第19卷 第35期 2019年12月
1671—1815(2019)0035-0248-05
科 学 技 术 与 工 程
Science Technology and Engineering
Vol. 19 No. 35 Dec. 2019
© 2019 Sci. Tech. Engrg.

引用格式:黄柳萍. 基于量子进化算法的批量生产问题[J]. 科学技术与工程, 2019, 19(35): 248-252
Huang Liuping. Lot-sizing problem based on quantum evolutionary algorithm[J]. Science Technology and Engineering, 2019, 19(35): 248-252

基于量子进化算法的批量生产问题

黄柳萍
(广西大学, 广西经贸职业技术学院信息工程系, 南宁 530021)

摘 要 在现代制造业的供应链中,生产批量计划(Lot-sizing)问题是企业经济效益最大化的关键因素之一,其主要研究在给定批量产品的需求下,确定最佳的生产方案,使得制造成本、库存成本和调整成本的总和最小化或者利润最大化。近年来的群智算法如遗传算法和粒子群算法等为解决复杂的Lot-sizing问题提供了新途径,但是这些算法易陷入局部最优。为了获得全局,将量子算法融入经典进化遗传算法中,首先,运用量子理论中独特的概率幅和量子比特对计划产量的决策变量进行编码;然后在迭代过程中,通过动态调整量子旋转角度来控制基因的变异速度,保持最优个体的基因信息,以免陷入局部最优的陷阱。Lot-sizing问题的案例实证表明,与上述常见的群智粒子群算法相比,量子进化算法的求解精度更高、收敛速度更快,可以有效解决复杂多约束的Lot-sizing问题,提高企业的生产效率。

关键词 供应链管理 量子进化算法 概率幅 自旋角度 基因变异
中图法分类号 TP301.6; **文献标志码** A

生产制造业是国民经济的基础,是一个国家的支柱产业和核心竞争力的核心体现。生产环节作为生产制造供应链的起始环节,特别是生产决策管理更是作为企业的战略管理,一直受到密切关注和深入研究[1,2]。随着信息科学技术和生产管理理论的丰富和提升,促进了生产管理向科学化、自动化、智能化的全面发展。在生产管理中,生产批量计划Lot-sizing问题一直是理论研究和工程实践中的热点和难点[3]。合理科学的生产批量计划不仅可以降低生产制造成本,而且可以提高生产效率、增加企业利润,因此生产批量计划问题的研究在生产管理决策中显得极其重要[4]。

生产批量计划Lot-sizing问题主要是研究在受有限资源条件的制约下,如何消除资源分配冲突,最大化资源使用效率,对产品、生产时间、生产数量这个多维变量进行科学规划,使得产能效率最大[5,6]。学者已经证明了Lot-sizing问题是一个NP组合优化问题,随着产品的不断增加,该问题的求解规模成指数级增长,属于NP-hard问题,没有精确解,只有采用模拟算法,借助目前计算机的强大计算能力求得近似解[7]。早期的学者们对该非凸、带有资源约束条件的Lot-sizing问题采用拉格朗日算法、元启发算法等[8],近期学者们采用群智模拟算法,例如模拟退火算法、遗传算法和粒子群算法等[9,10],均取得了一定的研究成果,但是由于上述算法存在着一定的缺陷,使得最优解的搜寻效率和精度都没有达到最佳。

在深入研究生产批量计划Lot-sizing问题的基础上,建立了有生产能力约束的Lot-sizing问题的数学模型,借鉴量子计算的叠加态和概率幅理论,提出了基于量子进化算法求解该问题的最优解的解决方案,采用量子比特对数学模型中的多变量进行染色体编码,通过动态调整每次迭代过程中的量子旋转角度来控制基因的变异速度,避免经典算法易陷入早熟收敛和局部最优的缺陷,显著提高Lot-sizing问题的寻优效率和精度。

