第 18 卷　第 34 期　2018 年 12 月
1671—1815(2018)034-0236-06

科　学　技　术　与　工　程
Science Technology and Engineering

Vol. 18　No. 34　Dec. 2018
ⓒ 2018　Sci. Tech. Engrg.

引用格式:胡远迁, 张　全, 牛小骥. 基于一阶高斯-马尔科夫模型的 IMU 零偏相关时间对 GNSS/INS 组合导航结果的影响[J]. 科学技术与工程, 2018, 18(34): 236—241

Hu Yuanqian, Zhang Quan, Niu Xiaoji. Effects of IMU bias correlation time on GNSS/INS integrated navigation results based on the first order Gauss-Markov model[J]. Science Technology and Engineering, 2018, 18(34): 236—241

航空、航天

基于一阶高斯-马尔科夫模型的 IMU 零偏相关时间对 GNSS/INS 组合导航结果的影响

胡远迁　张　全　牛小骥*

(武汉大学卫星导航定位技术研究中心,武汉 430079)

摘　要　GNSS(global navigation satellite system)/INS(inertial navigation system)组合导航中,Kalman 滤波的最优估计性能受状态模型及其参数设定影响。IMU(inertial measurement unit)的零偏和比例因子误差通常建模为一阶高斯-马尔科夫过程,而模型中的相关时间参数比较难以获得且影响不明确。因此,以 IMU 零偏模型为例,通过仿真低中高三种不同精度等级的 IMU 数据,并对比仿真 GNSS 中断内的导航漂移误差,研究了相关时间参数对 GNSS/INS 组合导航结果的影响。结果表明:当相关时间参数接近其真值时,组合导航结果在总体上趋于最优表现;中高等级 IMU 的加速度计零偏相关时间的影响相对较大;但总体来说,相关时间对组合导航结果影响较弱。该研究成果可为后续 IMU 误差模型的参数设定和优化策略设计提供一定的实验依据和研究基础。

关键词　GNSS/INS　一阶高斯-马尔科夫模型　相关时间　数据仿真

中图法分类号　V249.32;　　**文献标志码**　A

在 GNSS(global navigation satellite system)/INS(inertial navigation system)组合导航算法设计中,通常将陀螺和加速度计的器件误差增广至 Kalman 滤波状态向量中以实现对其在线估计[1,2]。这一部分增广状态量常被建模为一阶高斯-马尔科夫过程,并且需要设定标准差和相关时间两个参数[3]。其中,相关时间比较难以获得,同时其影响也比较不明确。以零偏建模为例,经典的方法是在静态测试 Allan 方差曲线中辨识出一阶高斯-马尔科夫过程并提取相应参数。从理论上说,IMU(inertial measurement unit)的静态 Allan 方差曲线表现了陀螺和加速度计的静态误差在不同时间尺度上的变化水平(不稳定度)[4],也可以理解为是由一系列不同相关时间的一阶高斯-马尔科夫过程所组成。限于计算量和可观性的因素,GNSS/INS 组合导航算法中不可能对这一系列零偏进行增广状态估计,只能选择其中一种进行建模和估计,这就需要考虑应选取哪个相关时间的零偏进行建模。而当 IMU 零偏的一阶高斯-马尔科夫过程相关时间确定了之后,相应的标准差可根据 Allan 方差曲线上对应于相关时间的 Allan 方差值来设定,并做精调以期获得最优的零偏估计效果和组合导航精度。但在实践中(尤其是中低等级 IMU),IMU 零偏误差往往被淹没在噪声和其他误差中[5,6],从 Allan 方差曲线上难以识别,更无法提取有效参数,所以目前人们只能根据经验给出估计的参数。

基于实测数据的分析结果表明组合导航结果对零偏模型中的相关时间参数并不敏感,即相关时间的调整并不能显著影响组合导航结果。基于此,本文采用误差环境更为纯净的仿真数据,在仿真低中高三种不同精度等级 IMU 的条件下,分别调整算法模型中的陀螺和加速度计零偏相关时间,通过对比仿真 GNSS 中断内的导航漂移误差,分析和验证 IMU 零偏模型中相关时间参数对组合导航结果的影响,以期为 IMU 误差模型的参数设定和优化策略设计提供依据。

2018 年 5 月 31 日收到　　国家自然科学基金(41604020)、中国博士后科学基金(2015M582275)和中国博士后科学基金(2016T90729)资助

