第 17 卷 第 18 期 2017 年 6 月
1671—1815(2017)18-0238-04

科 学 技 术 与 工 程
Science Technology and Engineering

Vol. 17 No. 18 Jun. 2017

ⓒ 2017 Sci. Tech. Engrg.

一种基于压缩感知的正交频分复用信道估计中确定性导频方案

徐 彪[1] 万 莎[1]* 段洪涛[2]

(国家无线电监测中心福建监测站[1],厦门 361001;国家无线电监测中心[2],北京 100876)

摘 要 基于压缩感知的正交频分复用(OFDM)信道估计方法通过充分利用信道冲激响应在时域的稀疏特性,在感知矩阵满足可重构条件下,能近似完美的重构信道并显著降低导频开销。基于感知矩阵相关系数最小化准则,设计了一种最优的确定性导频方案,在无虚子载波的 OFDM 系统中,采用正交匹配跟踪算法时,实现了与随机导频方案相同的信道估计性能;而在实际的存在大量虚子载波的 OFDM 系统中,获得比随机导频方案更优的性能。

关键词 压缩感知 确定性导频 信道估计 正交频分复用(OFDM)

中图法分类号 TN911.21; **文献标志码** A

正交频分复用(orthogonal frequency division multiplexing, OFDM)由于强的抗多径衰落性能、高的频谱效率和实现简单等特点,已成为移动通信系统(3G-LTE/4G)、数字视频广播(digital video broadcasting, DVB)等系统的关键技术。为准确地恢复发送端的信息,准确、实时的信道估计是 OFDM 通信系统接收端进行数据解调的必要条件。

传统的信道估计技术主要包括盲信道估计和非盲信道估计[1]。盲信道估计[2]算法虽然无须导频从而频率效率高,但其算法的复杂度很高,实现比较困难;基于导频辅助的非盲信道估计方法使用一部分频率资源用作导频开销,降低了频谱的利用率。

随着压缩感知理论的提出[3],人们开始将这个较新的理论应用于信道估计中。在最初提出的压缩感知 OFDM 信道估计算法[4—6]中,为保障感知矩阵满足可重构条件,测量矩阵通常采用随机方法构造,例如高斯矩阵[7],贝努利矩阵[8],部分正交矩阵[9]。实际的 OFDM 系统中更希望具有确定性的导频图样。文献[10]基于最小化感知阵互相关系数准则,提出来一种确定性导频方案设计方法;但它没有考虑实际的 OFDM 系统中存在大量虚子载波(virtual carrier, VC)。为此,基于文献[10]提出的感知矩阵相关系数最小化算法。设计了一种最优的确定性导频方案,实现感知矩阵相关系数的最小,并在存在大量虚子载波的实际 OFDM 系统中验证所设计的导频方案的性能。结果表明,在所设计的确定性导频方案辅助下的正交匹配跟踪(orthogonal matching pursuit, OMP)算法能获得比随机导频方案更优的信道估计均方误差(mean square error, MSE)性能。

2016 年 11 月 28 日收到

第一作者简介:徐 彪(1985—),男,工程师。研究方向:无线电监测。E-mail: xubiao@srrc.org.cn。

*通信作者简介:万 莎(1985—),女,工程师。研究方向:无线电监测。E-mail: wansha@srrc.org.cn。

引用格式:徐 彪,万 莎,段洪涛. 一种基于压缩感知的正交频分复用信道估计中确定性导频方案[J]. 科学技术与工程, 2017, 17(18): 238—241

Xu Biao, Wan Sha, Duan Hongtao. Optimal definite pilot pattern for orthogonal frequency division multiplexing compressed channel estimation [J]. Science Technology and Engineering, 2017, 17(18): 238—241

1 系统模型

OFDM 系统模型如图 1 所示。OFDM 系统的 N 个子载波中,P 个用于传输导频符号序列,导频符号所在子载波序号集为 $\Lambda = \{p_1, \cdots, p_p\}$, 显然它是 OFDM 系统子载波集合 $\Omega = \{0, 1, \cdots, N-1\}$ 的子集。频域的发射信号和接收信号分别为 X 和 Y, 时域的发射信号和接收信号分别为 x 和 y。

OFDM 系统的发端每帧包含 M 个信息比特序列 $\{B(i)\}_{i=1}^{M}$,调制后得到信息符号序列 $\{A(i)\}_{i=1}^{M/m}$,其中 m 为调制阶数, i 表示第 i 个信息比特或信息符

