第 18 卷　第 34 期　2018 年 12 月
1671—1815(2018)034-0001-10

科　学　技　术　与　工　程
Science Technology and Engineering

Vol. 18　No. 34　Dec. 2018
ⓒ　2018　Sci. Tech. Engrg.

引用格式:霍朝阳, 阮　征, 魏　鸣, 等. 雨滴谱 gamma 函数拟合方法的分析与评估[J]. 科学技术与工程, 2018, 18(34): 1—10
Huo Zhaoyang, Ruan Zheng, Wei Ming, et al. Analysis and evaluation of the fitting methods of gamma raindrop size distribution[J]. Science Technology and Engineering, 2018, 18(34): 1—10

天文学、地球科学

雨滴谱 gamma 函数拟合方法的分析与评估

霍朝阳[1,2]　阮　征[2*]　魏　鸣[1]　葛润生[2]　李　丰[2]　阮　悦[3]

(南京信息工程大学大气物理学院[1],南京 210044;中国气象科学研究院灾害天气国家重点实验室[2],北京 100081;福建省气象台[3],福州 350001)

摘　要　地面雨滴谱常呈现 gamma 分布,gamma 函数三个参数分布特征与降水云性质有关,采用不同拟合方法得到雨滴谱分布参数亦存在差异。利用 2016 年 6～7 月华南前汛期降水观测试验期间广东龙门地面 PARSIVEL 激光雨滴谱数据和相同地点的 C 波段调频连续波垂直探测雷达数据进行层状云及对流云分类,对地面雨滴谱数据按照 15 min 时长进行分组,得到了 102 组层状云降水样本和 64 组对流降水样本,开展降水雨滴谱 gamma 模型函数拟合方法的评估试验。对雨滴谱分布平均值特征曲线的代表性确认后,分别进行了非线性最小二乘法拟合以及多种阶矩法的拟合试验;使用地面实测数据与 gamma 拟合函数三个参数分别计算雨滴谱数浓度均方根误差、质量加权中值粒径的相对误差和降水强度的相对误差评估拟合结果。结果表明,使用非线性最小二乘法拟合效果最优。联合 2016 年 6 月 13 日调频连续波雷达探测一次降水过程不同阶段的地面雨滴谱特征,得到降水强度与 gamma 参数的相关关系,为降水云体垂直结构及降水微物理研究提供合理方法。

关键词　雨滴谱　gamma 分布　激光雨滴谱仪　C-FMCW 雷达

中图法分类号　P413.2⁺1;　　**文献标志码**　A

雨滴谱(rain drop size distribution, DSD)对于研究降水性质至关重要,通过雨滴谱信息可以清楚地认识降水的微物理机制并精确估测降水。多项研究发现在不同的气候类型、地形条件和降水类型下,雨滴谱显示不同的分布特征[1—5]。

早期对雨滴谱的测量方法主要是滤纸法,由获取的雨滴数、取样面积、取样时间及静止大气下落雨滴的降落速度计算出雨滴谱密度分布[6]。20 世纪 60 年代,研发了撞击型雨滴谱仪,根据雨滴撞击传感器的撞力来测量雨滴大小[7]。仪器实现了测量的自动化,但仍由取样面积、取样时间及静止大气下的雨滴下降末速度来计算雨滴谱,忽略了近地面大气运动对雨滴下降速度的影响,导致测量粒径大小的误差和雨滴谱密度分布的误差[8]。20 世纪 90 年代末,出现了以德国 OTT 公司的 PARSIVEL(particle size and velocity)激光谱仪为代表的新一代激光雨滴谱仪,既能测量下落过程中的粒子直径,同时也能获取粒子下落速度[9],目前被广泛应用于降水粒子谱的测量以及分析。二维视频雨滴谱仪(two dimensional video disdrometer)由两个相互垂直的方向对降落的雨滴进行水平扫描,可以获得雨滴扁平率,测量方式和数据分档与 PARSIVEL 类似。

虽然这些仪器实现了连续取样,但是仍然存在取样面积小、测量密度不等距的不足,单次探测的数据代表性有限。Jameson 等[10]在 1998 年提出雨滴谱密度分布是雨滴碰撞、凝结和破碎的综合作用结果,短时间内获取的雨滴分布有较大的随机性,使用 10～15 min 的雨滴数据来获得平均雨滴谱密度分布较为稳定和可靠,并可通过多次取样以降低降水过程的不稳定和降水雨滴谱仪采样面积较小所带来的误差。

由于不同粒径雨滴数量分布不均,地面雨滴数浓度呈现指数变化,不同粒径雨滴数浓度的差别甚至可以达到 5～6 个量级以上。采用不同的雨滴谱分布拟合分析方法,得到的降水的微物理特性存在差异,因此对雨滴谱分布拟合方法的研究非常必要。对雨滴谱分布的研究开始很早,通常是对降水雨滴谱浓度分布函数化,进而计算其他降水微物理参量。1948 年,Marshall 等[11]最早提出了雨滴谱的分布为指数形式,即 M-P 分布。之后,Ulbrich[12]提出使用三参数的 gamma 分布更能准确描述实际降水的雨滴谱密度分布。许多研究表明,gamma 分布具有普

2018 年 7 月 6 日收到　国家自然科学基金(41475029,41675029)和国家重点研发计划(2017YFC1501703)资助

第一作者简介:霍朝阳,硕士研究生。E-mail: 573211338@qq.com。
*通信作者简介:阮　征,研究员。E-mail: ruanz@cma.gov.cn。

适性,在层状云降水和积雨云、混合型降水中都能较理想的反映雨滴谱的实际分布。通过分析 gamma 分布三参数之间的关系,可以增加对降水微物理的认识。此外,降水参量的相互关系,对了解不同地区不同降水条件的雨滴谱特征也是十分有意义的。Ulbrich 等[13]提出 gamma 分布的同时,讨论了 N_0-μ 间的关系;Bringi 等[14]认为当中值直径 D_0 减小时,斜率参数 λ 会增大;Zhang 等[15]分析了佛罗里达州的降水雨滴谱数据认为 μ-λ 存在一定的二项式关系。

