第 18 卷　第 34 期　2018 年 12 月
1671—1815(2018)034-0231-05

科 学 技 术 与 工 程
Science Technology and Engineering

Vol. 18　No. 34　Dec. 2018
© 2018　Sci. Tech. Engrg.

引用格式:房雅灵, 史忠科. 高速公路宏观离散模型的反馈线性化控制[J]. 科学技术与工程, 2018, 18(34): 231—235
Fang Yaling, Shi Zhongke. Feedback linearization control of highway macroscopic discrete model[J]. Science Technology and Engineering, 2018, 18(34): 231—235

交通运输

高速公路宏观离散模型的反馈线性化控制

房雅灵[1]　史忠科[2]

(太原理工大学电气与动力工程学院[1],太原 030024;西北工业大学自动化学院[2],西安 710129)

摘　要　在自动化高速公路系统环境下,通过计算拥堵路段系统的 Lyapunov 指数和 Lyapunov 维数,证明了离散交通流模型存在混沌现象。为了得到稳定有序的高速公路交通流,提出一种针对高速公路宏观交通流模型反馈线性化方法使非线性系统线性化。通过 LQR 优化控制方法将线性化系统的混沌轨道稳定到所需的目标轨道上,实现道路交通流的稳定有序。仿真结果表明,提出的方法可使道路交通密度和速度趋于平稳,避免了道路拥挤的发生。

关键词　交通流　　反馈线性化　　自动化高速公路系统　　离散交通流模型

中图法分类号　U491.26;　　**文献标志码**　A

交通拥堵是一种交通流不稳定的现象。由于人为或者客观等因素导致的小扰动会沿着车流向上游传播,逐渐使畅行车流演化为交通拥堵,从而导致系统不稳定。如果能使小扰动在传播过程中逐渐缩小并消失或最终控制在一定的小范围内,就可以使得系统中的车辆畅行,从而达到控制拥堵的目的。

自动化高速公路系统根据道路交通状态,为车辆提供适当的反馈控制指令,也就是计算机控制取代人为驾驶,降低随机性,使交通流趋于稳定和有序。当前自动化高速公路系统的研究工作[1—7],大多还是在宏观控制的范畴内。针对高速公路宏观交通流模型,最早 Chien 等[3]利用反演积分法设计速度控制器,通过联立一个方程组求取矩阵的逆,最终求得最终解,使得路段上的交通流密度趋于稳定。杨旭华等[6]选取交通流速度为被控变量,采用 Backstepping 方法进行控制器的设计,保证使每个路段的交通流速度以指数形式快速收敛到期望值。张勇等[7]利用非线性系统控制方法中的变结构控制,依据离散趋近律,设计速度控制器。目前已有的研究大多都是使交通流趋于某一定值,但由于匝道流入和流出使得交通流具有不确定性,在控制时并不能使得交通流整体稳定于某一固定值。

对于非线性系统,通过适当的非线性状态和反馈变换,非线性系统可以实现状态或输入/输出反馈线性化,从而将复杂的非线性系统综合问题转化为线性系统的综合问题[8]。其理论基础是微分几何理论。不同于以往的泰勒级数展开近似线性化和模糊线性化方法等非线性系统线性化方法,它采用非线性状态反馈和恰当的坐标变换进行精确线性化。在线性化过程中,没有忽略任何高阶非线性项。因此,这种反馈线性化不仅是精确的而且是整体的,即线性化对变换有定义的整个区域都适用。并且该状态反馈可保证控制系统的稳定性,同时具有好的动态品质。

本文通过精确反馈线性化方法将高速公路宏观离散模型精确线性化,得到关于交通密度和速度的等价线性模型。采用线性系统的经典的优化控制方法 LQR 方法控制交通密度,使得单个路段的交通流密度和速度分别稳定到指定的不动点。使得整个系统交通流的稳定有序,以致达到了控制预防拥堵的目的。