1 Lot-sizing问题的数学模型

Lot-sizing问题研究的实质是在充分考虑多品种小批量产品之间类同性的前提下,科学合理规划分时间段批量生产,最大限度地降低成本,提高效率。Lot-sizing问题按照数学语言被描述为在给定的计划生产周期 T 内,科学规划 M 个产品族的 N 种不同产品在各分时间段内的批量生产计划,使得总的制造成本、调整成本和库存成本的总和最小,达到最大限度地降低总成本、提高企业效率的目的。

Lot-sizing问题数学模型的目标函数为

2019年4月7日收到 广西高校中青年教师基础能力提升项目(KY2016YB721)资助

作者简介:黄柳萍(1982—),女,壮族,广西人,硕士,讲师。研究方向:计算机应用、大数据应用与信息化。E-mail: serenahlp2006@aliyun.com。

$$\min Z = \sum_{i=1}^{I}\sum_{t=1}^{T}(m_{it}p_{it} + s_i q_{it} + g_i h_{it}) + \sum_{k=1}^{K}\sum_{t=1}^{T} G_i H_{it} \quad (1)$$

式(1)中,等号右边的第一项为产品的制造成本、库存成本和调整成本之和,其中,m_{it}为产品 i 在生产周期 t 的单位制造成本,p_{it}为产品 i 在生产周期 t 的计划产量,s_i 为产品 i 的单位库存成本,q_{it}为产品 i 在生产周期 t 内的库存数量,在此假设生产周期 t 期初库存量和期末库存量均为 0,g_i 为产品 i 的调整成本,h_{it}为产品 i 在生产周期 t 的调整决策变量;等号右边的第二项为产品族的调整总成本,其中 G_K 为产品族 k 的调整成本;H_{kt}为产品族 k 在生产周期 t 的调整决策变量。

Lot-sizing 问题数学模型的约束条件如下。

产品 i 在生产周期 t 内总产量的约束条件即是该产品在该生产周期内的市场需求量,其中 d_{it}即为产品 i 在生产周期 t 内的市场需求量:

$$\sum_{i=1}^{I}\sum_{t=1}^{T} p_{it} = \sum_{i=1}^{I}\sum_{t=1}^{T} d_{it} \quad (2)$$

生产周期 t 内库存量应该在其前一生产周期 $t-1$ 内的库存量的基础上,满足生产周期 t 内的计划生产量和市场需求量的约束:

$$s_{it} = s_{i(t-1)} + p_{it} - d_{it} \quad (3)$$

产品生产过程中对资源需求的最大产能约束:

$$\sum_{i=1}^{I}(e_{ij}h_{it} + f_{ij}p_{it}) + \sum_{k=1}^{K} E_{ij}H_{kt} = Q_{jt} \quad (4)$$

式(4)中,e_{ij}为产品 i 所需资源 j 的生产准备时间;f_{ij}为在已获得资源 j 条件下,产品 i 单位生产时间;E_{ij}为产品族 k 在资源 j 条件下,调整生产所需的时间;Q_{ij}为资源 j 在生产周期 t 内的能获取的最大生产时间。

产品 i 生产周期 t 内的调整决策变量 h_{it}和产品族 k 在生产周期 t 内的调整决策变量 H_{kt}均符合:

$$h_{it}, H_{kt} = \begin{cases} 1, & \text{决策调整} \\ 0, & \text{决策不调整} \end{cases} \quad (5)$$