华南地区是中国雨量充沛的区域,年降水量大,暴雨次数多,雨季汛期长,旱涝灾害频发。每年的 4 ~9 月是华南的降水集中期,是中国雨季出现最早的阶段,西太平洋副热带高压、南海夏季风等都是影响华南夏季降水的重要因子。华南降水状况往往对中国雨带的移动的各地雨季发生情况具有影响,对中国夏季旱涝灾害有重要的预测价值。因此华南地区降水的研究不只是单个区域降水规律性的解读,更对气候、云雾降水等方面研究具有重要作用。针对华南地区降水的研究,中国先后实施完成了三个较大规模的观测与研究项目。第一个项目(1977 ~ 1982)开展了四次观测试验,第二个项目 HUAMEX 于 1998 年 5 ~6 月在广东、香港和福建开展观测试验,第三个项目 SCHeREX 于 2008、2009 年在华南和江淮开展了野外观测试验,这些项目和其他项目的实施揭示了华南前汛期暴雨的大尺度环流特征和天气尺度系统配置,南方暴雨的研究取得了丰富的成果。2013 年起在 WWRP 支持下,中国气象科学研究院利用发展的多种地基探测系统,将对暴雨的研究深入到降水云体内部,利用高时空分辨率云降水遥感探测资料,研究降水触发机制及演变过程,改进和提升华南雨季强降水定量预报水平。为加强云降水微物理过程认识,2016 年起在广东龙门建立云降水微物理研究超级观测站,在每年雨季联合多种地面及垂直探测系统开展连续观测,旨在加强对云降水垂直演变特征的认识。

使用 gamma 拟合获得雨滴谱密度分布三参数的方法有多种,不同的方法拟合结果往往存在差异,从而影响降水微物理研究的精确性。本文使用 2016 年夏季位于广东龙门(114.27° E,23.79° N,86 m)的 PARSIVEL 激光雨滴谱仪和 C 波段调频连续波雷达(C band frequency modulation continuous wave,C-FMCW)观测资料,分别对层状云和对流云进行了降水雨滴谱 gamma 分布函数的几种拟合方法——粒子数浓度的对数形式与粒径在半对数坐标中进行非线性最小二乘法拟合、多种阶矩法拟合的分析研究,提出了拟合效果评估方法,给出不同拟合方法的雨滴谱拟合效果评估,联合 C-FMCW 雷达获得的高时空分辨率的降水云体垂直结构观测数据,给出不同阶段降水过程的 gamma 拟合参数分布特征,为华南夏季降水的微物理研究提供可靠方法。

1 设备与观测资料

2016 年中国气象科学研究院在广东龙门组织了华南前汛期降水观测试验,目的在于获取云和降水云中粒子微物理过程垂直分布和演变特征。龙门位于 114.27 °E,23.79 °N,86 m,是广东北部暴雨中心。利用相同地点的 C-FMCW 降水云垂直探测数据进行降水云分类,使用 6 ~7 月 PARSIVEL 雨滴谱仪获取地面雨滴谱数据进行拟合方法的比较分析。

1.1 PARSIVEL 粒子谱仪

PARSIVEL 激光雨滴谱仪由德国 OTT 公司设计生产,该雨滴谱仪的架设高度距地 1.4 m,取样面积 54 cm^2(18 cm × 3.0 cm),采样间隔为 1 min,可同时测量降水粒子的粒子直径和落速,粒子直径和落速数据以 32 档量化输出。粒子直径的探测区间为0 ~ 25 mm,粒径档宽随着粒子直径的增大从 0.125 mm 增大至 0.125 mm。小于 0.2 mm 的 1、2 档由于信噪比低,可信度低,误差较大,测量数据被设置为空,适用于液态降水的粒径测量通道为 3 ~21(0.312 ~ 6 mm)。自然界中雨滴的下落速度一般小于 15 $m\cdot s^{-1}$,对应测速通道为 3 ~30(0.25 ~15.2 $m\cdot s^{-1}$)。

PARSIVEL 激光雨滴谱仪原始数据存在小粒子测速误差、大粒子形变误差和量化误差。使用 Battaglia[16]的方法对 PARSIVEL 激光雨滴谱仪原始数据进行了订正。如图 1 所示,质控后雨滴直径及测量速度的分布符合 Atlas 的粒子下落经验公式。

由于不同直径的雨滴下落末速度不同,即在取样时间 t 内,取样体积为 $v(D_i)St$,则测量粒子数浓度 $N(D_i)$ 表示为

$$N(D_i) = \frac{n(D_i)}{v(D_i)St} \tag{1}$$

式(1)中:$n(D_i)$ 为取样面积内通过的直径在 D_i ~ $D_i+\Delta D$ 间隔内的雨滴数;$v(D_i)$ 为粒子下落速度,$m\cdot s^{-1}$;t 为取样时间,s;S 为取样面积,m^2。

降水强度 R 可由式(2)得到:

$$R = \frac{6\pi}{10^4}\sum_{i=1}^{L} D_i^3 v_i N(D_i)\Delta D_i \tag{2}$$

在认识到雨滴谱密度分布服从正态分布后,Ulbrich 和 Atlas[13]在假设 $N(D)$ 服从 gamma 函数的条

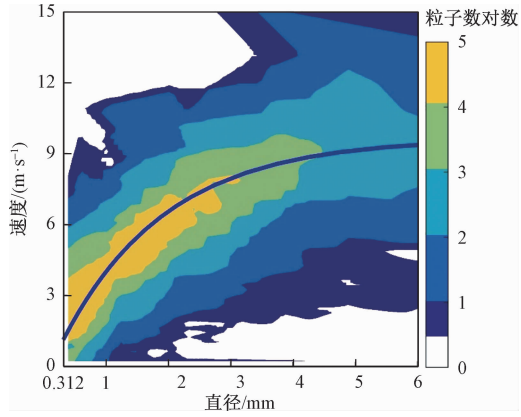


图 1　质控处理后雨滴谱粒径及下落速度分布

Fig. 1　Accumulated correction particle counts by size and fall speed for the entire measurement period

件下,提出利用 $N(D)$ 的矩量来估算 gamma 分布的三参数,n 阶矩量通常定义为

$$M_n = \int_0^{\infty} D^n N(D)\,\mathrm{d}D \tag{3}$$

式(3)中:M 矩的下标 n 表示阶数,为正整数。当 $n=0,3,4,6$ 时,其矩 M 分别与降水粒子数浓度、液态含水量、降水强度、雷达反射率因子有关。

质量加权中值粒径 D_m 是雨滴谱 4 阶矩和 3 阶矩的比值:

$$D_m = \frac{M_4}{M_3} = \frac{\sum_{i=1}^{L} N(D_i) D_i^4 \mathrm{d}D}{\sum_{i=1}^{L} N(D_i) D_i^3 \mathrm{d}D} \tag{4}$$