第一作者简介:胡远迁(1995—),男,湖南常德人,硕士研究生。研究方向:GNSS/INS 组合导航及其仿真。E-mail:994371994@qq.com。

*通信作者简介:牛小骥(1973—),男,陕西西安人,教授。研究方向:GNSS/INS 深组合、多传感器组合导航和微机械(MEMS)惯性导航。E-mail:xjniu@whu.edu.cn。

1　IMU 零偏模型

1.1　一阶高斯-马尔科夫过程

一阶高斯-马尔科夫过程符合大多数物理过程且有一个相对简单的数学描述,常用于随时间变化缓慢的 IMU 误差建模,如零偏和比例因子。连续型一阶高斯-马尔科夫过程满足[7—9]:

$$\dot{x}(t) = -\frac{1}{\tau}x(t) + w(t) \tag{1}$$

式(1)中:$x(t)$为误差状态量;τ 为相关时间;$w(t)$为驱动白噪声。其驱动白噪声的方差强度 q 为

$$q = 2\sigma^2/\tau \tag{2}$$

式(2)中:σ 和 τ 分别为一阶高斯-马尔科夫过程的标准差和相关时间。一阶高斯-马尔科夫过程的离散化模型为

$$x_{k+1} = \mathrm{e}^{-\Delta t_{k+1}/\tau}x_k + w_k \tag{3}$$

式(3)中:x_k、x_{k+1}为分别对应于离散时刻 t_k、t_{k+1}的误差状态量;Δt_{k+1}为离散时刻 t_k 与 t_{k+1}之间的时间间隔;w_k 为离散化驱动白噪声。离散化驱动白噪声的方差强度 q_k 为

$$q_k = \sigma^2(1 - \mathrm{e}^{\Delta t_{k+1}/\tau}) \tag{4}$$

一阶高斯-马尔科夫过程需要 σ 和 τ 两个参数来描述。σ 影响着它的变化幅度大小(即 σ 越大,一阶高斯-马尔可夫过程偏离均值的变化幅度就越大);τ 是指影响当前时刻的过去时段的长度,反映了它对过去信息的记忆深度。相关时间越小,一阶高斯-马尔科夫过程越趋近于白噪声表现(变化频繁);而相关时间越大,越趋近于随机游走表现(变化缓慢)。相关时间影响待估信息的在线估计能力,相关时间太短表明待估信息变化较为频繁,以致无法利用现有观测信息进行准确估计;相关时间太长表明待估信息变化较为缓慢,虽然可以估计,但是对于较短时间的数据处理而言意义不是很大。因此,研究 IMU 误差模型中相关时间设置的影响对于实现 IMU 误差在线估计的准确性和可靠性具有一定的数据处理指导意义。

1.2　确定零偏相关时间的依据

从理论上来说,通常需要根据零偏估计的需求和能力两方面来确定零偏模型中的相关时间[10—12]。首先,考虑零偏估计的需求,即根据相应的 GNSS/INS 组合导航应用场景中需要估计哪个时间尺度的零偏并做在线补偿。例如,车载导航需要惯性导航系统(INS)独立推算几分钟以穿过几公里长的隧道;舰船匀速巡航时航向不可观,需要航向陀螺独立推算几小时以保持航向精度[4]。为此,IMU 在相应时间尺度上的零偏变化就需要估计和补偿,即按照组合导航应用场景中需要惯性导航系统独立推算的典型时间长度来设定零偏模型中的相关时间。其次,考虑组合导航算法对 IMU 零偏估计的能力,即根据应用载体的典型运动条件下能够估计出的零偏的时间尺度来设定相关时间。例如,大吨位船载导航的载体动态很微弱,短时间内很难准确估计出 IMU 零偏误差,需要累积较长时间的 GNSS 观测信息来使零偏估计收敛,这样也能提高零偏估计的准确性进而优化组合导航的结果。

对于零偏估计需求和能力的考虑需要兼顾和折衷。实质上,零偏模型中的相关时间决定了组合导航 Kalman 滤波算法中对零偏估计的记忆深度,设定时应该权衡积累历史信息(长相关时间)和及时反映当前变化(短相关时间)的矛盾和折中。