以上目标函数[式(1)]和约束条件[式(2)~式(5)]中公司中的参数均为非负数。

2　量子进化算法求解 Lot-sizing 问题

进化算法(evolutionary algorithm,EA)是借鉴于自然界中的生物种群进化演变的思想,提出的一种具有高度健壮性和广泛适用性的仿生学算法。进化算法具有自适应、自组织和自学习的特性,能够有效解决传统的微积分和枚举等方法难以解决的复杂问题,迄今为止,已经在函数优化、工业调动、科学规划、人工智能、复杂网络处理等领域成功应用。然而,进化算法 EA 在实际工程应用中存在先天性缺陷,如容易早熟收敛、只寻至局部最优解等。基于此,现将先进的量子算法(quantum algorithm,QA)融合到进化算法中,提出了一种新的量子进化算法,现称之为 QEA。QEA 运用量子信息理论中独有的叠加态和概率幅特性,量子旋转门实现搜需最优解,量子非门实现种群基因的多样性变异,高效解决 Lot-sizing 问题的全局最优解搜寻。

2.1　量子染色体编码和解码

在量子力学中,引入狄拉克符号表示微观粒子的基本状态,同样,在量子信息学中,也引入狄拉克符号来表示量子信息位,$|0\rangle$和$|1\rangle$被称为量子比特。在量子粒子群优化(quantum particle swarm iptimization,QPSO)算法中,量子比特位是量子信息存储、传输和处理的最小单元,即量子比特位有只有两个基态$|0\rangle$态和$|1\rangle$态,任一时刻的量子位的信息状态都是基态的线性组合,也就是叠加态:

$$|\varphi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle \quad (6)$$

式(6)中,一对复数 α 和 β 为量子比特的$|0\rangle$态和$|1\rangle$态的概率幅,满足$|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$ 的归一化条件。因此,一个量子比特可以用概率幅的转置矩阵来表示为$[\alpha,\beta]^{\mathrm{T}}$。

基于本文的 Lot-sizing 问题的数学模型,对进化算法的染色体结构进行量子比特编码如下:

$$chr_j^t = \begin{bmatrix} \alpha_1^t & \alpha_2^t & \cdots & \alpha_m^t \\ \beta_1^t & \beta_2^t & \cdots & \beta_m^t \end{bmatrix} \quad (7)$$

式(7)中,chr_j^t 表示第 t 代种群的第 j 个染色体,m 表示每个染色体中有 m 个基因。那么,第 t 代种群的一共包含 n 个染色体,第 t 代种群的染色体编码方案表示为 $chr^t = [chr_1^t \quad chr_2^t \quad \cdots \quad chr_n^t]$。

对于 Lot-sizing 问题,生产周期为 T,按照以上分析,可以用 $m = T - 11$ 个基因的量子比特编码染色体表示。假设某个产品 4 个生产周期的市场需求量分别为$[100,200,300,400]^{\mathrm{T}}$,那么同样需要 3 个基因的量子比特编码染色体表示。如果染色体基因经测量后得到的量子比特编码方式为 3 位二进制{010},那么 4 个生产周期的计划产量解码为$[100,500,0,400]^{\mathrm{T}}$;如果得到的量子比特编码方式为 3 位二进制{101},那么 4 个生产周期的计划产量解码为$[300,0,700,0]^{\mathrm{T}}$,其余得到的编码方式所对应的解码可以类推之。

2.2　量子旋转门的角度动态调整

在量子进化算法中,每一代种群的进化是通过量子旋转门实现的,其变换公式为

$$\begin{bmatrix} \alpha_i' \\ \beta_i' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta_i & -\sin\theta_i \\ \sin\theta_i & \cos\theta_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_i \\ \beta_i \end{bmatrix} \quad (8)$$

式(8)中,$[\alpha_i,\beta_i]^{\mathrm{T}}$ 为量子染色体编码的第 i 个量子比特,$[\alpha_i',\beta_i']^{\mathrm{T}}$ 为量子染色体编码旋转变换后的第 i 个量子比特,旋转角度 $\theta_i=s(\alpha_i,\beta_i)\Delta\theta_i$,其中 $s(\alpha_i,\beta_i)$是可以在依据经验确定的变换策略表中查询选择,$\Delta\theta_i$ 为旋转角度的微小扰动量式(8)所示:

