot{\sigma}(t)\boldsymbol{\xi}(t)\end{aligned}\tag{58}$$

式(58)中:$\dot{\psi}_\alpha(t)=1/[\alpha(T^*-t)]$;$\dot{\sigma}(t)=-\dfrac{q}{T^*}\left(1-\dfrac{t}{T^*}\right)^{q-1}$。

根据文献[8,26],存在参数$(\alpha,q,k_1,k_2,\boldsymbol{K}_\xi)$使预设时间收敛且输入严格有界。

仿真环境为 MATLAB/Simulink,求解器 ode15 s,自适应步长,仿真时长 $T_{\max}=5$ s。网络维度 $n=3$,耦合拓扑为全连接。系统矩阵与参数为

$$\boldsymbol{D}=\operatorname{diag}(2,2,2),\boldsymbol{K}=2\boldsymbol{I},T^*=5\text{ s}\tag{59}$$

初始条件为

$$\boldsymbol{x}(0)=[0.8,-0.6,0.5]^{\mathrm{T}},\boldsymbol{y}(0)=[-0.5,0.9,-0.7]^{\mathrm{T}}\tag{60}$$

激活函数 $\varphi(v)=\tanh v$,扰动 $d_i(t)=0.05\sin 3t$,并对比直接预设时间(direct preset-time,Direct-PT)控制[6-10,26]与 TSD 控制[8,26-27]。

由图 1 可知,直接预设时间控制在 $t\to T^*$附近因 $(T^*-t)^{-1}$项导致幅值上升,而 TSD 通过 ψ_α 与 σ 抵消该项,使输入在全时域内平滑有界,峰值显著降低,减少执行器饱和风险。

由图 2 可知,两种方法均在 $T^*=5$ s 前收敛到零,满足预设时间收敛要求。直接控制早期下降快,但末端有轻微波动;TSD 收敛更平滑、近似单调。

由图 3 可知,在周期扰动下,TSD 仍保持预设时间收敛,与无扰动情形相比仅出现小幅波动,表明其具有较好的抗扰鲁棒性。综上,数值结果验证了本文方法的三点优势:控制输入全域有界、误差收敛平滑无抖振、在外部扰动下仍保持预设时间同步。上述结论与理论分析一致,表明该方法具有良好的工程可实现性。

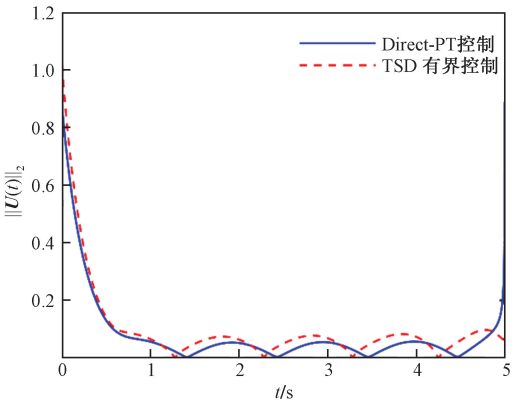


图 1 Direct-PT 控制与 TSD 有界控制的输入范数对比

Fig. 1 Comparison of input norms between Direct-PT control and TSD bounded control

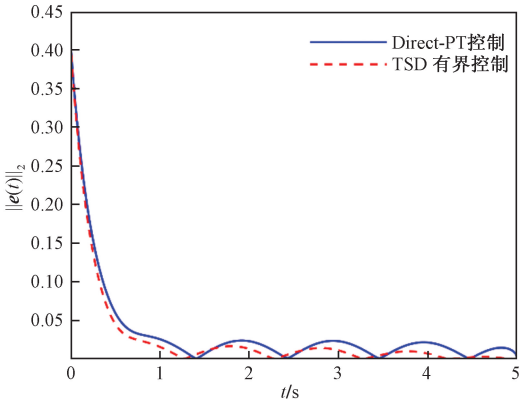
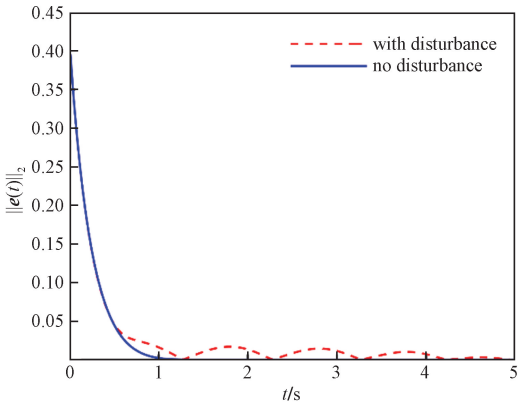