1.2　观测资料

C-FMCW 雷达垂直探测高度范围为 15 m ~ 15 km,龙门观测使用的探测模式距离分辨率为 30 m、垂直廓线获取时间间隔 2 ~ 3 s。对 C-FMCW 雷达数据垂直廓线进行了质控处理后,剔除廓线连续 5 个高度距离库中最大回波强度小于 10 dBZ 的非降水云廓线,联合地面雨滴谱观测数据,得到 2016 年 6 ~ 7 月共计有 48 次降水过程。考虑到雨滴谱仪取样面积的空间代表性较低,为保证数据的稳定性,将连续 15 min 的雨滴谱数据视为一个分析样本,超过 30 min 的持续降水过程拆分为多个样本,不足 15 min 的不参加分析,以此使分析样本具有一定的代表性。不同类型降水云雨滴谱特征差异较大,使用 C-FMCW 雷达探测数据进行降水云分类,具有零度层亮带结构特征的确定为层状降水云,连续 10 个距离库、持续时间超过 1 min 时空窗区内回波强度 $Z>35$ dBZ 确定为对流降水云,最后获得样本时长为 15 min 的降水雨滴谱样本 166 组,其中层状云降水样本 102 组、对流降水样本 64 组。

2　处理方法

2.1　数据代表性

研究考虑雨滴谱分布中不同粒径的数浓度呈现指数变化,对雨滴谱数据分析研究时,采用对数浓度进行对数变换后的半对数坐标进行拟合分析,研究试验的数据处理方法和函数拟合评估是基于半对数坐标进行。

对雨滴谱分布的函数拟合实际上是对谱分布特征曲线进行拟合,15 min 降水档位中各粒径区间降水雨滴数浓度变化很大,因此需要对在半对数坐标下采用哪种特征曲线可以更为真实地代表雨滴谱分布进行比较评估。

对雨滴全谱粒径各档上数浓度计算了平均值、最大频数值和中值,得到雨滴谱分布的特征曲线,并对三条特征曲线的代表性进行评估,计算各粒径档位上平均值、最大频数值和中值与实际雨滴数浓度的均方根误差,得到全部粒子谱分布的平均均方根误差:

$$\overline{RMSE} = \frac{1}{L}\sum_{i=1}^{L}\sqrt{\frac{\sum_{p=1}^{q}\left[N_i - N(D)_p\right]^2}{q}} \tag{5}$$

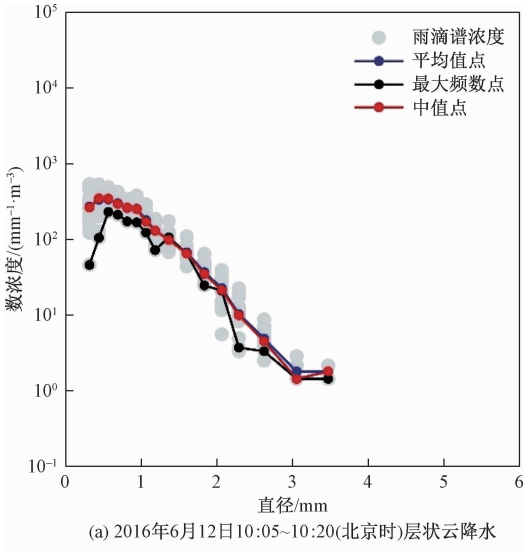
式(5)中:下标 i 表示粒径档位序号,L 为总粒径档位数;p 为该档位下雨滴数浓度序号,q 为该档位下雨滴数浓度总数;N_i 为该粒径档位下的平均数浓度、最大频数数浓度或中值数浓度。图 2 为 2016 年 6 月 12 日层状云降水样本和 2016 年 6 月 14 日对流降水样本雨滴谱分布及三种特征曲线不难看出,平均值和中值曲线在两类降水云中的代表效果接近,优于最大频数代表性。

使用三种特征曲线与实测雨滴谱的均方根误差对特征曲线代表性进行评估,表 1 给出全部层状云与对流云样本的评估结果。可以看出,平均值和中值的均方根误差明显优于最大频数值的均方根误差,平均值法与中值法的代表性结果相当。考虑到平均值作为雨滴谱浓度分布 gamma 拟合的物理意义较为清晰,使用平均值作为最优拟合选择给出雨滴谱分布特征曲线,进而对此特征曲线形成函数表达。

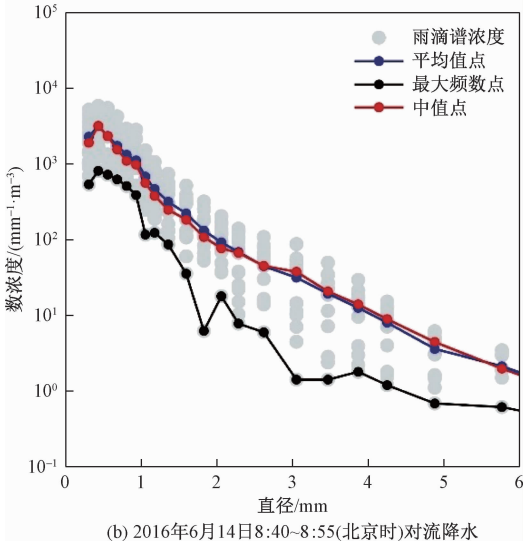
表 1　雨滴数浓度平均值、最大频数值、中值的均方根误差

Table 1　Root-mean square error of mean, maximum of probability and median of particle number concentration

降水类型	样本组数	平均值	最大频数值	中值
层状云降水	102	0.15	0.25	0.15
强对流降水	64	0.23	0.48	0.23



(a) 2016年6月12日10:05~10:20(北京时)层状云降水



(b) 2016年6月14日8:40~8:55(北京时)对流降水

图 2 雨滴谱分布及平均值、最大频数值、中值特征曲线

Fig. 2 Characteristic curve of mean, maximum of probability and median of particle number concentration

2.2 雨滴谱浓度分布的 gamma 拟合方法

雨滴谱分布定义为单位体积内雨滴数目随雨滴粒径大小分布,使用 gamma 函数三参数对雨滴谱分布特性进行描述,通常采用最小二乘法和阶矩法两种方法计算 gamma 函数三个参数。gamma 函数表示为

$$N(D)\Delta D = N_0 D^{\mu}\exp(-\lambda D)\Delta D \tag{6}$$

式(6)中:N_0 为截距参数,$m^{-3}\cdot mm^{-\mu-1}$,和降水粒子的总体数浓度有关;λ 为斜率参数,mm^{-1},直接反映降水过程大粒子和小粒子的分布变化,λ 越小,雨滴谱分布越平稳,大粒子数目越多,λ 越大,雨滴谱分部越不平稳;μ 是形状因子,反映拟合曲线的形状,当 $\mu>0$ 时曲线向上弯曲,$\mu<0$ 时曲线向下弯曲,当 $\mu=0$ 时,即 M-P 函数分布。

2.2.1 非线性最小二乘法

非线性最小二乘法是将数浓度的对数值与粒径在半对数坐标中拟合使得拟合值与观测值差值平方最小来寻找最佳拟合函数的方法。首先将 gamma 分布函数两边取对数将转化为

$$\ln N(D) = \ln N_0 + \mu\ln D - \lambda D \tag{7}$$

后使拟合值与观测值差值平方最小来寻找最佳匹配函数,令:

$$S(\ln N_0,\mu,\lambda) = \sum_{i=1}^{n}[\ln N_0 + \mu\ln D_i - \lambda D_i - \ln N(D_i)]^2 \tag{8}$$

