

引用格式:于 辉. 基于薄板理论的首采工作面基本顶来压步距数值研究[J]. 科学技术与工程, 2018, 18(21): 195—199

Yu Hui. Numerical investigation on the basic roof weighting step of the first mining face based on thin plate theory[J]. Science Technology and Engineering, 2018, 18(21): 195—199

## 矿冶工程

# 基于薄板理论的首采工作面基本顶 来压步距数值研究

于 辉

(山东理工大学资源与环境工程学院, 矿山工程技术研究所, 岩土工程数值仿真研究中心, 淄博 255000)

**摘要** 基本顶破断对工作面来压具有重要影响。为了研究首采工作面的基本顶破断机理, 根据顶板发生初次破断和周期性破断时的边界条件, 分别建立了四边固支、三边固支一边简支的顶板薄板力学模型。利用伽辽金法对薄板模型进行力学计算, 对工作面顶板破断时基本顶岩层的应力分布特征与破断机理进行了分析。通过极限破断准则得出顶板破断位置与来压步距。结果表明: 工作面基本顶破断与上覆岩层载荷、工作面长度、推进距离、岩层厚度、泊松比等因素有关, 与板的弹性模量无关。现场观测顶板来压步距与理论计算结果较吻合, 可为首采工作面来压预报提供依据。

**关键词** 首采工作面 顶板破断 薄板模型 理论计算

**中图法分类号** TD322.1; **文献标志码** A

在煤矿井下生产中, 随着工作面推进采空区悬露面积将逐步增加; 当达到某一极限值时将发生顶板破断造成工作面来压, 严重时发生顶板剧烈下沉、支架载荷急剧增加、工作面冒顶等灾害事故。掌握首采工作面顶板破断和来压规律, 对于指导工作面安全生产具有重要意义。对于工作面基本顶岩层结构, 可采用采场薄板矿压理论分析其稳定性; 即将顶板岩层视为薄板结构, 建立不同边界条件的弹性薄板力学模型, 从而用理论计算方法定量地确定基本顶的来压步距和破断位置, 指导现场工作面开采实践活动。

国内外专家学者对薄板矿压理论进行了许多开创性的研究, 钱鸣高等研究了各种不同支撑条件下老顶岩层的初次破断形式<sup>[1]</sup>。何富连等<sup>[2]</sup>建立了适应于采煤工作面老顶破断分析的力学模型。贾喜荣等<sup>[3]</sup>得出了工作面基本顶发生初次断裂和周期性断裂的步距计算式。唐晓玲<sup>[4]</sup>根据最大拉应力强度理论建立顶板初次及周期来压步距的计算式。张益东<sup>[5]</sup>对大倾角仰(俯)采采场顶板破断的薄板模型进行了分析。王红卫<sup>[6,7]</sup>应用数值模拟得到来压时工作面中部

岩板首先发生破断。其他学者<sup>[8—11]</sup>也做了大量的研究发现, 不再一一赘述。

## 1 基本顶薄板模型力学分析

### 1.1 薄板模型的适用条件

如果板的厚度远小于板的宽度和长度, 根据薄板理论, 可将板视作薄板结构, 当板的厚宽比  $h/b = 1/5$  时, 采用薄板模型进行力学分析完全满足工程精度要求。本文以内蒙古六家煤矿 SⅡ S16-9 首采工作面基本顶为例, 工作面长度为 160 m, 实测周期来压步距为 20 m 左右, 厚度约为 3 m, 其厚宽比小于 1/5, 因此可采用薄板理论建立基本顶的力学模型。

### 1.2 模型的建立

首采工作面自切眼开始推进的基本顶力学模型如图 1(a)所示, 上部采空区侧顶板由煤柱支撑, 六家矿工作面遗留煤柱宽度一般为 5 m, 煤柱处于塑性破坏状态, 因此视为简支边界, 其余为固支边界, 工作面基本顶为三边固支一边简支板结构, 顶板受均布载荷  $q$  作用。

首采工作面基本顶初次断裂后随工作面推进发生周期性破断的力学模型如图 1(b)所示, 工作面后方为采空区破断岩块形成的三铰拱结构, 视为简支边界, 工作面基本顶为两邻边固支两邻边简支板结构, 顶板受均布载荷  $q$  作用。

2017 年 08 月 16 日收到

国家自然科学基金青年科学基金(51604169)和山东省自然科学基金(ZR2015EL016)资助  
作者简介: 于 辉(1989—), 男, 山东潍坊人, 博士, 讲师。研究方向: 地下空间及巷道围岩控制。E-mail: yuhuizyx@163.com