当然,相关时间的设定还和 IMU 的等级密切相关,对于高精度 IMU,由于其短时稳定性非常高,没有必要对短时间内的误差变化进行估计补偿;由于其零偏误差很小,需要长时间的 GNSS 观测数据才能够积累出足够的估计精度。因此,高精度 IMU 的相关时间应该设得足够长,低精度的则相反。图 1 给出了在建模为一阶高斯-马尔科夫过程的零偏模型中确定相关时间需要考虑的依据。

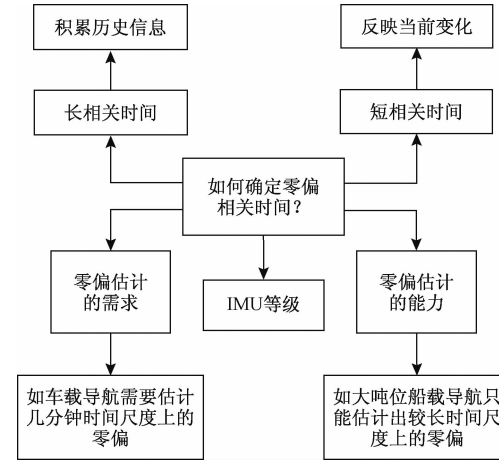

图 1　确定零偏相关时间的依据

Fig. 1　Basis for determining the bias correlation time

2　数据仿真条件

2.1　仿真轨迹

仿真主要针对平面运动,仿真轨迹的设计参考典型的城市车载测试场景[7],并结合多组高精度实测数据提取了其中最主要的轨迹参数(如转弯角速度等)。

仿真轨迹由两个长约 3 km、宽约 2 km 圆角矩形两角相接拼成(图 2),载体沿轨迹行驶方向如环形箭头所示。设计载体行驶的线速度大小:巡航

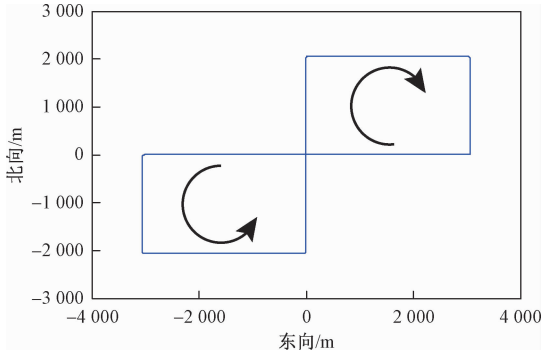

图 2 仿真轨迹

Fig. 2 Simulation trajectory

14 m/s(约 50 km/h),转弯 7 m/s(约 25 km/h);90°转弯过程中角速度大小呈类梯形变化,其峰值约为 15 (°)/s,整个转弯过程在 7.5 s 内完成;进入转弯前有历时 5 s,平均加速度大小为 1.4 m/s,实际加速度呈类梯形变化的减速过程,结束转弯后有对称的加速过程(图 3)。仿真测试过程中基本涵盖常见的车载载体机动(如匀速直行、转弯、加减速等机动)。

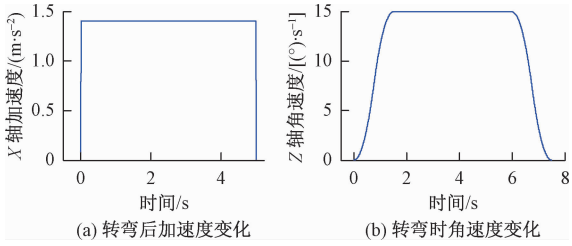

图 3 加速度和角速度设计示例

Fig. 3 Examples of acceleration and angular velocity design

2.2 仿真参数

IMU 数据和 GPS 数据的仿真采样率分别为 200 Hz 和 1 Hz,仿真时间约为 2 h,初始参数设置如下:纬度、经度、高程分别为 50.431°E、−4.11°N、140 m,初始速度为 0,初始姿态角及 IMU 安装角均为 0°,天线杆臂设为 0。

系统性能参数配置包括陀螺和加速度计的白噪声、零偏、比例因子,以及 GNSS 位置和速度的白噪声参数等。仿真了低中高三种不同等级的 IMU 数据,其性能指标参数如表 1 所示。另外,仿真低等级 IMU 的陀螺零偏常值误差给定 300 (°)/h,加表零偏常值误差给定 2 000 mGal,中高等级 IMU 的陀螺和加表零偏常值误差均给 0。仿真 GNSS 定位模式为实时动态相对定位(real time kinematic, RTK)模式。