式(8)最小时,即可以获得 gamma 拟合参数。

2.2.2 阶矩法拟合

已提到可以利用 $N(D)$ 的矩量来估算 gamma 分布的三参数。n 阶矩量可进一步表示为

$$M_n = \int_0^{\infty} D^n N(D)\,\mathrm{d}D = N_0\Lambda^{-(\mu+n+1)}\Gamma(\mu+n+1) \tag{9}$$

在 gamma 分布中每个矩量由三个分布参数决定,所以求 gamma 分布的三个参数同样需要三个矩量。郑娇恒等[17]使用不同的矩量组合估算并评估了 gamma 拟合结果,认为采用中间阶矩比低阶矩和高阶矩计算的谱参数效果更好。濮江平等[18]采用 3/4/6 阶矩量计算 gamma 分布三参数。李淘等[19]采用 2/4/6 阶矩量计算 gamma 分布三参数。

分别采用 0/1/2 阶、2/3/4 阶、2/4/6 阶、3/4/6 阶和 4/5/6 阶的阶矩法计算层云降水和对流降水雨滴谱参数,与其他拟合方法进行评估。

3 拟合方法的评估

为了比较几种方法计算 gamma 函数对实测雨滴谱分布的描述真实性,分别选择一个层状降水和对流降水个例进行分析,然后分别给出 102 组层状降水样本和 64 组对流降水样本评估结果。

3.1 评估方法

对雨滴谱分布的拟合方法研究较多,但对拟合效果的评估检验的研究开展较少,使用不同方法得到的拟合参数构造雨滴谱拟合曲线,分别计算拟合曲线与实际雨滴数浓度的均方根误差及质量加权中值粒径 D_m,降水强度 R 的相对误差,对拟合结果进行评估。

雨滴谱数浓度均方根误差的计算公式为

$$RMSE = \frac{1}{L}\sum_{i=1}^{L}\sqrt{\frac{\sum_{p=1}^{q}[N'(D_i) - N(D_i)_p]^2}{q}} \tag{10}$$

式(10)中:$N'(D_i)$ 为拟合曲线在该档位下雨滴数

浓度,$N(D_i)$为各单个样本在该档位下雨滴数浓度。

质量加权中值粒径 D_m 的相对误差 σ_1 可表示为

$$\sigma_1 = \frac{D'_m - D_m}{D_m} \tag{11}$$

式(11)中:D'_m通过 gamma 拟合参数计算得到,D_m 由实际雨滴谱分布计算得到。

降水强度 R 的相对误差 σ_2 可表示为

$$\sigma_2 = \frac{R' - R}{R} \tag{12}$$

式(12)中:R'通过 gamma 拟合参数计算得到,R 由实际雨滴谱分布计算得到。

3.2　评估结果

3.2.1　层状云降水

图 3 为 2016 年 6 月 12 日 10:05 ~ 10:20(CST)的层状云降水的雨滴谱分布及拟合曲线图。图 3 表明非线性最小二乘法拟合整体表现都较好;对于阶矩法,整体上存在较为明显的高估。其中 0/1/2 阶在 3 mm 以下粒子区拟合结果偏大,在 3 mm 以上粒子区,拟合结果偏小;其余各阶的阶矩法均在 3.5 mm粒子区附近与真实雨滴谱数浓度点接近,小粒子区整体高估。

表 2 给出 102 组层状云降水样本不同拟合方法评估结果,可以看到非线性最小二乘法拟合的拟合效果最好,数浓度 $N(D_i)$、D_m、R 的误差系数均最小,分别为只有 0.062、0.021 和 0.053;阶距法中不同阶数拟合的误差结果相对接近,数浓度 $N(D_i)$均方根误差在 0.72 附近,D_m 相对误差为 -0.11附近,存在一定的低估,降水强度相对误差为 1.48 附近,误差偏大,高估明显。

表 2　层状云降水 gamma 拟合方法评估结果

Table 2　Assessment result of gamma fitting methods of stratiform cloud precipitation

拟合方法		$RMSE[N(D_i)]$	$\sigma_1(D_m)$	$\sigma_2(R)$
非线性最小二乘法		0.062	0.021	0.053
阶距法	0/1/2	0.737	-0.143	1.431
	2/3/4	0.725	-0.117	1.495
	2/4/6	0.729	-0.116	1.484
	3/4/6	0.736	-0.119	1.480
	4/5/6	0.714	-0.111	1.482