图 2 误差范数 $\|\boldsymbol{e}(t)\|_2$的收敛过程对比

Fig. 2 Comparison of convergence processes of the error norm $\|\boldsymbol{e}(t)\|_2$



with disturbance 表示有外部扰动;no disturbance 表示无扰动

图 3 外部扰动 $d_i(t)=0.05\sin 3t$ 作用下的误差收敛曲线

Fig. 3 Error convergence curves under the external disturbance $d_i(t)=0.05\sin 3t$

4 结论

(1)针对含忆阻耦合的神经网络同步控制中终端增益无界与能量可积性等难题,提出一种基于 TSD 的预设时间同步策略。通过在时间域引入非线性尺度变换并与状态缩放协同设计,所提方法在保持预设时间收敛的同时对控制幅值实现显式约束,从而兼顾收敛速度、终端平滑性与工程可实现性。相较直接含 $(T^*-t)^{-1}$项的控制律,TSD 结构更平滑,可在统一框架下自然衔接有限时间与固定时间稳定性结论,并在给定终端时间内实现严格同步。

(2)在理论上,建立包含忆阻非线性与时变耦合的驱动-响应模型,基于 Lyapunov 方法给出了增益约束与收敛上界,进而构造出有界增益的 TSD 控制律并证明其在任意预设时间内实现全局同步,且控制能量积分有限。在数值层面,仿真表明 TSD 相比直接预设时间控制能显著降低终端阶段的输入峰值,误差收敛更平滑,并在外部扰动作用下保持预设时间内的稳定同步;Lyapunov 函数的单调下降进一步印证了理论分析。

(3)未来工作包括:考虑网络拓扑不确定性与时变因素,提升在复杂环境下的适应性;基于忆阻阵列开展硬件级实现与实时测试,评估执行器约束与采样效应;将该框架推广至多智能体协同与非线性优化等场景,探索更广泛的智能计算与神经动力学控制应用。

参 考 文 献

[1] Chua L O. Memristor—the missing circuit element[J]. IEEE Transactions on Circuit Theory, 1971, 18(5): 507-519.

[2] Strukov D B, Snider G S, Stewart D R, et al. The missing memristor found[J]. Nature, 2008, 453(7191): 80-83.

[3] 孙赫. 忆阻器原理与相关应用进展综述[J]. 应用物理, 2021,

11(6): 37-46.
Sun He. A review of the principle of memristors and advances in related applications[J]. Applied Physics, 2021, 11(6): 37-46.

[4] 贡以纯, 明建宇, 吴思齐, 等. 面向类脑计算的低电压忆阻器研究进展[J]. 物理学报, 2024, 73(24): 233-257.
Gong Yichun, Ming Jianyu, Wu Siqi, et al. Research progress of low-voltage memristors for neuromorphic computing[J]. Acta Physica Sinica, 2024, 73(24): 233-257.

[5] Polyakov A. Nonlinear feedback design for fixed-time stabilization of linear control systems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2012, 57(8): 2106-2110.

[6] Tran D, Yucelen T. Finite-time control of perturbed dynamical systems based on a generalized time transformation approach[J]. Systems & Control Letters, 2020, 136: 104605.

[7] Yao H, Gao F, Huang J, et al. Global exact prescribed-time stabilization for switched nonlinear systems[J]. Applied Mathematics and Computation, 2021, 393: 125766.

[8] Orlov Y. Time-space deformation approach to prescribed-time stabilization[J]. Automatica, 2022, 144: 110485.

[9] 张晋熙, 柴天佑, 王良勇. 时延非线性系统无模型预设性能控制[J]. 自动化学报, 2024, 50(6): 1024-1036.
Zhang Jinxi, Chai Tianyou, Wang Liangyong. Model-free prescribed performance control for nonlinear systems with time delay[J]. Acta Automatica Sinica, 2024, 50(6): 1024-1036.

[10] 李擎, 孙鹏, 郭祥贵. 基于非线性干扰观测器和类故障模型的车辆队列预设时间容错滑模控制[J]. 控制理论与应用, 2025, 42(8): 1659-1668.
Li Qing, Sun Peng, Guo Xianggui. Prescribed-time fault-tolerant sliding mode control for vehicle platoons based on nonlinear disturbance observer and fault-like model[J]. Control Theory& Applications, 2025, 42(8): 1659-1668.

[11] 熊重远, 苏艳. 基于径向基函数神经网络的四旋翼无人机规定时间预设性能姿态容错控制[J]. 科学技术与工程, 2025, 25(13): 5464-5475.
Xiong Chongyuan, Su Yan. Preset-performance attitude fault-tolerant control of quadrotor UAV based on radial basis function neural networks[J]. Science Technology and Engineering, 2025, 25(13): 5464-5475.