3 仿真分析

模拟低、中、高三种不同精度等级 IMU 的数据各仿真了三组,各组仿真数据真实的陀螺和加速度计零偏相关时间均为 360 s。根据相关时间真值与仿真数据时长两方面确定的一组相关时间参数的调整方案为 4、12、40、120、360、1 200、3 600、7 200。组合导航处理时分别对陀螺和加速度计零偏的相关时间参数进行调整(即固定一方参数为真实值,调整另一方参数数值),探究两者相关时间变化对组合导航结果的影响。

表 1 仿真 IMU 性能参数

Table 1 Simulation performance parameters of IMU

传感器	误差参数	低等级	中等级	高等级
陀螺	零偏稳定性/[(°)·h^{-1}]	8	0.75	0.005
	比例因子/10^{-6}	500	300	10
	白噪声/[(°)·h$^{-1/2}$]	0.26	0.1	0.002 2
加速度计	零偏稳定性/mGal	200	1 000	25
	比例因子/10^{-6}	500	300	10
	白噪声/(m·s^{-1}·h$^{-1/2}$)	0.03	0.003	0.000 75

仿真分析时给出部分不同相关时间的零偏估计结果,并统计每组数据 30 个仿真 GNSS 信号中断(每个中断时长 60 s,间隔 180 s)期间的水平位置漂移误差的均方根(root mean square,RMS),考虑到仿真主要针对平面运动,因此仿真分析时也以水平位置漂移为主,以此来评估不同相关时间参数对组合导航精度的影响。

3.1 陀螺零偏相关时间的影响

由于仿真中 Z 轴陀螺的运动变化信息更为丰富,更能反映零偏模型的在线估计能力,图 4 以一组低等级 IMU 仿真数据为例,给出了在不同的相关时间条件下 Z 轴陀螺零偏的估计曲线。从图 4 中可以看出,当相关时间为 4 s 时,相关时间显然过短,利用观测信息不足以估计出零偏;后随着相关时间的增加,估计曲线的整体幅度表现为先增大再逐渐减小。

图 5(a)给出了三种不同等级惯性导航系统在 GNSS 信号中断下水平位置漂移误差的统计值(RMS),图 5(b)是对高等级惯性导航系统仿真实验结果的放大。从图 5 可以看到,低等级仿真的三条位置误差曲线取值范围比较接近,基本都保持在

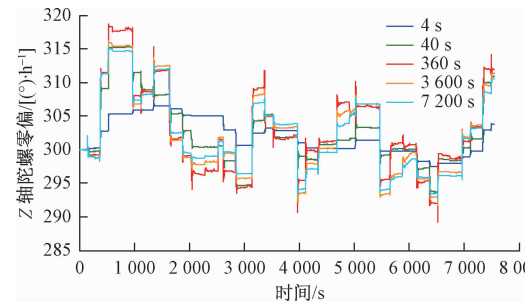

图 4 Z 轴陀螺零偏估计曲线

Fig. 4 Z-axis gyro bias estimation curves

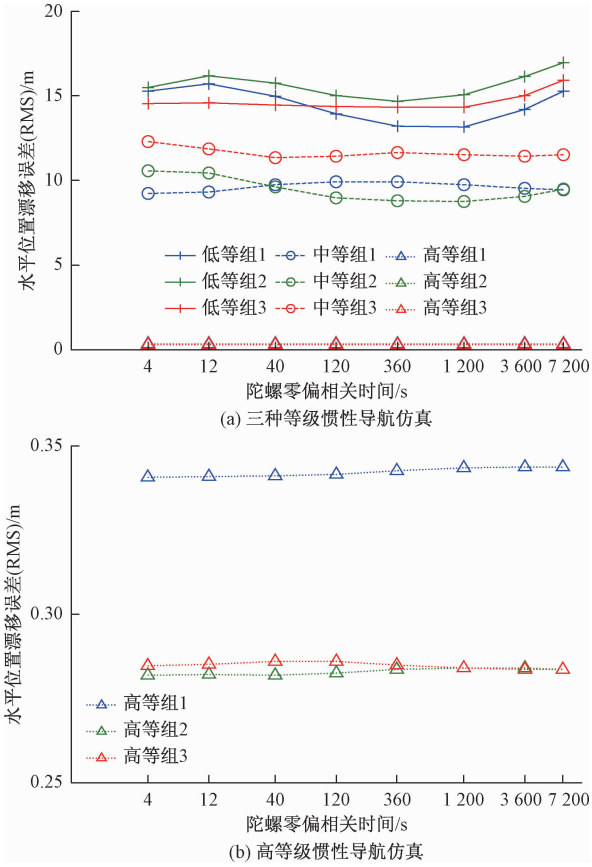

图 5　不同陀螺零偏相关时间的 GNSS 中断内水平位置漂移误差统计值(RMS)