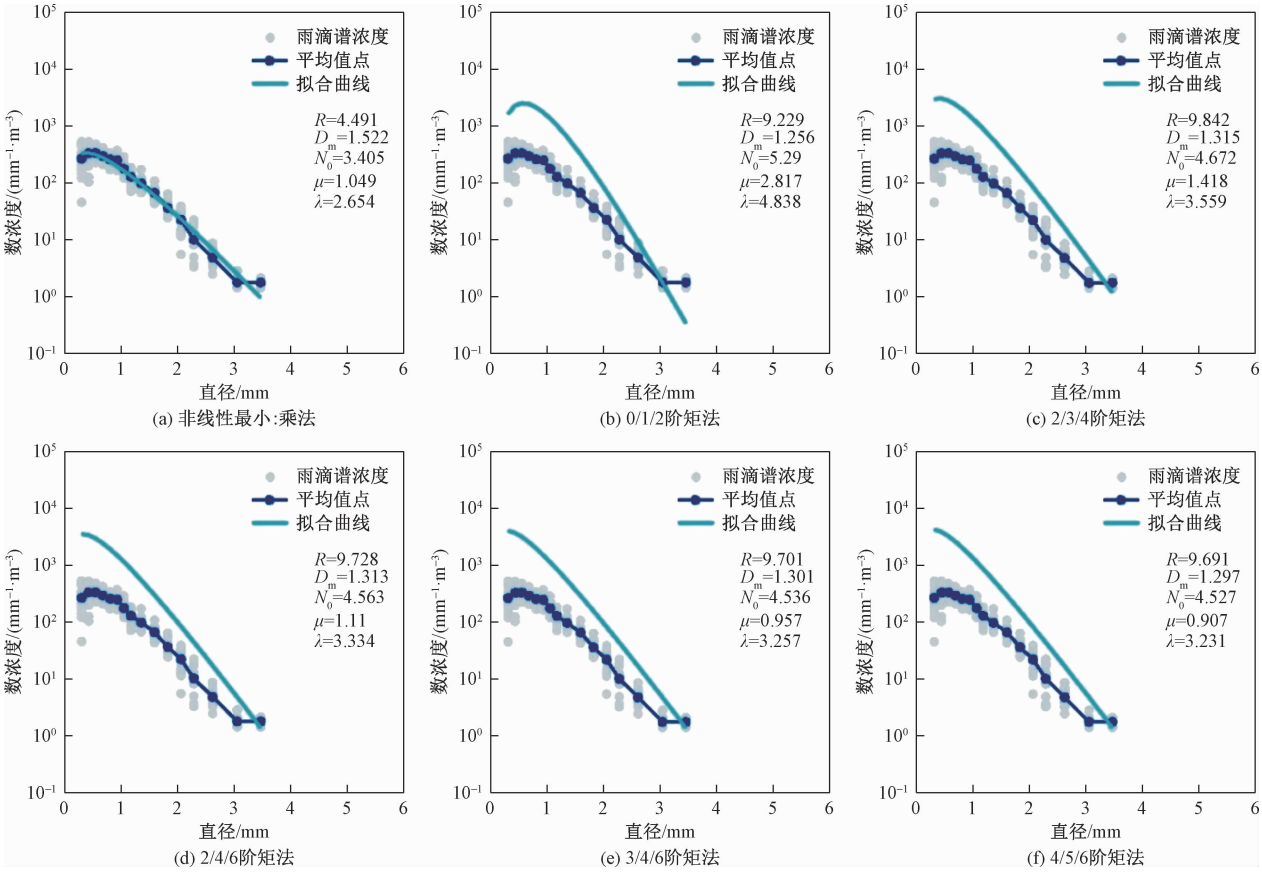


图 3　层状云降水不同 gamma 拟合方法拟合曲线

Fig. 3　Gamma fitting curve of stratiform cloud precipitation with different gamma fitting methods

3.2.2　对流降水

2016 年 6 月 14 日 8:40 ~ 8:55(CST)对流降水样本的拟合曲线见图 4。在对流降水条件下,非线性最小二乘法拟合对雨滴谱分布在大滴、小滴部分的描述都表现良好;阶距法中,0/1/2 阶在 2.8 mm 以下小粒子区存在高估,但在 2.8 mm 以上区域拟合偏小,其他阶距法均表现为整体高估,但随着粒径的增大,高估逐渐减弱。

表 3 为 62 组对流降水样本不同拟合方法评估结果,其中非线性最小二乘法拟合的拟合误差最小,数浓度 $N(D_i)$、D_m、R 的误差系数分别为 0.153、0.013 和 0.063;阶矩法中,0/1/2 阶阶距法数浓度拟合误差最大,达到 1.238,但是 D_m 和 R 的误差相较其他阶距法较小,其原因是小粒子的高估和大粒子的低估对 D_m 和雨强 R 的影响会有部分抵消。其余阶数组合的阶距法误差系数相对稳定,数浓度均方根误差位于 0.8 附近,D_m 相对误差约为 -0.18,R 的相对误差约为 0.90 附近。

表 3　深厚对流降水 gamma 拟合方法评估结果

Table 3　Assessment result of gamma fitting methods of convective cloud precipitation

拟合方法		$RMSE[N(D_i)]$	$\sigma_1(D_m)$	$\sigma_2(R)$
非线性最小二乘法		0.153	0.013	0.063
阶距法	0/1/2	1.238	-0.262	0.663
	2/3/4	0.797	-0.178	0.919
	2/4/6	0.794	-0.176	0.902
	3/4/6	0.821	-0.185	0.893
	4/5/6	0.882	-0.171	0.853

3.3　拟合结果分析

对于 102 组层状降水云样本的试验结果表明,对数坐标系下的非线性最小二乘法拟合对大小粒子区的拟合效果较为均衡,均表现最好。

阶矩法的优点在于各阶矩量与雨滴谱参数有一定的对应关系,但是拟合效果低于非线性最小二乘法。其中 0/1/2 阶拟合在 3 mm 以下小粒子区存在高估,在 3 mm 以上的粒子区转变为低估,由于层云降水的降水粒子直径主要存在于 3 mm 以下,因此拟合结果对整体降水情况的反映是高估的。其余阶距法的拟合效果较为相似,在整个层云降水的粒径区间上存在高估。同时,阶距法拟合对质量加权中值粒径 D_m 和降水强度 R 的反演也表现出较大误差,由于粒径越小,数浓度的高估越为明显,因此导致了 D_m 反演结果的偏小。而整体区间上数浓度的高估亦导致了降水强度 R 反演结果的明显偏大。