由于经典的量子旋转门操作不改变染色体基因量子比特位的收敛状态,也就是如果量子比特$[\alpha_i,\beta_i]^{\mathrm{T}}$ 的概率幅收敛于 0 或者 1,再经过旋转操作可能是量子比特的概率幅更收敛于 0 或 1;因而产生早熟收敛缺陷。为此,提出了一种在每次迭代过程中动态调整量子旋转角度的方法,有效抑制早熟收敛缺陷。量子旋转角度的微小扰动改变量如式(9):

$$\lg(\Delta\theta)=\lg\delta+(-\delta\times ite) \tag{9}$$

式(9)中,δ 为初始旋转门角度,ite 为已经迭代的次数,取值范围是零到最大迭代次数减一之间的整数。随着迭代次数 ite 的逐渐增加,δ 是初始确定值,式(9)的等号右边越来越趋近于 0,那么等式左边旋转角度的调整量 $\Delta\theta$ 也越来越趋近于 0,因此可以有效控制染色体基因量子比特坍缩的速度,在种群进化的后期保留最优个体的基因。

2.3 量子状态的变异处理

进化算法先天性地容易陷入早熟收敛于局部最优的主要原因是在多次迭代过程中会慢慢减少种群的多样性。在本文的量子进化算法中,通过量子非门可以对种群染色体基因进行变异,增加迭代过程中的基因多样性,以防陷入局部最优陷阱。变异处理的公式为

$$\begin{bmatrix}0 & 1\\1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\cos\theta_i\\\sin\theta_i\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\sin\theta_i\\\cos\theta_i\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\cos\left(\dfrac{\pi}{2}-\theta_i\right)\\\sin\left(\dfrac{\pi}{2}-\theta_i\right)\end{bmatrix} \tag{10}$$

针对每一个染色体基因,可以找到一个介于[0,1]之间的随机数 r,$r\leqslant P_m$,P_m 是设定的变异概率,然后随机选择该基因上的 $\left|\dfrac{m}{2}\right|$ 个量子比特位,即$\dfrac{m}{2}$向上取整,取比它大的最小整数,最后采用量子非门更改选中基因的量子比特的概率幅,但如果该基因之前记忆的概率幅最优,那么概率幅仍然保持不变。这样的变异操作既不改变记忆的最优值,又维持了种群基因的多样性。

2.4 算法描述

梳理以上所述的量子染色体编解码、量子旋转门角度调整和基因的变异处理,Lot-sizing 问题的解决方案的量子进化算法按照如下步骤进行:

Step1 定义和初始化迭代次数寄存器 $ite=0$。

Step2 初始化种群状态。按照归一化条件,所以染色体的量子比特的概率幅$[\alpha_i,\beta_i]^{\mathrm{T}}$ 初始化为 $\left[\dfrac{\sqrt{2}}{2},\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right]^{\mathrm{T}}$,表示所有染色体初始时量子状态为等概率叠加。

Step3 量子相干测量。对每一个量子比特编码的染色体进行一次量子相干测量,获得一组二进制串的确定解。二进制串中的每一位测定为 0 还是测定为 1,是依据随机产生的在区间[0,1]之间的数,如果该随机数大于染色体的量子比特的概率幅$[\alpha_i,\beta_i]^{\mathrm{T}}$ 的模量,即 $\sqrt{|\alpha_i|^2+|\beta_i|^2}$,那么测定为 1,否则测定为 0。

Step4 旋转门角度更新。根据式(9)所示的迭代次数和旋转门角度的关系,随着迭代次数的递增,旋转门角度也随之动态调整,寻优范围越来越小,最优染色体的基因被保留下来,越来越收敛于全局最优解。

Step5 迭代继续和终止的判断。如果达到迭代最大次数或者找到全局最优解,那么算法流程结束,否则迭代继续,迭代次数增加 1,$ite=ite+1$,跳转至 Step3,继续算法流程。