Fig. 5　Statistics (RMS) of horizontal position drifts at GNSS outages of different gyroscope bias correlation time

13 ~ 17 m 之间,变化幅度大致在 2 m 左右。三条曲线有相似的整体变化趋势,随着相关时间从 4 s 开始增大,均表现为先略增加,再慢慢减小,在相关时间 360 ~ 1 200 s 这一段附近达到最小值,然后又逐渐增大,在 12 或 7 200 s 时取得最大值。中等级仿真的三条位置误差曲线其变化趋势稍有区别,但变化幅度基本相近,均保持在 1 ~ 2 m,相关时间的影响幅度仍比较小。而对于高等级惯性导航系统而言,相关时间的影响幅度则更是微乎其微,从图 5 中基本看不出由相关时间引起的误差变化。

表 2 是与图 5 对应的统计表,定量给出了各组水平位置漂移误差的最大值、最小值、极差(最大值与最小值之差)及变化幅度(极差与最大值之比)。可以看到,对于中低等级惯性导航系统,相关时间带来的误差变化幅度只有 10% 上下的水平;而对于高等级惯性导航系统,误差的极差相对于其本身而言更低了两个数量级。由此可见,陀螺零偏相关时间的影响相对于误差本身所处的数值水平来说并不大,相关时间调整并没有改变组合导航精度水平。

表 2　陀螺零偏相关时间对 GNSS 中断内水平位置漂移误差影响的统计结果

Table 2　Statistical results of effects of gyroscope bias correlation time on horizontal position drifts at GNSS outages

仿真精度与组别		漂移误差(RMS) 最大值/m	最大值相关时间/s	最小值/m	最小值相关时间/s	极差/m	变化幅度/%
低	1	15.706	12	13.163	1 200	2.543	16.19
	2	16.962	7 200	14.662	360	2.300	13.56
	3	15.922	7 200	14.306	360	1.616	10.15
	平均	16.917		14.044		2.153	13.30
中	1	9.933	120	9.233	4	0.700	7.05
	2	10.574	4	8.764	1 200	1.810	17.12
	3	12.277	4	11.336	40	0.941	7.66
	平均	10.928		9.778		1.150	10.61
高	1	0.344	7 200	0.341	4	0.003	0.87
	2	0.284	1 200	0.282	40	0.002	0.70
	3	0.286	40	0.283	7 200	0.003	1.05
	平均	0.305		0.302		0.003	0.87

3.2　加速度计零偏相关时间的影响

因为 X 轴加速度计输入的运动变化信息相对丰富,能反映零偏模型的在线估计能力,图 6 以一组低等级 IMU 仿真数据为例,给出了在不同的相关时间条件下 X 轴加速度计零偏的估计曲线。可以看出,相关时间愈小,估计曲线的整体变化趋势会愈粗糙;愈大则愈平滑。

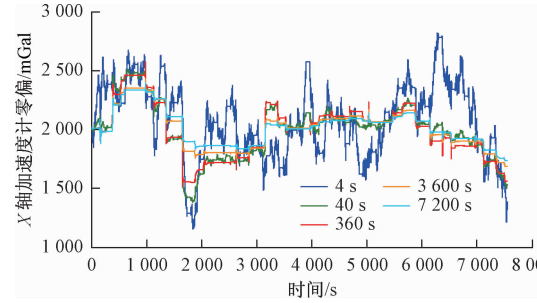

图 6　X 轴加速度计零偏估计曲线

Fig. 6　X-axis accelerometer bias estimation curves

图 7(a)是三种不同等级惯性导航系统在 GNSS 信号中断下的水平位置漂移误差的统计值(RMS),图 7(b)是对高等级惯性导航系统仿真实验结果的放大。表 3 是图 7 对应的统计表。就误差曲线的变化趋势来看,对于低等级惯性导航系统,水平位置漂移误差在相关时间 4 ~ 40 s 的区间内有明显减小,但之后随着相关时间的增大变化不再明显。中高惯性导航系统的情况大致相似,基本都在比较接近相关时间真值的区间内取得最小值,而在相关时间参数过小或过大时取得最大值。低等级惯性导航系统的误差曲线变化幅度大概在 0.5 ~ 1.5 m 左右,相比