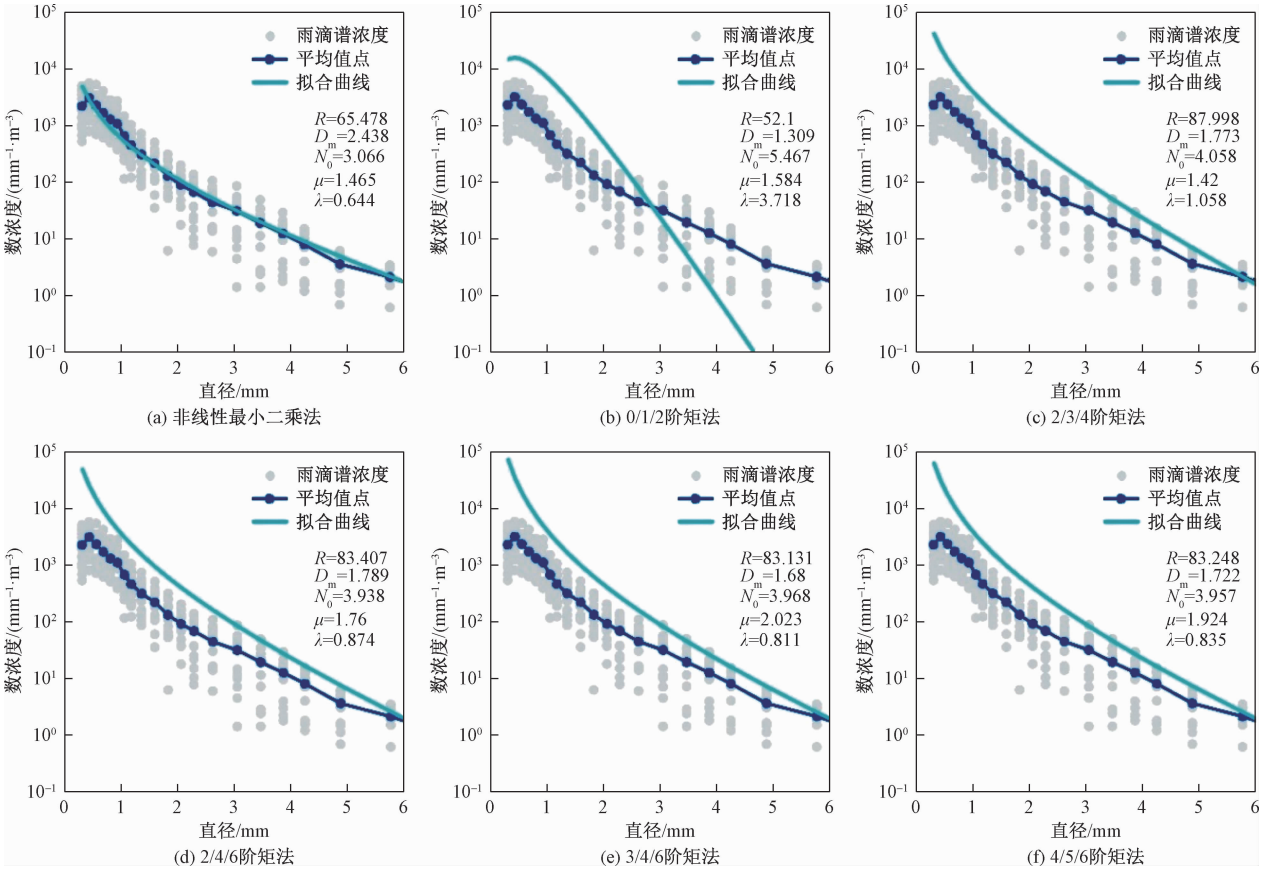


图 4　对流降水 gamma 拟合方法拟合曲线

Fig. 4　Fitted curve of convective cloud precipitation with gamma fitting method

在对流降水中,大粒子区的拟合效果往往对雷达定量估测对流降水精度影响最大。陈宝君等[20]1998 年研究发现沈阳地区积雨云中直径小于 1 mm 的雨滴数占了总雨滴数的 90.1%,但是对雨强的贡献只有 7%。柳臣中等[21]2015 年发现成都地区对流云降水中直径大于 1 mm 的雨滴占了总雨滴数的 12.02%,但是却贡献了总降水量的 89.5%。

对于 62 组对流样本的试验结果,非线性最小二乘法拟合曲线和真实雨滴谱浓度分布较为一致,三个评估误差参数均最小。阶矩法拟合曲线效果与层状云降水评估结论类似,其中 0/1/2 阶拟合曲线在 2.8 mm 之前存在高估,但在 2.8 mm 之后拟合曲线低于真实数浓度;从反演的结果来看,0/1/2 阶反演降水强度 R 较其余阶距法误差较小,但是数浓度 $N(D_i)$ 和质量加权中值粒径 D_m 的误差较大。

总之,阶矩法对雨滴谱浓度分布的描述误差较大,原因是阶矩法的实质是通过矩量使得雨滴谱浓度分布拟合模式化,并不能准确代表真实的降水雨滴谱状况。非线性最小二乘法拟合方法在层云和对流降水的拟合效果均表现良好。

4　一次过程的降水云雨滴谱分布特征

选取发生在 2016 年 6 月 13 日的一次降水过程,该降水云体形成于 02:00(CST),结束于 07:30(CST)共经历 330 min。降水时段划分与雨滴谱拟合曲线见图 5,四个拟合时段在 C-FMCW 雷达回波