1　高速公路宏观模型建模

Papageorgiou 等[9—12]提出的高速公路交通流模型,其对巴黎环城大道的实际数据进行了验证,证明了其有效性。模型描述了交通流状态变化及其控制

2018 年 7 月 10 日收到　　太原理工大学 2016 年校专项/青年基金(2016QN22)资助

第一作者简介:房雅灵 (1981—),女,汉族,博士,讲师。E-mail: wchjiokhylf@ hotmail. com。

变量之间的关系。将一条道路分为若干路段,每一个路段内的交通状态可认为是均一的且至多包含一个入口和一个出口。对于第 i 路段,ρ_i、v_i 分别为密度和速度,q_i 为流量,r_i^{in}、r_i^{out} 为出入匝道流量,L_i 为路段的长度。

无控制的交通流模型具体表达如下:

$$q_i(n) = \alpha\rho_i(n)v_i(n) + (1-\alpha)\rho_{i+1}(n)v_{i+1}(n) \tag{1}$$

$$\rho_i(n+1) = \rho_i(n) + \frac{T}{L_i}[q_{i-1}(n) - q_i(n) + r_i^{\text{in}}(n) - r_i^{\text{out}}(n)] \tag{2}$$

$$v_i(n+1) = v_i(n) + \frac{T}{\tau}\{V_e[\rho_i(n)] - v_i(n)\} + \frac{T}{L_i}\frac{\rho_{i-1}(n)}{\rho_i(n)+\xi}v_{i-1}(n)[\sqrt{v_{i-1}(n)v_i(n)} - v_i(n)] - \frac{\mu(n)T}{\tau L_i}w_i(n) \tag{3}$$

$$\mu(n) = \begin{cases}\mu_1\dfrac{\eta}{\rho_{cr}-\rho_{i+1}(n)+\sigma}, & \rho_{i+1}(n) > \rho_i(n)\\ \mu_2, & \rho_{i+1}(n) \leqslant \rho_i(n)\end{cases} \tag{4}$$

$$w_i(n) = \frac{\rho_{i+1}(n) - \rho_i(n)}{\rho_i(n)+\zeta} \tag{5}$$

式中 α 为动量因子;T 为采样周期;τ 为反应时间;ζ、ξ、η、σ、μ_1 和 μ_2 为参数常量。在无控制的人为驾驶环境下,驾驶员根据上下游的交通状况决定加速或减速。式(3)中的 $V_e[\rho_i(n)]$ 由式(6)确定:

$$V_e[\rho_i(n)] = v_f\left\{1 - \left[\frac{\rho_i(n)}{\rho_{cr}}\right]^l\right\}^m \tag{6}$$

式(6)中 v_f 和 ρ_{cr} 为最大速度和堵塞密度,l 和 m 为参数常量。

假设第一路段的进入交通流量不变,即 $q_0(n)$ 为定值;又假设进入第一路段的平均速度不变,即 $v_0(n) = v_1(n)$,再假设路段 $N+1$ 的状态与路段 N 一样,得出边界条件:

$$\begin{cases}\rho_0(n) = \dfrac{q_0(n)/v_1(n) - (1-\alpha)\rho_1(n)}{\alpha}\\ v_0(n) = v_1(n)\\ \rho_N(n+1) = \rho_{N+1}(n+1)\\ v_N(n+1) = v_{N+1}(n+1)\end{cases}, \quad \forall n \tag{7}$$

1.1 模型变换

当以第 i 个路段为研究目标时,将模型写成(以 k 为离散单位):

$$\begin{cases}\rho_i(k+1) = \rho_i(k) + \dfrac{T}{L_i}[\alpha\rho_{i-1}(k)v_{i-1}(k) + (1-2\alpha)\rho_i(k)v_i(k) - (1-\alpha)\times \rho_{i+1}(k)v_{i+1}(k) + r_i^{\text{in}}(k) - r_i^{\text{out}}(k)]\\ v_i(k+1) = v_i(k) + \dfrac{T}{\tau}\{V_e[\rho_i(k)] - v_i(k)\} + \dfrac{T}{L_i}\dfrac{\rho_{i-1}(k)}{\rho_i(k)+\xi}v_{i-1}(k)[\sqrt{v_{i-1}(k)v_i(k)} - v_i(k)] - \dfrac{\mu(k)T}{\tau L_i}w_i(k)\end{cases} \tag{8}$$