[12] 何栋炜, 王佩, 陈炜, 等. 基于固定时间反步的四旋翼姿态降阶自抗扰控制[J]. 科学技术与工程, 2024, 24(32): 13890-13901.
He Dongwei, Wang Pei, Chen Wei, et al. Fixed-time backstepping-based reduced-order active disturbance rejection control for quadrotor attitude dynamics[J]. Science Technology and Engineering, 2024, 24(32): 13890-13901.

[13] 刘文媚, 陈腾宇, 汝春英, 等. 基于改进 fal 函数的四旋翼无人机姿态运动控制[J]. 科学技术与工程, 2025, 25(6): 2453-2460.
Liu Wenmei, Chen Tengyu, Ru Chunying, et al. Attitude motion control of quadrotor UAV based on an improved fal function[J]. Science Technology and Engineering, 2025, 25(6): 2453-2460.

[14] 王伟, 吴昊, 刘鸿勋, 等. 基于深度强化学习的无人机姿态控制器设计[J]. 科学技术与工程, 2023, 23(34): 14888-14895.
Wang Wei, Wu Hao, Liu Hongxun, et al. Design of UAV attitude controller based on deep reinforcement learning[J]. Science Technology and Engineering, 2023, 23(34): 14888-14895.

[15] 邵士凯, 王姝, 赵渊洁. 四旋翼无人机固定时间姿态输出反馈控制[J]. 科学技术与工程, 2022, 22(4): 1502-1509.
Shao Shikai, Wang Shu, Zhao Yuanjie. Fixed-time attitude output feedback control for quadrotor UAV[J]. Science Technology and Engineering, 2022, 22(4): 1502-1509.

[16] 叶宜豪, 江明贤, 章雅丹. 模糊惯性 BAM 神经网络固定时间同步[J]. 南阳理工学院学报, 2023, 15(4): 113-119.
Ye Yihao, Jiang Mingxian, Zhang Yadan. Fixed-time synchronization of fuzzy inertial BAM neural networks[J]. Journal of Nanyang Institute of Technology, 2023, 15(4): 113-119.

[17] 王陆翔, 刘小永. 具有不确定参数的耦合神经网络固定与预设时间二分同步[J]. 重庆理工大学学报(自然科学), 2022, 36(5): 178-186.
Wang Luxiang, Liu Xiaoyong. Fixed-time and preset-time bipartite synchronization of coupled neural networks with uncertain parameters[J]. Journal of Chongqing University of Technology (Natural Science Edition), 2022, 36(5): 178-186.

[18] 印邵胜, 胡元发, 刘小洋. DoS 攻击下四元数神经网络实际固定时间聚类同步[J]. 江苏师范大学学报(自然科学版), 2024, 42(4): 39-46.
Yin Shaosheng, Hu Yuanfa, Liu Xiaoyang. Practical fixed-time cluster synchronization of quaternion-valued neural networks under DoS attacks[J]. Journal of Jiangsu Normal University (Natural Science Edition), 2024, 42(4): 39-46.

[19] Biolek Z, Biolek D, Biolková V. SPICE model of memristor with nonlinear dopant drift[J]. Radioengineering, 2009, 18(2): 210-214.

[20] 王佳阳, 董哲康, 纪晓悦, 等. 面向神经形态系统的忆阻逻辑电路综述与展望[J]. 西南师范大学学报(自然科学版), 2023, 48(2): 12-23.
Wang Jiayang, Dong Zhekang, Ji Xiaoyue, et al. Review and prospect of memristor logic circuits for neuromorphic systems[J]. Journal of Southwest China Normal University (Natural Science Edition), 2023, 48(2): 12-23.

[21] Velmurugan G, Rakkiyappan R, Cao J. Finite-time synchronization of fractional-order memristor-based neural networks with time delays[J]. Neural Networks, 2016, 73: 36-46.

[22] Gao J, Zhu P, Alsaudi A, Alsaudi F E, et al. A new switching control for finite-time synchronization of memristor-based recurrent neural networks[J]. Neural Networks, 2017, 86: 1-9.

[23] Wang X, Li Q, Yu J. Memristor-based neural networks: synchronicity and applications[J]. Neurocomputing, 2012, 89: 1-7.

[24] Moulay E., Perruquetti W. Finite-time stability and stabilization of a class of continuous systems[J]. Journal of Mathematical Analysis and Applications, 2008, 323(2): 1430-1443.

[25] Boyd S, Vandenberghe L. Convex optimization[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2004.

[26] Gao F, Yao H, Chen B. Prescribed-time control of nonlinear systems *via* time-space deformation[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2023, 68(7): 4198-4211.

[27] Hou X, Wu H, Cao J. Observer-based prescribed-time synchronization and topology identification for complex networks of piecewise-smooth systems with hybrid impulses[J]. Computational and Applied Mathematics, 2024, 43: 180.