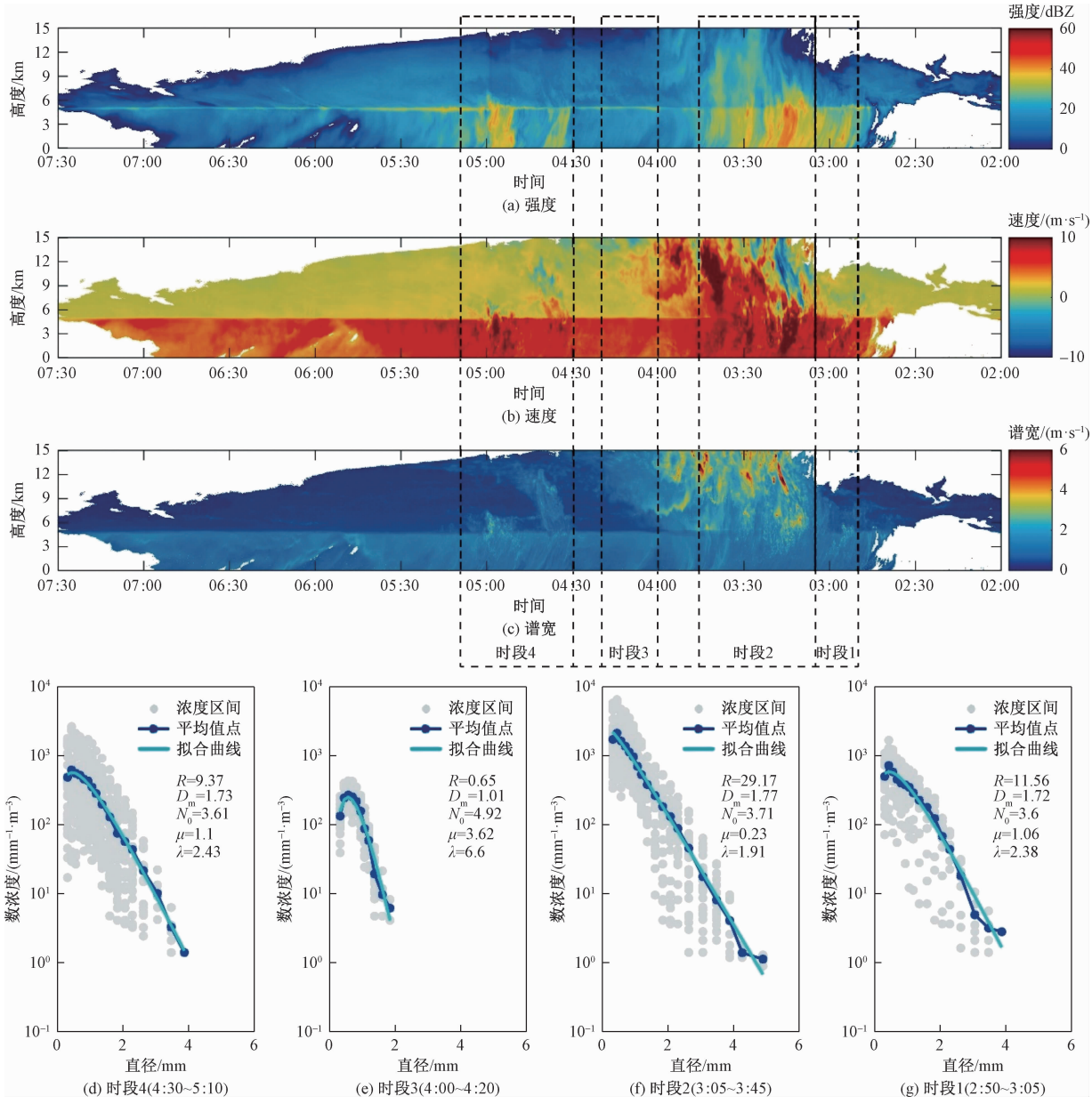


图 5　2016 年 6 月 13 日降水过程分段拟合结果

Fig. 5　Sectionf fitting results of the precipitation on June 13, 2016

图上对应的区域用红色实线标出。图 5(a)为 C-FMCW雷达探测回波强度,给出经过测站上空的对流云体垂直结构随时间的变化,图 5(b)为 C-FMCW 雷达径向速度时序图(径向速度向下为正),给出雷达探测对流云中径向速度随时间变化,图 5(c)为速度谱宽。根据 C-FMCW 雷达探测降水云垂直结构特征,将降水过程分为四个阶段。第一个阶段是强降水发生前期,对应时间为 02:50 ~ 03:05,该阶段虽然存在较为明显的亮度层亮带,但亮带之下的回波强度依然较强,从回波强度中可见零度层亮带位于5 km 附近,融化层厚度约为1 km, 与稳定层云相比,此阶段融化层之下的云体分布呈现不完全均匀分布;第二阶段为强对流阶段,对应时间为 03:05 ~ 03:45,雷达回波中呈现出了典型的对流降水云垂直结构特征,对流云在高度的垂直演变和时间上都表现为快速变化特征,20 dBZ 回波顶高可以达到 15 km高度,最大回波强度可达 50 dBZ 以上,表示云体内对流过程发展极为旺盛;第三阶段为对流衰亡阶段,时间为 04:00 ~ 04:20,与对流前期的亮带结构相比,亮带强度及之下的回波强度均呈现明显减小且分布均匀,径向速度也相对较小;第四阶段为零度层亮带中出现小对流扰动,小的对流单体冲破零度层亮带,为混合降水阶段,对应时间 04:30 ~ 05:10。

表 4 给出四个时段 gamma 函数三个拟合参数及质量加权中值粒径和降水强度。截距参数 N_0 方面,第三阶段衰亡阶段的层云降水表现出最大的 N_0 值,并且随着降水强度的增加,N_0 逐渐减小;形状因子 μ 随降水强度的增大而减小,稳定层云阶段的 μ 值最大为 3.620,之后为混和降水阶段 1.098,对流扰动阶段 1.060,强对流期 0.231,μ 的减小表示拟合曲线向上弯曲的曲率减小。斜率参数 λ 反映了降水过程中大粒子和小粒子分布变化,呈现出与 μ 相似的规律性,随着降水强度增大,λ 增大,说明大粒子数量增多使得雨滴谱分布越平稳,稳定层云阶段以 6.601 mm^{-1}最大,强对流阶段为 1.906 mm^{-1},混合阶段和对流扰动阶段位于二者之间。在强对流降水阶段,降水粒子的粒径分布更为宽广,大粒子较多,D_m 达到 1.769 mm,降水强度为 29.168 mm·h^{-1};稳定层云降水粒子 D_m 只有 1.008 mm,降水强度为 0.649 mm·h^{-1},混合降水阶段和对流扰动阶段位于二者之间。

表 4 2016 年 6 月 13 日降水各时段 gamma 拟合参数

Table 4 Gamma fitting parameters in different time of the precipitation on June 13, 2016

阶段	降水时间	$\lg N_0$	μ	λ/mm^{-1}	D_m/mm	R/(mm·h^{-1})
1	02:50 ~ 03:05	3.602	1.060	2.380	1.724	11.556
2	03:05 ~ 03:45	3.713	0.231	1.906	1.769	29.168
3	04:00 ~ 04:20	4.918	3.620	6.601	1.008	0.649
4	04:30 ~ 05:10	3.611	1.098	2.429	1.726	9.369

5 结论

利用 PARSIVEL 激光雨滴谱仪和 C-FMCW 雷达 2016 年夏季在广东龙门的观测资料,根据降水云体的垂直结构特征,分别对 102 组层状降水样本和 62 组对流降水样本,评估了雨滴谱不同拟合方法的拟合效果,得出以下结论。

(1)根据雨滴谱分布呈现指数变化特性,分析了雨滴谱数据在半对数坐标下的平均值、最大频数值、中值对雨滴数浓度分布的代表性,与实际数浓度的均方根误差评估结果表明,基于平均值的特征曲线在半对数坐标系下对雨滴谱分布特征的描述效果最优。

(2)提出使用雨滴数浓度的均方根误差 *RMSE* 及质量加权中值粒径 D_m,降水强度 R 的相对误差 σ_1、σ_2 三个参数对雨滴谱拟合的非线性最小二乘法和五种阶矩法的拟合效果进行评估,对全部样本 102 组层云降水和 62 组对流降水评估结果表明非线性最小二乘法对于不同降水的雨滴谱拟合具有普适性。

(3)阶矩法通过矩量模型形成雨滴谱参数,虽然不同矩量与降水微物理参数存在一定相关性,但是反演结果不能准确代表真实降水的雨滴谱情况。同一种阶矩法的 D_m 和 R 的反演结果上甚至表现不同,大、小粒子区拟合的结果会对整体反演结果存在影响。

(4)联合 C-FMCW 雷达降水云垂直结构特征,分析华南前汛期一次降水过程的对流前期层云、对流鼎盛、对流后期稳定层云和混合降水四种不同性质降水云地面滴谱特征,结果表明随着降水强度的增加,gamma 三参数均呈现减小的整体趋势。

通过对雨滴谱 gamma 拟合多种方法的比较,讨论了不同拟合方法针对不同降水微物理参量的反演结果,对改进雨滴谱精确反演具有显著意义。结合 C-FMCW 雷达对降水系统垂直结构的精细反映,获得了对复杂降水过程进行精确到分钟的降水类型分辨能力。较之传统对一次降水过程进行单一的分类及混合型降水难以进行分钟量级的降水情况细分,提出的方法在精确反演降水方面得到很大的提高。对日后不同降水类型 gamma 拟合参数比较、雷达精确反演降水量提供方法。

参 考 文 献

1 Tang Q, Xiao H, Guo C, *et al*. Characteristics of the raindrop size distributions and their retrieved polarimetric radar parameters in northern and southern China. Atmospheric Research, 2014; 135—136: 59—75

2 韩颂雨, 魏　鸣, 张　蕾. 飑线回波结构与环境风垂直切变的关系. 科学技术与工程, 2016; 16(8): 18—26
Han Songyu, Wei Ming, Zhang Lei. Relationship between the structure of squall line and environment wind vertical shear. Science Technology and Engineering, 2016; 16(8): 18—26