在自动化公路系统的条件下,式(8)中的速度方程中的第四项 $-\dfrac{\mu(k)T}{\tau L_i}w_i(k)$ 变为控制项 $u_i(k)$ 得控制模型:

$$\begin{cases}\rho_i(k+1) = \rho_i(k) + \dfrac{T}{L_i}[\alpha\rho_{i-1}(k)v_{i-1}(k) + (1-2\alpha)\rho_i(k)v_i(k) - (1-\alpha)\times \rho_{i+1}(k)v_{i+1}(k) + r_i^{\text{in}}(k) - r_i^{\text{out}}(k)]\\ v_i(k+1) = v_i(k) + \dfrac{T}{\tau}\{V_e[\rho_i(k)] - v_i(k)\} + \dfrac{T}{L_i}\dfrac{\rho_{i-1}(k)}{\rho_i(k)+\xi}v_{i-1}(k)[\sqrt{v_{i-1}(k)v_i(k)} - v_i(k)] - u_i(k)\end{cases} \tag{9}$$

假设式(9)中关于第 $i-1$ 路段和第 $i+1$ 路段的各项交通量已知,此时式(9)成为关于第 i 个路段密度 ρ 和速度 v 的二维映射模型。

将式(9)变形,左右两边分别同时减去 $\rho_i(k)$、$v_i(k)$ 并在两边同时除以一个辅助参数 ε,得:

$$\begin{cases}\dfrac{1}{\varepsilon}[\rho_i(k+1) - \rho_i(k)] = \dfrac{1}{\varepsilon}\dfrac{T}{L_i}[\alpha\rho_{i-1}(k)\times v_{i-1}(k) + (1-2\alpha)\rho_i(k)v_i(k) - (1-\alpha)\rho_{i+1}(k)v_{i+1}(k) + r_i^{\text{in}}(k) - r_i^{\text{out}}(k)]\\ \dfrac{1}{\varepsilon}[v_i(k+1) - v_i(k)] = \dfrac{1}{\varepsilon}\dfrac{T}{\tau}\{V_e[\rho_i(k)] - v_i(k)\} + \dfrac{1}{\varepsilon}\dfrac{T}{L_i}\dfrac{\rho_{i-1}(k)}{\rho_i(k)+\xi}v_{i-1}(k)\times [\sqrt{v_{i-1}(k)v_i(k)} - v_i(k)] - \dfrac{1}{\varepsilon}u_i(k)\end{cases} \tag{10}$$

当 ε 很小时,认为 $\dot{\rho}_i = \dfrac{1}{\varepsilon}[\rho_i(k+1) - \rho_i(k)]$,$\dot{v}_i = \dfrac{1}{\varepsilon}[v_i(k+1) - v_i(k)]$,$\boldsymbol{x} = (x_1, x_2) = (\rho_i, v_i)$。

可将式(10)近似为连续仿射时间系统形式:

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{f} + \boldsymbol{g} \cdot \boldsymbol{u} \tag{11}$$

式(11)中 $\boldsymbol{f} = \left[\frac{1}{\varepsilon}f_1, \frac{1}{\varepsilon}f_2\right]'$; $\boldsymbol{g} = \left[0, \frac{1}{\varepsilon}g_2 u_i(k)\right]'$;

$f_1 = \frac{T}{L_i}[\alpha\rho_{i-1}(k)v_{i-1}(k) + (1-2\alpha)\rho_i(k)v_i(k) - (1-\alpha)\rho_{i+1}(k)v_{i+1}(k) + r_i^{\text{in}}(k) - r_i^{\text{out}}(k)]$; $f_2 = \frac{T}{\tau}\{V_e[\rho_i(k)] - v_i(k)\} + \frac{T}{L_i}\frac{\rho_{i-1}(k)}{\rho_i(k)+\xi}v_{i-1}(k) \times [\sqrt{v_{i-1}(k)v_i(k)} - v_i(k)]$; $g_2 = -1$。