3 案例应用

某中部地区的知名生产制造企业的生产实例是一个 6 个工件、4 个生产周期、2 个产品族的有约束的生产批量计划问题,该生产实例的参数如表 1 和表 2 所示,表 1 所示参数包括生产需求、单位生产成本和产品族的生产成本及其细分项目等,表 2 所示主要为工时参数和生产周期效用能力等。

表 1 实例的基本参数

Table 1 The basic parameters of the instance

产品	生产需求 周期1	生产需求 周期2	生产需求 周期3	生产需求 周期4	单位产品成本 生产成本	单位产品成本 库存成本	单位产品成本 调整成本	产品族 族号	产品族 族调整成本
P1	51	10	71	65	11	6	120	1	1 700
P2	22	81	32	81	11	5	140	1	1 700
P3	0	188	24	0	11	4	75	1	1 700
P4	14	121	105	100	11	4	120	2	2 500
P5	4	85	41	45	11	5	170	2	2 500
P6	25	47	85	12	12	4	260	2	2 500

表 2 工时参数与周期效用能力

Table 2 Time parameter and cycle capacity

加工工时						工件准备工时						族准备工时		周期效用能力			
1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6	1	2	1	2	3	4
2	1	3	1	3	2	2	1	3	1	1	2	51	49	1 660	1 600	1 550	1 500

采用量子进化算法和经典进化遗传算法分别就该案例的问题进行生产批量计划问题仿真求解。种群大小设为 30,最大迭代次数设为 120,设初始旋转门角度 $\delta = 0.05\pi$。在 MATLAB 2017 软件中,应用 Visual Basic 基于对象的程序设计语言进行编程,并代入表 1、表 2 中的已知参数,经过仿真求解得到量子进化算法 QEA、遗传算法 GA、粒子全算法 PSO 三种算法求解结果比较如表 3 所示,表明 QEA 算法具有更优的全局寻优能力。

表 3 Lot-sizing 问题的结果比较

Table 3 The result comparison of the problem of Lot-sizing

产品	QEA 算法				GA 算法				PSO 算法			
	周期 1	周期 2	周期 3	周期 4	周期 1	周期 2	周期 3	周期 4	周期 1	周期 2	周期 3	周期 4
P1	57	70	65	69	52	81	0	72	65	0	145	0
P2	22	86	31	84	24	125	0	87	123	0	123	0
P3	0	172	33	0	0	215	0	0	158	0	37	0
P4	148	0	108	98	175	0	210	0	171	0	215	0
P5	88	0	38	40	98	0	79	0	95	0	89	0
P6	65	0	90	0	69	0	94	0	74	0	97	0
总数	24 381				26 871				26 881			

为了进一步考察 QEA 算法普适性的收敛速度和寻优能力,采用 3 个适应度测试函数对 QEA 算法、GA 算法、PSO 算法求解问题的普适性和稳定性进行测试,实验次数都是 1 000 次。测试结果如表 4 所示,表明 QEA 算法在求解不同问题的普适性和稳定性上都优于 GA 算法、PSO 算法等经典算法。

表 4 QEA 算法的适应度函数

Table 4 Fitness function of QEA algorithm

适应函数	算法	最劣	最优	平均	方差	迭代次数
Sphere	QEA	173 281	125	66 623	3 746	35
	GA	172 241	131	77 251	47 271	46
	PSO	172 229	135	79 120	45 218	67
Ackley	QEA	326 255	627	123 648	8 267	48
	GA	332 185	642	148 425	95 215	59
	PSO	333 019	638	147 259	88 706	57
Rosenbrock	QEA	323 489	235	89 218	4 057	42
	GA	325 987	241	97 254	85 714	55
	PSO	326 518	248	98 175	87 149	59