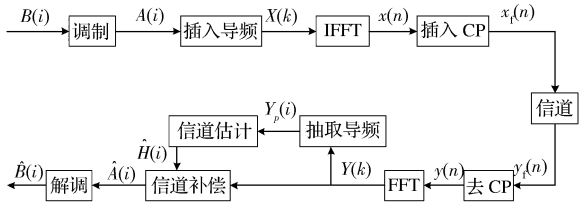


图 1 OFDM 系统模型

Fig. 1 System model of OFDM

号。经过串并变换并插入 P 个导频序列 $\{X_p(i)\}_{i=1}^{P}$ 后得到数据流序列 $\{X(k)\}_{k=0}^{N-1}$,其中 $k = 0,1,\cdots,N-1$,k 表示第 k 个子载波,$M/m + p = N$,且有 $X(k) = \begin{cases} A(k), & k \in \Omega - \Lambda \\ X_p(k), & k \in \Lambda \end{cases}$。发送的数据序列经过 N 点快速傅里叶逆变换(inverse fast fourier transform, IFFT)后得到时域的信息序列 $\{x(n)\}_{n=0}^{N-1}$,其中:

$$x(n) = \frac{1}{\sqrt{N}}\sum_{k=0}^{N-1} X(k)\mathrm{e}^{2\pi knj/N} \tag{1}$$

式(1)中,n 表示采样点,且有 $n = 0,1,2\cdots,N-1$。为避免信道的多径效应引起符号间干扰(inter symbol interference,ISI),在 $\{x(n)\}_{n=0}^{N-1}$ 前端插入长度不小于信道的最大时延扩展的循环前缀(cyclic prefix, CP)。接收端经去 CP 与 FFT 操作后得到接收频域信号,表示为

$$\boldsymbol{Y} = \boldsymbol{XH} + \boldsymbol{V} \tag{2}$$

式(2)中,$\boldsymbol{V} \sim N(0,\delta_n^2)$ 为加性高斯白噪声,$\boldsymbol{H}$ 为信道频域响应(channel frequency response, CFR),此时 $\boldsymbol{X}$ 为 $N \times N$ 阶矩阵,$\boldsymbol{Y}$、$\boldsymbol{H}$、$\boldsymbol{V}$ 为 $N \times 1$ 维向量。考虑准平稳多径衰落信道,即信道在一帧内保持不变,但在帧间独立衰落。信道冲激响应(channel impulse response, CIR)为

$$h(t) = \sum_{l=0}^{L-1} \alpha_l \delta(t - \tau_l) \tag{3}$$

式(3)中,$\delta(\cdot)$ 为狄拉克函数,L 为多径数,α_l 和 τ_l 分别为第 l 径的复增益与时延。CFR 与 CIR 的对应关系为

$$H(k) = \frac{1}{\sqrt{N}}\sum_{n=0}^{N-1} h(n)\mathrm{e}^{2\pi knj/N} \tag{4}$$

式(4)中 $h(n) = \begin{cases} \alpha_1, & n = \tau_1/T_s \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$ 为 CIR 的采样序列,T_s 为采样周期。为简单起见,本文假设多径时延位置出现在整数倍的采样周期上。

抽取导频后,第 p_i 个导频子载波处,经 LS 信道估计后的 CFR 初始估计值为

$$\begin{aligned} R(p_i) &= Y(p_i)/X(p_i) \\ &= H(p_i) + V(p_i)/X(p_i) \end{aligned} \tag{5}$$

式(5)中,$X(p_i)$ 和 $Y(p_i)$ 表示为频域发射和接收的信号,将 $R(p_i)$ 表示为向量形式:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{R} &= [R(p_1) \quad R(p_2) \quad \cdots \quad R(p_p)]^{\mathrm{T}} = \\ &\boldsymbol{\Phi W h} + \boldsymbol{Z} = \boldsymbol{\Psi h} + \boldsymbol{Z} \end{aligned} \tag{6}$$