1.2　反馈线性化过程

回顾微分几何知识[13]。

(1)对于任意标量场 $h: R^n \to R^n$, 它的梯度 dh 定义为一个行向量场:

$$\mathrm{d}h = \frac{\partial h}{\partial x} = \left[\frac{\partial h}{\partial x_1} \quad \frac{\partial h}{\partial x_2} \quad \cdots \quad \frac{\partial h}{\partial x_n}\right] \tag{12}$$

(2)对于标量场 $h: R^n \to R^n$ 和一个向量场 $\boldsymbol{f} = [f_1 \quad f_2 \quad \cdots \quad f_n]^{\mathrm{T}}$ 的内积定义为

$$[\mathrm{d}h, \boldsymbol{f}] = \frac{\partial h}{\partial x_1}f_1 + \frac{\partial h}{\partial x_2}f_2 + \cdots + \frac{\partial h}{\partial x_n}f_n \tag{13}$$

(3)对于两个同维向量场 $\boldsymbol{f}$、$\boldsymbol{g}$, 李括号的定义为

$$ad_{\mathrm{f}}\boldsymbol{g} = [\boldsymbol{f}, \boldsymbol{g}](x) = \frac{\partial \boldsymbol{g}}{\partial x} \cdot \boldsymbol{f}(x) - \frac{\partial \boldsymbol{f}}{\partial x} \cdot \boldsymbol{g}(x) \tag{14}$$

李导数定义为

$$L_{\mathrm{f}}h(x) = \frac{\partial h}{\partial x}\boldsymbol{f}(x) \tag{15}$$

引理 1[14]　对于单输入的非线性系统:

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{f}(x) + \boldsymbol{g}(x) \cdot \boldsymbol{u} \tag{16}$$

式(16)中 $\boldsymbol{f}(x)$ 和 $\boldsymbol{g}(x)$ 在定义域 $D \subset R^n$ 上足够光滑,当且仅当存在定义域 $D_0 \subset D$, 使得:①对于所有 $x \in D_0$, 矩阵 $\boldsymbol{G}(x) = [\boldsymbol{g}(x), ad_{\mathrm{f}}\boldsymbol{g}(x), \cdots, ad_{\mathrm{f}}^{n-1}\boldsymbol{g}(x)]$ 的秩为 n; ②分布 $\boldsymbol{D}(x) = [\boldsymbol{g}(x), ad_{\mathrm{f}}\boldsymbol{g}(x), \cdots, ad_{\mathrm{f}}^{n-2}\boldsymbol{g}(x)]$ 在 D_0 上是对合的;则该系统是可反馈线性化的。

定理 1　系统(10)是可反馈线性化的。

证明

由于 $\frac{1}{\varepsilon}$ 对于状态变换等无关,忽略 $\frac{1}{\varepsilon}$。在式(10)中,设 $\boldsymbol{f} = \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{g} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$, 则:

$$ad_{\mathrm{f}}\boldsymbol{g}(x) = [\boldsymbol{f}, \boldsymbol{g}] = \begin{bmatrix} \frac{T}{L_i}(1-2\alpha)\rho_i(k) \\ 1 - \frac{T}{\tau} + \frac{T}{L_i}\frac{\rho_{i-1}(k)}{\rho_i(k)+\xi}v_{i-1}(k) \times \left[\frac{1}{2\sqrt{v_{i-1}(k)v_i(k)}}v_{i-1}(k) - 1\right] \end{bmatrix} \tag{17}$$

由于对于第 i 路段, $\rho_{i-1}(k)$、$v_{i-1}(k)$ 已知。因此 $rank[\boldsymbol{g}, ad_{\mathrm{f}}\boldsymbol{g}] = 2 = n$。

又分布 $\boldsymbol{D}(x) = [\boldsymbol{g}(x)]$ 只含有一个元素,根据对合概念,该分布必然是对合的。根据引理 1, 式(11)是可以反馈线性化的。定理证毕。