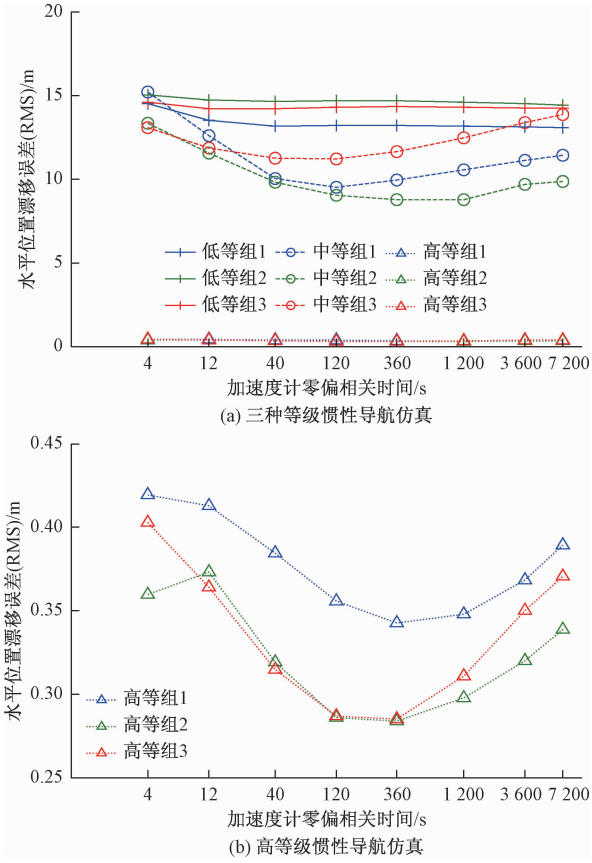

图 7 不同加速度计零偏相关时间的 GNSS 中断内水平位置漂移误差统计值(RMS)

Fig. 7 Statistics (RMS) of horizontal position drifts at GNSS outages of different accelerometer bias correlation time

表 3 加速度计零偏相关时间对 GNSS 中断内水平位置漂移误差影响的统计结果

Table 3 Statistical results of effects of accelerometer bias correlation time on horizontal position drifts at GNSS outages

仿真精度与组别		漂移误差(RMS) 最大值/m	最大值相关时间/s	最小值/m	最小值相关时间/s	极差/m	变化幅度/%
低	1	14.491	4	13.067	7 200	1.424	9.83
	2	15.026	4	14.434	7 200	0.592	3.94
	3	14.594	4	14.175	40	0.419	2.87
	平均	14.704		13.892		0.812	5.55
中	1	15.190	4	9.515	120	5.675	37.36
	2	13.318	4	8.770	360	4.548	34.15
	3	13.848	7 200	11.206	120	2.642	19.08
	平均	14.119		9.830		4.288	30.20
高	1	0.419	4	0.343	360	0.076	18.14
	2	0.373	12	0.284	360	0.089	23.86
	3	0.403	4	0.285	360	0.118	29.28
	平均	0.398		0.304		0.094	23.76

误差本身的数值,这个幅度体现出的相关时间的影响很小。而相关时间的调整对中高等级惯性导航系统的误差曲线带来的变化幅度则相对较大,达到了误差最大值的 20% ~30%,说明对中高等级 IMU,如果加速度计零偏相关时间参数选取合适,对导航精度水平可能会有小幅的改善效果,但仍然没有带来精度水平上的变化。

4 结论

针对 GNSS/INS 组合导航中建模为一阶高斯-马尔科夫过程的 IMU 零偏估计中相关时间参数难以确定的问题,开展了相关时间对导航结果的影响分析。首先,阐述了确定相关时间所需考虑的因素,即零偏估计的需求和能力。然后利用仿真数据,通过零偏估计曲线的表现以及 GNSS 信号中断内水平位置漂移误差的统计值(RMS)比较,分别对陀螺和加速度计零偏相关时间的影响进行了实验分析,得到以下结论。