3 姚晓娟, 魏　鸣, 杜爱军, 等. 偏振雷达参量对融化层回波的探测敏感性分析. 科学技术与工程, 2016; 16(21): 150—156
Yao Xiaojuan, Wei Ming, Du Aijun, *et al*. The detection sensitivity analysis of dual polarization radar parameters for melting layer. Science Technology and Engineering, 2016; 16(21): 150—156

4 Wen L, Zhao K, Zhang G, *et al*. Statistical characteristics of raindrop size distributions observed in east China during the Asian summer monsoon season using 2-D video disdrometer and micro rain radar data. Journal of Geophysical Research Atmospheres, 2016; 121: 2265—2282

5 陈浩然, 谭涌波, 杨　忆, 等. 不同冰核核化过程对雷暴云微物理过程和降水的影响. 科学技术与工程, 2016; 16(8): 8—17
Chen Haoran, Tan Yongbo, Yang Yi, *et al*. Impact on precipitation and microphysical process in thunder cloud under different ice nucleation process. Science Technology and Engineering, 2016; 16(8): 8—17

6 Waldvogel J. A spectrograph for automatic measurement of rainfalls. Pure and Applied Geophysics, 1967; 68: 240—246

7 张培昌. 雷达气象学. 北京: 气象出版社, 2001
Zhang Peichang. Radar meteorology. Beijing: Meteorological Press, 2001

8 Tokay A, Wolff D B, Wolff K R, *et al*. Rain gauge and disdrometer measurements during the keys area microphysics project (KAMP). Journal of Atmospheric & Oceanic Technology, 2002; 20: 1460—1477

9 Löfflermang M, Joss J. An optical disdrometer for measuring size and velocity of hydrometeors. Journal of Atmospheric & Oceanic Technology, 2000; 17(2): 130—139

10 Jameson A R, Kostinski A B. Fluctuation properties of precipitation. Part II: Reconsideration of the meaning and measurement of raindrop size distributions. Journal of the Atmospheric Sciences, 1996; 55: 283—294

11 Marshall J S, Palmer W M K. The distribution of raindrops with size. Journal of Meteorology, 1948; 5(4): 165—166

12 Ulbrich C W. Natural variations in the analytical form of the raindrop size distribution. Journal of Climate and Applied Meteorology, 1983; 22(10): 1764—1775

13 Ulbrich C W, Atlas D. Rainfall microphysics and radar properties: Analysis methods for drop size spectra. Journal of Applied Meteorology, 1998; 37(9): 912—923

14 Bringi V N, Chandrasekar V, Hubbert J, *et al*. Raindrop size distribution in different climatic regimes from disdrometer and dual-polarized radar analysis. Journal of the Atmospheric Sciences, 2003; 60(2): 354—365

15 Zhang G, Vivekanandan J, Brandes E A, *et al*. The shape slope relation in observed gamma raindrop size distributions: Statistical error or useful information? Journal of Atmospheric & Oceanic Technology, 2003; 20(8): 1106—1119

16 Battaglia A, Rustemeier E, Tokay A, *et al*. PARSIVEL snow observations: A critical assessment. Journal of Atmospheric & Oceanic Technology, 2010; 27(2): 333—344

17 郑娇恒, 陈宝君. 雨滴谱分布函数的选择: M-P 和 Gamma 分布的对比研究. 气象科学, 2007; 27(1): 17—25
Zheng Jiaoheng, Chen Baojun. Comparative study of exponential and gamma functional fits to observed raindrop size distribution. Scientia Meteorologica Sinica, 2007; 27(1): 17—25

18 濮江平, 张　伟, 姜爱军, 等. 利用激光降水粒子谱仪研究雨滴谱分布特性. 气象科学, 2010; 30(5): 701—707
Pu Jiangping, Zhang Wei, Jiang Aijun, *et al*. Characteristics of gamma raindrop size distribution based on the precipitation particle spectrometer. Scientia Meteorologica Sinica, 2010; 30(5): 701—707

19 李　淘, 阮　征, 葛润生, 等. 激光雨滴谱仪测速误差对雨滴谱分布的影响. 应用气象学报, 2016; 27(1): 25—34
Li Tao, Ruan Zheng, Ge Runsheng, *et al*. Impacts of raindrop velocity measurement error on raindrop size distribution estimation from PARSIVEL disdrometer. Journal of Applied Meteorological Science, 2016; 27(1): 25—34

20 陈宝君, 李子华, 刘吉成, 等. 三类降水云雨滴谱分布模式. 气象学报, 1998; 56(4): 506—512
Chen Baojun, Li Zihua, Liu Jicheng, *et al*. Model of raindrop size distribution in three types of precipitation. Scientia Meteorologica Sinica, 1998; 56(4): 506—512

21 柳臣中, 周筠珺, 谷　娟, 等. 成都地区雨滴谱特征. 应用气象学报, 2015; 26(1): 112—121
Liu Chenzhong, Zhou Yunjun, Gu Juan, *et al*. Characteristics of raindrop size distribution in Chengdu. Journal of Applied Meteorological Science, 2015; 26(1): 112—121

Analysis and Evaluation of the Fitting Methods of Gamma Raindrop Size Distribution

HUO Zhao-yang[1,2], RUAN Zheng[2*], WEI Ming[1], GE Run-sheng[2], LI Feng[2], RUAN Yue[3]

(School of Atmospheric Physics, Nanjing University of Information Science & Technology[1], Nanjing 210044, China;
State Key Lab of Severe Weather, Chinese Academy of Meteorological Sciences[2], Beijing 100081, China;
Fujian Meteorological Observatory[3], Fuzhou 350001, China)

[**Abstract**] Ground raindrop size distribution (DSD) tend to present the gamma function distribution. The distribution of three parameters of gamma function is related to the nature of precipitation cloud, and also have differences by using different fitting methods. Using the vertical detection data and DSD data obtained from C-band Frequency Modulated Continuous Wave radar (C-FMCW) and PARSIVEL precipitation particle spectrometer from June to July 2016 in Longmen Guangdong, analysis the different function fitting methods for gamma DSD in 102 stratiform cloud specimens and 62 convective clouds specimens and every specimen consists by 15 min data. After confirming the average curve is representative of the raindrop size distribution, different fitting methods had been used for experiments, the nonlinear least square fitting and moment fitting methods. Using root mean square error of raindrop spectrum concentration, the relative error of volume-weighted mean diameter and rainfall rate to evaluate fitting results. The results show that the nonlinear least square method is the best. Combined with C-FMCW radar, ground raindrop spectrum characteristics at different stages of a precipitation process on June 13, 2016 were detected. The correlation between precipitation intensity and gamma parameters is obtained, which provides a reasonable method for the study of vertical structure of precipitation cloud and precipitation microphysics.

[**Key words**] raindrop size distribution gamma distribution precipitation particle spectrometer C-FMCW radar