式(6)中,$\boldsymbol{\Phi} = [\boldsymbol{e}_{p_1} \quad \boldsymbol{e}_{p_2} \quad \cdots \quad \boldsymbol{e}_{p_p}]^{\mathrm{T}}$ 是采样阵,$\boldsymbol{e}_{p_i}$ 是第 p_i 个元素为 1 其余元素为 0 的单位向量;$\boldsymbol{W}$ 是从标准 $N \times N$ 傅里叶变换矩阵中选择的子矩阵,其第 (m,n) 个元素为 $\frac{1}{\sqrt{N}}\mathrm{e}^{2\pi mnj/N}$;$\boldsymbol{h} = [h(0) \quad h(1) \quad \cdots \quad h(N-1)]^{\mathrm{T}}$ 为 CIR 采样矢量,其稀疏度为 L,即仅有 L 个元素非 0;抽样噪声矢量 $\boldsymbol{Z} = [V(p_1) \quad V(p_2) \quad \cdots \quad V(p_p)]^{\mathrm{T}}$;$\boldsymbol{\Psi} = \boldsymbol{\Phi W}$ 为 $P \times N(P < N)$ 维感知矩阵,也称为部分傅立叶矩阵。

2　确定性导频图样设计

由压缩感知理论可知,为了能从 $P(P \ll N)$ 个采样中近似完美的恢复出 N 维 $\boldsymbol{L}$ 稀疏的未知数据,感知矩阵须满足有限等距性质(Restricted Isometry Property,RIP),即对于任意的 $\boldsymbol{L}$ 稀疏信号 $\boldsymbol{x} \in R^N$ 和常数 δ_L,矩阵 $\boldsymbol{\Phi}$ 满足:

$$\begin{aligned} &(1 - \delta_L)\|\boldsymbol{x}\|_2^2 \leqslant \|\boldsymbol{\Phi x}\|_2^2 \leqslant (1 + \delta_L)\|\boldsymbol{x}\|_2^2 \\ &\forall \|\boldsymbol{x}\|_0 \leqslant L \end{aligned} \tag{7}$$

式(7)中,$\delta_L \in (0,1)$,$\|\cdot\|_2$ 为 2-范数。这是一个非常复杂的公式,直接用来判断是否满足约束等距条件很困难,因此需要找到一种便于验证的充分条件来代替。

Donoho[3] 提出的相关性判别理论可以较为直观且容易地判断矩阵的列相关性,因此受到广泛应用,它利用矩阵 $\boldsymbol{\Phi}$ 的互相关系数来衡量压缩重构的条件。测量矩阵 $\boldsymbol{\Phi}$ 的互相关系数定义为 $\boldsymbol{\Phi}$ 中不同列的最大内积绝对值的规范化,即:

$$\mu\{\widetilde{\boldsymbol{\Phi}}\} = \max^{1 \leqslant i,j \leqslant N,\, i \neq j} \frac{|\boldsymbol{\tau}_i^{\mathrm{H}}\boldsymbol{\tau}_j|}{\|\boldsymbol{\tau}_i\| \quad \|\boldsymbol{\tau}_j\|} \tag{8}$$

式(8)中,$\boldsymbol{\tau}_i$ 表示矩阵 $\widetilde{\boldsymbol{\Phi}}$ 的第 i 列,τ_j 表示矩阵 $\widetilde{\boldsymbol{\Phi}}$ 的第 j 列,$(\cdot)^{\mathrm{H}}$ 表示复共轭转置。显然感知阵的互相关系数取值于 0 和 1 之间,取值越小说明矩阵列之间的相关性越弱,即测量矩阵与正交基矩阵之间的相关性越小。当感知矩阵拥有较小的互相关系数,那么更有可能精确重构出原始稀疏信号。

理论已经证明了随机构造的感知矩阵以很大概率满足 *RIP* 条件,但在实际系统中随机构造方式难以应用,因此基于最小化感知阵互相关系数准则,构造具有最小 μ 值的最优确定性测量矩阵,即设计确定的导频图样以最小化 $\mu\{\boldsymbol{\Psi}\}$。最优导频位置问题可概括为

$$\min_{|\Lambda| = P} \max_{1 \leqslant i,j \leqslant L,\, i \neq j} \left| \sum_{\lambda \in \Lambda} \frac{1}{P}\mathrm{e}^{-2\pi\lambda(i-j)j/N} \right| \tag{9}$$

式(9)中 p 表示导频数,N 为子载波数。很显然,需要找出所有可能的组合来计算最优解,难以直接计算,因此转而采用近似最优导频设计方法[10]。

(1)随机产生 F 个子集合 $\Lambda_q \subset \Omega, q = 1,2,\cdots,F$,每一个子集合的势为 P。

(2)计算:

$$\mu_q = \max_{\substack{1\leqslant i,j\leqslant L\\ i\neq j}} \left| \sum_{\lambda\in\Lambda_q} \frac{1}{P} \mathrm{e}^{-2\pi\lambda(i-j)j/N} \right|, \quad q = 1,2,\cdots,F \tag{10}$$