(1)当零偏相关时间参数接近其真值时,组合导航结果在总体上趋于最优表现。

(2)对中高等级 IMU,加速度计零偏相关时间设得接近真值会给组合导航结果带来相对较大的小幅改善。

(3)总体来说,相关时间对组合导航结果影响较弱,在基于一阶高斯-马尔科夫过程对 IMU 误差建模的组合导航算法中,一般可不必将其作为参数优化的主要考虑因素。

对 IMU 零偏模型中相关时间对组合导航结果的影响进行了仿真分析验证,也为后续 IMU 误差模型的参数设定和优化策略设计提供了一定的实验依据和研究基础。

参 考 文 献

1 秦永元, 张洪钺, 汪淑华. 卡尔曼滤波与组合导航原理. 3 版. 西安: 西北工业大学出版社, 2015
Qin Yongyuan, Zhang Hongyue, Wang Shuhua. Principles of Kalman filter and integrated navigation. 3rd ed. Xi'an: Northwestern Polytechnical University Press, 2015

2 吴 云. 最优估计与假设检验理论及其在 GNSS 中的应用. 北京: 科学出版社, 2015
Wu Yun. The theory of optimal estimation and hypothesis testing and its application in GNSS. Beijing: Science Press, 2015

3 张时东. 捷联惯性导航系统惯性器件误差建模与仿真技术. 长沙: 国防科学技术大学, 2013
Zhang Shidong. Strap-down inertial navigation system sensor error model and simulation technology. Changsha: National University of Defense Technology, 2013

4 Ei-Sheimy N, Hou H Y, Niu X J. Analysis and modeling of inertial sensors using Allan variance. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2008; 57(1): 140—149

5 David H T, John L W. 捷联惯性导航技术. 2 版. 张天光,王秀萍,王丽霞,等,译. 北京: 国防工业出版社, 2007

David H T, John L W. Strapdown inertial navigation technology. 2nd ed. Zhang Tianguang, Wang Xiuping, Wang Lixia, *et al*, translated. Beijing: National Defense Industry Press, 2007

6 秦永元. 惯性导航. 北京: 科学出版社, 2014
Qin Yongyuan. Inertial navigation. Beijing: Science Press, 2014

7 张　全. GNSS/INS 组合导航短期精度的分析方法及应用研究. 武汉: 武汉大学, 2015
Zhang Quan. Research on analysis methodology and applications of short-term accuracy of GNSS/INS integration. Wuhan: Wuhan University, 2015

8 Shin E H. Estimation techniques for low-cost inertial navigation. Calgary: University of Calgary, 2005

9 Maybeck P S. Stochastic models, estimation, and control. New York: Academic Press, 1979

10 Groves P D. GNSS 与惯性及多传感器组合导航系统原理. 2 版. 练军想,唐康华,潘献飞,等,译. 北京: 国防工业出版社, 2015
Groves P D. Principles of GNSS, inertial, and multisensors integrated navigation system. 2nd ed. Lian Junxiang, Tang Kanghua, Pan Xianfei, *et al*, translated. Beijing: National Defense Industry Press, 2015

11 Zhang Q, Niu X J, Zhang H P, *et al*. Algorithm improvement of the low-end GNSS/INS system for land vehicles navigation. Mathematical Problems in Engineering, 2013: 435286

12 Shin E H. Accuracy improvement of low cost INS/GPS for land applications. Calgary: University of Calgary, 2001

Effects of IMU Bias Correlation Time on GNSS/INS Integrated Navigation Results Based on the First Order Gauss-Markov Model

HU Yuan-qian, ZHANG Quan, NIU Xiao-ji*
(GNSS Research Center, Wuhan University, Wuhan 430079, China)

[**Abstract**] In global navigation satellite system (GNSS)/inertial navigation system (INS) integrated navigation, the optimal estimation performance of Kalman filtering is affected by state models and their parameter setting. The bias and scale factor of inertial measurement unit (IMU) are usually modeled as the first order Gauss-Markov process, while in which the correlation time parameter is difficult to obtain and its effects are not yet clear. Therefore, taking the IMU bias model as an example, effects of the correlation time parameter on GNSS/INS integrated navigation results were studied by simulating three different grades of IMU data and comparing the navigation drifts at GNSS outages. The results showed that when the correlation time parameter approaches its true value, the integrated navigation results tend to the best performance as a whole; correlation time of the accelerometer bias in middle and high grade IMUs has a relatively large effect; but in general, correlation time has a weak effect on the integrated navigation results. The research results can subsequently provide some experimental basis and research foundation for the parameter setting and optimization strategy design of IMU error models.

[**Key words**] GNSS/INS　first order Gauss-Markov model　correlation time　data simulation