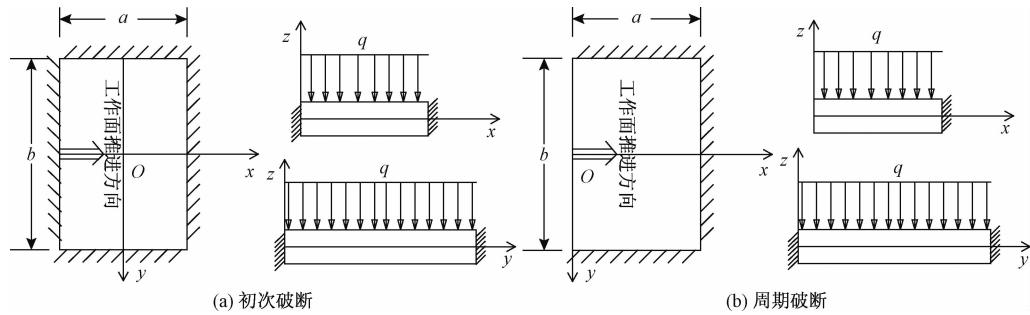


图 1 首采工作面基本顶破断力学模型

Fig. 1 The basic roof breaking mechanical model of the first mining face

## 2 顶板模型分析

### 2.1 工作面基本顶初次破断力学模型分析

首采工作面初次破断前为四边固支板结构,其边界条件如下:

$$\text{当 } x = \pm \frac{a}{2} \text{ 时, } w = 0, \frac{\partial w}{\partial x} = 0;$$

$$\text{当 } y = \pm \frac{b}{2} \text{ 时, } w = 0, \frac{\partial w}{\partial y} = 0.$$

由边界条件,可假设挠度函数为

$$w = C \left( x^2 - \frac{a^2}{4} \right)^2 \left( y^2 - \frac{b^2}{4} \right)^2 \quad (1)$$

根据伽辽金法,可得出四边固支板在均布载荷下的挠曲面方程:

$$w = \frac{49q}{8(7a^4 + 4a^2b^2 + 7b^4)D} \left( x^2 - \frac{a^2}{4} \right)^2 \left( y^2 - \frac{b^2}{4} \right)^2 \quad (2)$$

由式(2)可得板内任一点的弯矩值:

$$\begin{cases} M_x = -D \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + v \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) = -\frac{7q}{2(a^4 + b^4 + \frac{4}{7}a^2b^2)} \times \\ \left[ \left( y^2 - \frac{b^2}{4} \right)^2 \left( 3x^2 - \frac{a^2}{4} \right) + v \left( x^2 - \frac{a^2}{4} \right)^2 \left( 3y^2 - \frac{b^2}{4} \right) \right] \\ M_y = -D \left( \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + v \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) = -\frac{7q}{2(a^4 + b^4 + \frac{4}{7}a^2b^2)} \times \\ \left[ \left( x^2 - \frac{a^2}{4} \right)^2 \left( 3y^2 - \frac{b^2}{4} \right) + v \left( y^2 - \frac{b^2}{4} \right)^2 \left( 3x^2 - \frac{a^2}{4} \right) \right] \end{cases} \quad (3)$$

根据式(3)可求得固支板四边的弯矩值,并进一步求导,可求得在长固边  $x = \pm \frac{a}{2}$  上。弯矩峰值位置为  $y = 0$ ,即长固边中点处。在短固边  $y = \pm \frac{b}{2}$  上,弯矩峰值位置为  $x = 0$ ,即短固边中点处。

长固边和短固边上的弯矩峰值分别为

$$\begin{cases} M_x \Big|_{x=\frac{a}{2}, y=0} = -\frac{7q}{64(a^4 + b^4 + \frac{4}{7}a^2b^2)} a^2b^4 \\ M_y \Big|_{x=0, y=\frac{b}{2}} = -\frac{7q}{64(a^4 + b^4 + \frac{4}{7}a^2b^2)} a^4b^2 \end{cases} \quad (4)$$

由式(4)可以看出,最大弯矩与矩形板的长宽比  $a/b$ 、载荷  $q$  有关。在不同的长宽比,即不同工作面推进距离条件下,顶板沿工作面倾向和走向的固支边上的弯矩峰值如图 2 所示。

由图 2 可以看出,而且长边中点的弯矩大于短边中点的弯矩,说明四边固支板最易在长边中点处发生断裂,也就是顶板最容易在工作面中部破断,与现场矿压监测情况较为相符。而工作面