由于证明出式(11)可线性化,那么存在(0,0)邻域的一个坐标变换 $\varphi(\boldsymbol{x}): \boldsymbol{R}^{n+1} \to \boldsymbol{R}^{n+1}$ 使原模型线性化。

设式(11)的输出 $y = h(x)$, 依据微分几何中反馈线性化理论,选取 $h(x) = \rho_i$ 满足条件 $L_{\mathrm{g}}L_{\mathrm{f}}^0 h(x) = 0$ 和 $L_{\mathrm{g}}L_{\mathrm{f}}^1 h(x) \neq 0$。变换 $\boldsymbol{\varphi} = (\varphi_1, \varphi_2) = (\rho_i, f_1 + \rho_i)$。

设计 $u = \frac{-L_{\mathrm{f}}^2 h(x) + \gamma}{L_{\mathrm{g}}L_{\mathrm{f}}h(x)}$ 使得原模型式(11)线性化为

$$\dot{\boldsymbol{y}} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{y} + \boldsymbol{B}\boldsymbol{\gamma} \tag{18}$$

式(18)中 $\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{\varepsilon} & \frac{1}{\varepsilon} \\ 0 & -\frac{1}{\varepsilon} \end{bmatrix}$; $\boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$; $L_{\mathrm{f}}^2 h(x) = \left[\frac{T}{L_i}(1-2\alpha)(z_2 + v^*) + 1\right]f_1 + \frac{T}{L_i}(1-2\alpha)(z_1 + \rho^*)f_2 + f_1 + \rho_i$; $L_{\mathrm{g}}L_{\mathrm{f}}h(x) = -\frac{T}{L_i}(1-2\alpha)(z_1 + \rho^*)$。

至此得到与原非线性模型完全等价的线性模型。

2　反馈精确线性化控制器设计

首先利用 Matlab 中求取系统 Lyapunov 指数的 LET 工具箱,计算该二维映射模型的 Lyapunov 指数,以确定该二维映射的不动点类型。假设所研究路段的前一路段为近饱和状态(交通流密度接近拥堵密度),后一路段按正常车流运行数值模拟结果获得。根据文献[3]中给定初始密度条件,计算仿真后发现第 6 ~ 8 路段会发生拥堵。在此选取第 6 路段作为研究对象,其他两个拥堵路段情况类似。经迭代 20 000 s,计算得出该二维映射模型在 $i = 6$ 路段时的 Lyapunov 指数分别为 −0.285 95、−0.891 9 都小于 0,则该模型的吸引子为稳定的不动点吸引子。这说明在采取控制手段时,只需把模型的状态控制到该稳定的不动点即可。

以下给出具体的控制设计过程:首先求得式(11)的不动点,记为 $z^* = (\rho^*, v^*)$。将该不动点看成该路段理想的交通密度值是 ρ^* 和理想的速度值是 v^*, 即控制的目的就是要将轨道 $z = (\rho, v)$ 稳定到目标 z^*。

引入两个中间变量：$z_1 = \rho_i(k) - \rho^*$、$z_2 = v_i(k) - v^*$。

为使 $[\rho_i(k), v_i(k)] \to (\rho^*, v^*)$，只需使向量 $\boldsymbol{z} = (z_1, z_2) \to 0$。对于线性化后完全可控的线性系统(18)采用 LQR 优化方法。

LQR 方法中性能指标选取为

$$J = \frac{1}{2}\int_0^{\infty} (\boldsymbol{y}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}\boldsymbol{y} + \boldsymbol{\gamma}^{\mathrm{T}}R\boldsymbol{\gamma})\,\mathrm{d}t \tag{19}$$

根据 LQR 设计原理，求得使得性能指标泛函 J 达到极值的控制向量 $\boldsymbol{\gamma}$ 为

$$\boldsymbol{\gamma} = -R^{-1}\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{y} = -\boldsymbol{K}\boldsymbol{y} = -[k_1 \quad k_2]\boldsymbol{y} \tag{20}$$