(3)选择 $\mu_k = \min\{\mu_q\}, q \in \{1,2,\cdots,F\}$,那么此时 Λ_k 就是最优的子集。

特别地,如果对 F 的选取足够的大,则 Λ_k 就可以认为是式(9)的最优解。

3 性能仿真

下面将对比在导频辅助的 *OFDM* 信道压缩估计中,不同的导频图样所带来的信道估计性能的差异。

仿真的 *OFDM* 系统的主要参数如表 1 所示。

表 1 仿真主要参数设置

Table 1 Main parameter-Setting for simulation

	参数	设置
信道模型	系统带宽/MHz	5
	CP 长	$L_{CP}=73$
	子载波数	$N=512$
	导频数	$P=45$
	采样时间	$T_s=1.301\ 7\times10^{-7}$
	调制方式	BPSK
	最大时延扩展	$50T_s$
	多径数	$L=6$
	各径能量	服从零均值负指数分布 $E\{h_ih_j^*\}=\delta(i-j), E\{\lvert h_i\rvert^2\}=\mathrm{e}^{-\alpha i}$, $\alpha=1/L$
	各径时延	第一径时延为 0,其余各径时延在集合 $\{T_s,2T_s,\cdots,(L-1)T_s\}$ 中随机分布

仿真对比四种导频方案:RCS 为随机导频方案,PCS 为所提方法设计的最佳确定性导频方案,DCS 为随机产生的确定性导频方案,UCS 为均匀导频方案。5 MHz 带宽 512 个子载波的 OFDM 系统中,四种导频方案的感知阵互相关系数如表 2 所示。

无虚子载波时四种导频方案下的 OMP 算法[5]的信道估计的 MSE 性能对比如图 2 所示。可以看到,在利用 OMP 算法进行信道估计时,导频均匀分布的情况下,估计性能很差。采用所设计的最优确定性导频方案的 OMP 算法的性能略好于随机导频方案的性能。由于确定性导频方案的导频位置完全确定,相比于随机导频方案,更具有实用价值。此外还可以发现图 2 的性能曲线与表 2 中的感知阵的互相关系数是相吻合的,感知阵的相关系数越小,重构原始稀疏信号就越精确。

表 2 四种导频方法感知阵的互相关系数

Table 2 The mutual correlation coefficient of the sensing matrix in four pilot pattern

导频方案	感知阵相关系数	
	虚子载波数为 0	虚子载波数为 212
RCS	0.297 8	0.543 1
PCS	0.188 1	0.357 4
DCS	0.510 2	0.682 9
UCS	0.711 4	0.601 5

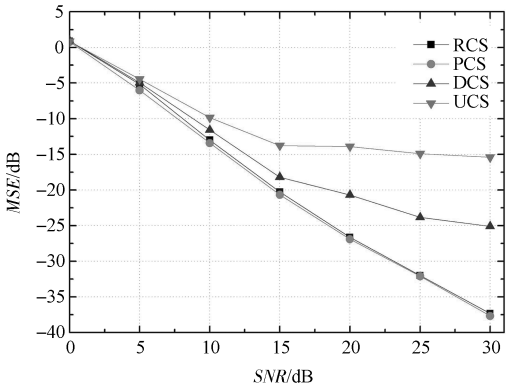


图 2 无虚子载波时四种方法的 *MSE* 性能对比

Fig. 2 *MSE* of four methods without VC

由于实际的 OFDM 系统中均存在大量的虚子载波以方便滤波器设计,因此有必要评估各种导频方案在实际的存在大量虚子载波的 OFDM 系统中的性能。假设 512 个子载波中两边端各存在 106 个虚子载波,仅中间的 300 个子载波用于传输数据与导频。四种导频方案下感知阵的相关系数如表 2 所示,可见当存在大量虚子载波时,感知阵的互相关系数变大,可预见压缩信道估计算法的性能下降。使用 OMP 算法重构稀疏信道的 MSE 性能曲线如图 3 所示。