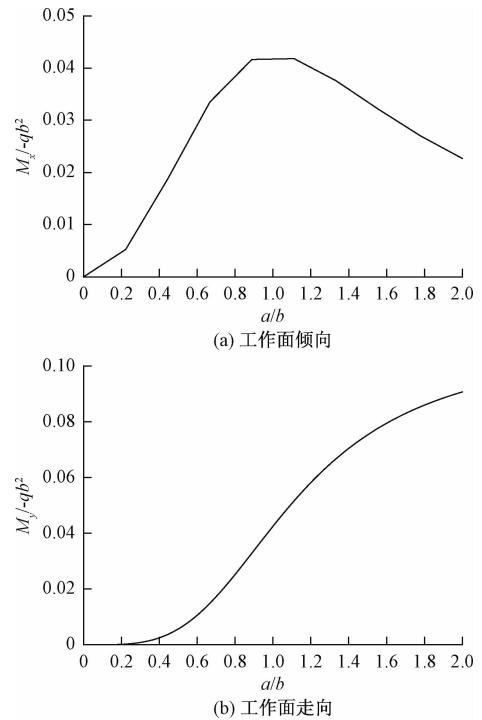


图 2 不同推进距离四边固支板固支边弯矩峰值变化曲线

Fig. 2 Peak bending moment curve of fixed edge of four-side fixed plate with different propulsion distance

推进距离与工作面长度相等时,顶板内弯矩达到最大值。

## 2.2 工作面基本顶周期破断力学模型分析

首采工作面周期破断模型为三边固支一边简支板结构,分析思路与顶板初次破断时一致,由于篇幅有限,详细推导计算及分析过程不再给出。其边界条件为

$$\text{当 } x = a \text{ 时}, w = 0, \frac{\partial w}{\partial x} = 0;$$

$$\text{当 } x = 0 \text{ 时}, w = 0, \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0;$$

$$\text{当 } y = \pm \frac{b}{2} \text{ 时}, w = 0, \frac{\partial w}{\partial y} = 0.$$

可假设挠度函数为

$$w = Cx(x^2 - a^2)^2 \left( y^2 - \frac{b^2}{4} \right)^2 \quad (5)$$

由此,可得出三边固支一边简支板在均布载荷下的挠曲面方程:

$$w = \frac{8085q}{128a(336a^4 + 176a^2b^2 + 165b^4)D} \times x(x^2 - a^2)^2 \left( y^2 - \frac{b^2}{4} \right)^2 \quad (6)$$

由式(6)可得板内任一点的弯矩值:

$$\left\{ \begin{array}{l} M_x = -\frac{8085q}{128a(336a^4 + 176a^2b^2 + 165b^4)} \times \\ \left[ (20x^3 - 12a^2x) \left( y^2 - \frac{b^2}{4} \right)^2 + \right. \\ \left. 4vx(x^2 - a^2)^2 \left( 3y^2 - \frac{b^2}{4} \right) \right] \\ M_y = -\frac{8085q}{128a(336a^4 + 176a^2b^2 + 165b^4)} \times \\ \left[ 4v(5x^3 - 3a^2x) \left( y^2 - \frac{b^2}{4} \right)^2 + \right. \\ \left. 4x(x^2 - a^2)^2 \left( 3y^2 - \frac{b^2}{4} \right) \right] \end{array} \right. \quad (7)$$

根据式(7)求得在长固边  $x = a$  上,弯矩峰值位置为  $y = 0$ ,即长固边中点处。在短固边  $y = \pm \frac{b}{2}$  上,

弯矩峰值位置为  $x = \frac{a}{\sqrt{5}}$ ,即距离采空区  $\frac{a}{\sqrt{5}}$  处。

长固边和短固边上的弯矩峰值分别为

$$\left\{ \begin{array}{l} M_x |_{x=a, y=0} = -\frac{8085qa^2b^4}{256(336a^4 + 176a^2b^2 + 165b^4)} \\ M_y |_{x=\frac{a}{\sqrt{5}}, y=\frac{b}{2}} = -\frac{1617\sqrt{5}qa^4b^2}{100(336a^4 + 176a^2b^2 + 165b^4)} \end{array} \right. \quad (8)$$