式(13)中 $\boldsymbol{P}$ 为 Riccati 方程的解：

$$\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P} + \boldsymbol{P}\boldsymbol{A} - \boldsymbol{P}\boldsymbol{B}R^{-1}\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P} + \boldsymbol{Q} = 0 \tag{21}$$

对于式(18)，各矩阵取为 $\boldsymbol{Q} = \begin{bmatrix} \omega & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$，$R = 1 - \omega$，$\omega$ 任取 0 ~ 1 的数。

3 仿真实验

采用文献[3]中模型的实验参数和实验条件，考虑一段包含 $N = 12$ 个路段的高速公路，每个路段的长度为 500 m，进入第一路段的初始交通流量为 1 500 veh/h。选取出现近似饱和状态的第六路段进行控制方法验证，每个路段的交通流初始速度 v = 29 km/h 和密度 ρ = 52 veh/km，模型中其他涉及的参数分别取值为 ρ_{cr} = 110 veh/km、v_{f} = 93.1 km/h、T = 15/3 600 h、τ = 20.4/3 600 h、l = 1.86、m = 4.05、α = 0.95、ζ = 50 veh/km、ξ = 55 veh/km、σ = 16、μ_1 = 12 km/h、μ_2 = 6 km^2/h、η = 120 veh/km。

计算第六路段的吸引子为 $z^* = (\rho^*, v^*) = (34, 45)$。

根据第三部分的控制方法，得出 LQR 控制中的 $\boldsymbol{K} = -[0.197\,4 \quad 0.216\,8]$。仿真效果如图 1 所示。在控制的作用下，原来快接近拥堵的交通流密度最终稳定在期望值 34 veh/km，速度稳定在 45 km/h，避免了交通拥堵的发生。可看出密度和速度几乎是均匀的变化，没有产生特别大的波动。

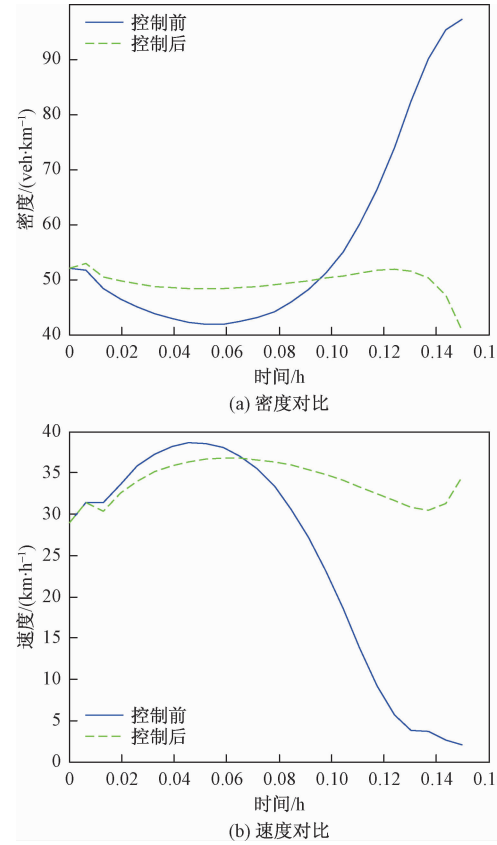

图 1 单个路段加控制后的密度和速度的动态响应

Fig. 1 The dynamic response of density and velocity for the controlled system for one segment

4 结论

在自动化高速公路系统前提下，针对高速公路离散交通流模型，给出一种针对拥堵路段的反馈线性化控制方法，可使模型中描述的拥堵路段密度和速度控制在理想范围内，避免了交通拥堵的发生。该方法的好处是可将线性系统各种成熟理论应用到该线性化后的模型中，避免了一些非线性控制系统本身控制算法复杂并且有限等情况。所得结论未来也可以为车联网技术中信息反馈控制提供模型参考。