由仿真结果可见,当存在虚子载波时,所设计的确定性导频方案的性能优于随机导频方案。例如在

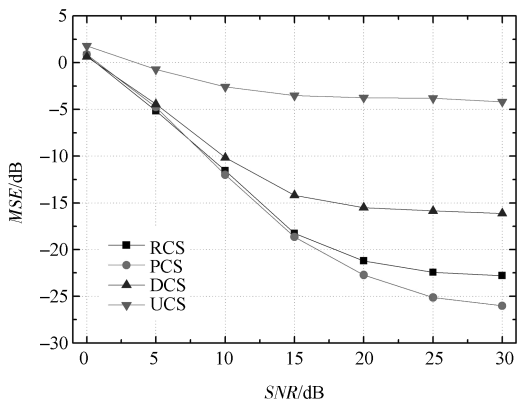


图 3 有虚子载波时四种方法的 *MSE* 性能对比

Fig. 3 *MSE* of four methods with VC

30 dB 时,所设计的确定性导频方案优于随机导频方案大约 2 dB。而未经最优化处理的随机产生的确定性导频方案差于随机导频方案,均匀导频方案的性能最差。

此外注意到,存在大量虚子载波时,压缩感知信道估计的性能下降明显,例如在 *SNR* 为 30 dB 时,提出的最优确定性导频方案的 MSE 性能从无虚子载波时的 -37.5 dB 下降为 -26 dB,即存在11.5 dB 的性能损失。如何弥补虚子载波效应导致的性能下降是后续需要研究的课题。

4　结论

针对随机导频引起的额外存储开销与帧结构设计困难的问题,以及实际 OFDM 系统存在大量虚子载波导致功率泄漏问题,基于感知矩阵互相关系数最小化准则与算法,本文设计了一种最优确定性导频方案,在不牺牲信道估计性能以及不增加导频开销的前提下,实现比随机导频方案更优的信道估计性能,促进了压缩感知信道估计的实用化。通过感知矩阵互相关系数计算与数字仿真,验证了所提出的确定性导频设计方法的有效性。

参　考　文　献

1　王东昊. OFDM 系统中压缩感知信道估计技术的研究。北京:北京邮电大学,2011

Wang Donghao. Research on compressed sensing channel estimation techniques in OFDM systems. Beijing: Beijing University,2011

2　Heath Jr R W, Giannakis G B. Exploiting input cyclostationarity for blind channel identification in OFDM system. IEEE Transations on Signal Processing, 1999;47(3): 848—856

3　Donoho D L. Compressed sensing. IEEE Trans Inf Theory, 2006;52(4):1289—1306

4　Mallat S, Zhang Z. Matching pursuit with time-frequency dictionaries. IEEE Trans on Signal Processing, 1993; 41(12): 3393—3415

5　Tropp J, Gilberta C. Signal recovery from random measurements *via* orthogonal matching pursuit. IEEE Trans Inf Theory, 2007;53(12): 4655—4666

6　Needell D, Tropp J A. CoSaMP: iterative signal recovery from incomplete and inaccurate samples. Applied and Computational Harmonic Analysis, 2009;26(3): 301—321

7　Baraniuk R. Compressive sensing. IEEE Signal Processing Magazine. 2007; 24(4):118—121

8　Candes E J, Tao T. Near-optimal signal recovery from random projection: universal encoding strategies? IEEE Trans Inf Theory, 2006; 52(12):5406—5425

9　Baraniuk R, Davenport M, de Vore R, *et al.* A simple proof of the restricted Isometry property for random matrices. Constructive Approximation, 2008;28(3):253—263

10　He Xueyun, Song Rongfang, Zhu Weiping. Optimal pilot pattern design for compressed sensing-based sparse channel estimation in OFDM systems. Circuits Systems and Signal Processing, 2012;31(4):1379—1395

Optimal Definite Pilot Pattern for Orthogonal Freguency Division Multiplexing Compressed Channel Estimation

XU Biao[1], WAN Sha[1*], DUAN Hong-tao[2]

(Fujian Monitoring Station of The State Radio Monitoring Center[1], Xiamen 361001, P. R. China; The State Radio Monitoring Center[3], Beijing 100876, P. R. China)

[**Abstract**] When the sensing matrix holds the restricted isometry property (RIP), the compressed sensing-based OFDM channel estimation can greatly reduce pilot overhead and approximately ideally recover the channel state information (CSI) as well by exploiting the sparsity of channel impulse response (CIR). An optimal deterministic pilot pattern is proposed under the principle of minimizing the mutual correlation coefficient of the sensing matrix. With the aid of the designed optimal definite pilot pattern, the mutual correlation coefficient of the sensing matrix is analyzed, and the mean square error (MSE) performance of orthogonal matching pursuit (OMP) algorithm is simulated for OFDM systems with large amount of virtual subcarriers. Both the analysis and the simulation results show that the designed optimal definite pilot pattern outperforms the other reference pilot patterns.

[**Key words**] compressed sensing　　definite pilot pattern　　channel estimation　　OFDM