根据式(8),可以得到在不同长宽比,即不同工作面推进距离条件下,顶板沿工作面倾向和走向的固支边上的弯矩峰值如图3所示。

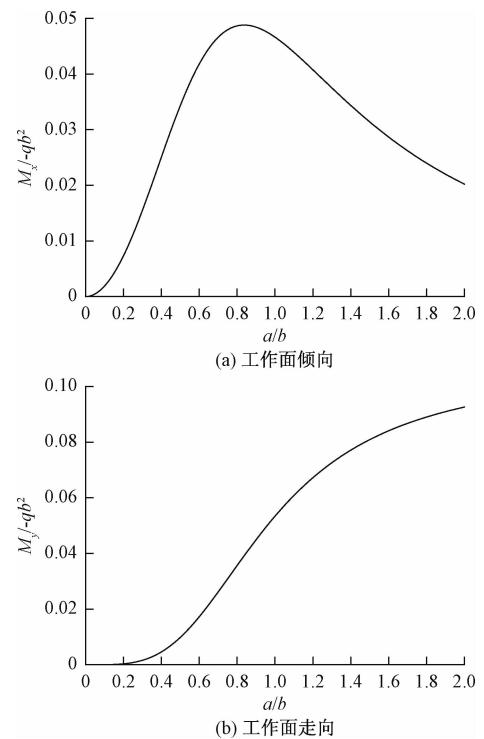


图3 不同推进距离三边固支板固支边弯矩峰值变化曲线

Fig. 3 Peak bending moment curve of fixed edge of three-side fixed plate with different propulsion distance

从图3所示的弯矩分布图可以看出,在三边固支板力学模型中,弯矩最大值位于与简支边相对的固支边中点处,并向两边对称式衰减,与四边固支板不同的是,三边固支板与简支边相邻的固支边上,弯矩没有体现出对称性,最大弯矩值出现在靠近简支边(即采空区)一侧,但总体上中部弯矩依然较大,由此也可以看出,工作面两侧煤壁在采空区一侧更容易断裂。

## 2.3 顶板岩层断裂判据及实例分析

### 2.3.1 断裂判据

由于岩石的抗拉强度大大小于其抗压强度,因而用第一强度理论(最大拉应力理论)作为顶板岩层断裂判据,即:

$$\sigma_{\max} < \sigma_t \quad (9)$$

式(9)中,  $\sigma_{\max}$  为岩层中最大拉应力;  $\sigma_t$  为岩层的抗拉强度。

由弯矩与应力关系式:

$$M_{\max} = h^2 \sigma_{\max} / 6 \quad (10)$$

可得:

$$M_{\max} < h^2 \sigma_t / 6 \quad (11)$$

式中,  $h$  为基本顶岩层厚度;  $M_{\max}$  为基本顶最大弯矩值。

由式(8)和式(11)可以看出,影响工作面基本顶断裂的最大弯矩值主要与顶板的厚度、所受上覆

岩层载荷、工作面长度、推进距离(即断裂步距)等因素有关,而与板的弹性模量无关。

### 2.3.2 实例分析

以 SⅡS<sub>1</sub>6-9 工作面为例,根据上述分析所得的计算公式,计算其基本顶初次断裂步距和周期断裂步距。基本顶初次断裂时:

$$M_{\max} = \frac{7q}{64(a^4 + b^4 + \frac{4}{7}a^2b^2)} a^2b^4 = \frac{h^2\sigma_t}{6} \quad (12)$$

根据工作面实际地质开采条件,工作面长度为 160 m,所受载荷为 0.3 MPa,岩层抗拉强度为 7 MPa,岩层厚度为 3 m,可求得顶板初次断裂步距  $a = 17.9$  m。

基本顶周期断裂时:

$$M_{\max} = \frac{8085qa^2b^4}{256(336a^4 + 176a^2b^2 + 165b^4)} = \frac{h^2\sigma_t}{6} \quad (13)$$

可求得顶板周期断裂步距  $a = 13.5$  m。

通过对基本顶断裂力学模型进行力学计算分析,得出了如下结论。

(1)当板的外形尺寸相同时,板内最大弯矩为三边固支一边简支板 > 四边固支板,因此基本顶周期断裂步距普遍小于初次断裂步距。

(2)顶板内长固边弯矩值大于短固边,因此将首先在长固边发生断裂。

## 3 结论

(1)对首采工作面基本顶进行薄板模型分析,结合理论计算推导出了基本顶内弯矩分布表达式,确定了顶板内最大弯矩位置。

(2)工作面薄板模型的破断与顶板上覆岩层载荷、工作面长度、工作面推进距离、岩层厚度、泊松比等因素有关,而与板的弹性模量无关。

(3)首采工作面基本顶初次破断最大弯矩出现在工作面中部,周期破断时最大弯矩出现在工作面靠近即采空区一侧,距离采空区  $b/\sqrt{5}$  处,并非位于工作面中点处,与现场矿压观测结果相符。