参 考 文 献

1 Boysen N, Briskorn D, Schwerdfeger S. The identical-path truck platooning problem. Transportation Research Part B: Methodological, 2018; 109: 26—39

2 Fang Y, Shi Z. Chaos analysis and delayed-feedback control in a discrete dynamic coupled map traffic model. Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications, 2015; 422: 40—46

3 Chien C C, Zhang Y, Ioannou P A. Traffic density control for automated highway systems. Automatica, 1997; 33(7): 1273—1285

4 Fanti P M, Iacobellis G, Mangini A M, *et al*. Freeway traffic modeling and control in a first-order hybrid petri net framework. IEEE Transactions on Automation Science & Engineering, 2014; 11(1): 90—102

5 Zhang H, Yue D, Zhao W, *et al*. Distributed optimal consensus control for multiagent systems with input delay. IEEE Transactions on Cybernetics, 2018; 48(6): 1747—1759

6 杨旭华，董颖颖，杨海东，等. 一种改进的自动化高速公路交通流速度控制器设计. 控制理论与应用, 2009;26(1): 103—106
Yang Xuhua, Dong Yingying, Yang Haidong, *et al*. An improved traffic flow speed control design for an automated highway system. Control Theory & Applications, 2009;26(1): 103—106

7 张 勇，关 伟. 离散交通流的变结构控制. 控制与决策,

2012; 27(1): 47—52
Zhang Yong, Guan Wei. Variable structure control discrete traffic flow. Control and Decision, 2012; 27(1): 47—52

8 Alonge F, Cirrincione M, Pucci M, *et al*. Input-output feedback linearization control with on-line MRAS-based inductor resistance estimation of linear induction motors including the dynamic end effects. IEEE Transactions on Industry Applications, 2016; 52 (1): 254—266

9 Papageorgiou M, Blosseville J M, Hadj-Salem H. Macroscopic modelling of traffic flow on the boulevard périphérique in Paris. Transportation Research Part B: Methodological, 1989;(23):29—47

10 Yuan Y, Scholten F, van Lint H. Efficient traffic state estimation and prediction based on the ensemble Kalman filter with a fast implementation and localized deterministic scheme. 2015 IEEE 18th International Conference on Intelligent Transportation Systems (ITSC). New York: IEEE, 2015: 477—482

11 陈省身, 陈维桓. 微分几何讲义. 北京:北京大学出版社, 2001
Chen Xingshen, Chen Weihuan. Lectures on differential geometry. Beijing:Peking University Press,2001

12 Merat K, Chekan J A, Salarieh H, *et al*. Control of discrete time chaotic systems via combination of linear and nonlinear dynamic programming. Journal of Computational and Nonlinear Dynamics, 2015;10(1): 11008—11016

13 Naseradinmousavi P, Ashrafiuon H, Ayoubi M A. An adaptive centralized approach to control chaotic and hyperchaotic dynamics of smart valves network. Journal of Computational and Nonlinear Dynamics, 2018; 13(1): 11002—11005

14 Fang Y L, Shi Z K, Cao J L. Congestion phenomenon analysis and delayed-feedback control in a modified coupled map traffic flow model containing the velocity difference. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, 2015; 23(1—3): 175—184

Feedback Linearization Control of Highway Macroscopic Discrete Model

FANG Ya-ling[1], SHI Zhong-ke[2]
(College of Electrical and Power Engineering, Taiyuan University of Technology[1], Taiyuan 030024, China;
School of Automation, Northwest Polytechnical University[2], Xi'an 710129, China)

[**Abstract**] In automated highway system, the existence of chaotic behavior of the traffic system model is proved by calculating Lyapunov index and the Lyapunov dimension. In order to make the traffic flow stable and orderly, feedback linearization method is developed for the macroscopic traffic flow model. By LQR optimization control method, the chaotic orbit of the linearized system is stabilized to the desired target orbit, so as to achieve the stable and orderly. Simulation results show that the proposed method can stabilize the traffic density and speed to avoid traffic congestion.

[**Key words**] traffic flow　feedback linearization　automated highway system　discrete traffic flow model