4 结论

在深入分析和研究生产批量计划 Lot-sizing 问题的基础上,建立了 Lot-sizing 问题的数学模型,积极将量子计算算法和经典进化遗传算法相结合提出了一种量子进化算法 QEA 求解该问题的最优解。QEA 采用量子比特的叠加态和概率幅理论对变量进行编码;动态调整每次迭代过程中的量子旋转角度来控制基因的变异速度,保持最优个体的基因信息,以免陷入局部最优的陷阱。通过案例实证结果表明,QEA 算法能够显著提高寻优能力和收敛速度,科学规划生产批量计划,有效降低企业生产制造的总成本。

参 考 文 献

1 Abad P L. Optimal pricing and lot-sizing under conditions of perishability, finite production and partial backordering and lost sale[J]. European Journal of Operational Research, 2003, 144(3): 677-685

2 Dalfard V, Nosratian N. A new pricing constrained single-product inventory-production model in perishable food for maximizing the total profit[J]. Neural Computing & Applications, 2014, 24(4): 735-743

3 Hou K L. Optimal pricing and ordering policies for deteriorating items with multivariate demand under trade credit and inflation[J]. Opsearch, 2013, 50(3): 404-417

4 Zhang X F, Sui G F. Quantum-behaved particle swarm optimization algorithm for solving nonlinear equations[J]. Advanced Materials Research, 2013, 6(5): 756-759

5 Piñeyro P, Viera O. Inventory policies for the economic lot-sizing problem with remanufacturing and final disposal options[J]. Journal of Industrial and Management Optimization (JIMO), 2017, 5(2): 217-238

6 Retel Helmrich M J, Jans R, Wilco V D H, et al. Economic lot-sizing with remanufacturing: Complexity and efficient formulations[J]. IIE Transactions, 2014, 46(1): 67-86

7 Xue-Jie R, Chun-Ming Y E. Quantum particle swarm optimization for the single level capacitated dynamic Lot-sizing problem[J]. Modern Manufacturing Engineering, 2010, 37(4): 39-42

8 Masmoudi O, Yalaoui A, Ouazene Y, et al. Lot-sizing in a multi-stage flow line production system with energy consideration[J]. International Journal of Production Research, 2017, 55(6): 24

9 Darvish M, Larrain H, Coelho L C. A dynamic multi-plant lot-sizing and distribution problem[J]. International Journal of Production Research, 2016, 54(22): 11

10 Li Y, Wang Y, Chen J, et al. Overlapping community detection through an improved multi-objective quantum-behaved particle swarm optimization[J]. Journal of Heuristics, 2015, 21(4): 549-575

Lot-sizing Problem Based on Quantum Evolutionary Algorithm

HUANG Liu-ping

(Guangxi University, Department of Information Engineering, Guangxi Economic and Trade Vocational Institute, Nanning 530021, China)

[**Abstract**] In the supply chain of modern manufacturing industry, the problem of lot-sizing is one of the key factors for enterprises to maximize their economic benefits. It mainly studies to determine the best production scheme for a given batch of products to minimize the sum of manufacturing costs, inventory costs and adjustment costs or to maximize profits. In recent years, swarm intelligence algorithms such as genetic algorithm and particle swarm algorithm provide a new way to solve the complex Lot-sizing problem, but these algorithms are prone to fall into local optimal. In order to obtain the overall situation, the quantum algorithm is integrated into the classical evolutionary genetic algorithm. First, the decision variables of planned output are encoded with the unique probability amplitude and quantum bit in the quantum theory. Then, in the iterative process, the mutation rate of the gene is controlled by dynamically adjusting the quantum rotation angle to maintain the genetic information of the optimal individual, so as to avoid falling into the trap of local optimization. The empirical case of Lot-sizing problem shows that, compared with the common swarm intelligence particle swarm optimization algorithm mentioned above, the quantum evolutionary algorithm has higher accuracy and faster convergence speed, which can effectively solve the complex and multi-constrained Lot-sizing problem and improve the production efficiency of enterprises.

[**Key words**] supply chain management quantum evolutionary algorithm probability amplitude spin angle genetic variation