(4)当工作面推进相同距离时,板内最大弯矩三边固支板大于四边固支板,这也是工作面初次来压步距普遍大于周期来压步距的原因。

(5)通过理论计算可以预测顶板的初次来压和周期来压步距及顶板断裂位置,对工作面安全生产有一定的指导作用。

## 参 考 文 献

- 1 Qian M G, He F L. The behavior of the main roof in long wall mining. Journal of Mine, Metals & Fuels, 1989;18(6):240—246
- 2 何富连,赵计生,姚志昌. 采场岩层控制论. 北京:冶金工业出版社,2009:27—29  
He Fulian, Zhao Jisheng, Yao Zhichang. Control theory of stope strata. Beijing: Metallurgical Industry Press, 2009
- 3 贾喜荣,翟英达. 采场薄板矿压理论与实践综述. 矿山压力与顶板管理,1999;16(3):22—25  
Jia Xirong, Zhai Yingda. The review of ground pressure theory of thin slab in coal mining and its application. Ground Pressure and Strata Control, 1999;16(3):22—25
- 4 唐晓玲,叶明亮. 薄煤层坚硬顶板的薄板理论分析及来压预报. 矿山压力与顶板管理,2003;10(8):89—92  
Tang Xiaoling, Ye Mingliang. The analysis thin plate theory and weighting prediction of thin coal hard roof. Ground Pressure and Strata Control, 2003;10(8):89—92
- 5 张益东,程敬义,王晓溪,等. 大倾角仰(俯)采采场顶板破断的薄板模型分析. 采矿与安全工程学报,2010;27(4):487—493  
Zhang Yidong, Cheng Jingyi, Wang Xi, et al. The thin model analysis of roof breaking at large angle mining stope. Journal of Mining & Safety Engineering, 2010;27(4):487—493
- 6 王红卫. 薄板理论及其在地下采场中的应用. 北京:中国矿业大学,2004  
Wang Hongwei. Application to plate theory in underground stope. Beijing : China University of Mine and Technology, 2004
- 7 王红卫,陈忠辉,杜泽超,等. 弹性薄板理论在地下采场顶板变化规律研究中的应用. 岩石力学与工程学报, 2006; 25 (2): 3769—3782  
Wang Hongwei, Chen Zhonghui, Du Zechao, et al. Application of elastic thin plate theory to change rule of roof in underground stope. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2006; 25 (2): 3769—3782
- 8 Liu Z C, Li W L. Analysis on the thin plate model of roof fracture in isolated island face. Mining Safety & Environmental Protection, 2014;41(2): 104—110
- 9 李肖音,高 峰,钟卫平. 基于板模型的采场顶板破断机理分析. 采矿与安全工程学报,2008;25(2):180—183  
Li Xiaoyin, Gao Feng, Zhong Weiping. Analysis of fracturing mechanism of stope roof based on plate model. Journal of Mining & Safety Engineering, 2008;25(2):180—183
- 10 史 琴,王知人,白象忠,等. 四边固定载流矩形薄板的磁弹性屈曲分岔. 科学技术与工程,2008;8(13):3590—3592  
Shi Qin, Wang Zhiren, Bai Xiangzhong, et al. Magneto-elastic buckling bifurcation of rectangular thin plate with fixed convective currents. Science Technology and Gngineeing, 2008; 8 (13): 3590—3592
- 11 于 辉. 近距离煤层开采覆岩结构运动及矿压显现规律研究. 北京:中国矿业大学,2015  
Yu Hui. Research on overlying strata structure and strata behavior of closed coal seam mining. Beijing: China University of Mining and Technology, 2015

## Numerical Investigation on the Basic Roof Weighting Step of the First Mining Face Based on Thin Plate Theory

YU Hui

(School of Resources and Environmental Engineering, Institution of Mining Engineering and Technology, Research Center of Geotechnical Engineering Numerical Simulation, Shandong University of Technology, Zibo 255000, China)

**[Abstract]** The basic roof breaking has an important effect on the working face weighting. In order to study the breaking mechanism of the basic roof, according to the boundary condition of the initial breaking and periodic breaking of the roof, the mechanical models of three edges fixed-one edge simply supported plate and four edges fixed plate were established. The stress distribution characteristics and breaking mechanism of the basic roof breaking were analyzed by means of the Galerkin method. The theoretical solutions of the maximum bending moment were deduced. Through the breaking criterion the roof breaking position and weighting step were obtained. The results show that the basic roof breaking was related to the overburden load, the length and advancing distance of working face, the roof thickness, the Poisson ratio, not related to the elastic modulus. The roof weighting step of field observations and theoretical results were in good agreement, which can provide the basis for the forecasting of the roof weighting.

**[Key words]** first mining face     roof breaking     thin plate model     theoretical calculations