

力学

主共振纳米梁非线性振动电容控制

巩庆梅 许英姿* 刘灿昌 马驰骋 周继磊 姜瑞瑞

(山东理工大学交通与车辆工程学院, 淄博 255049)

摘要 针对纳米梁非线性振动控制问题,以 Euler-Bernoulli 梁为模型,提出了纳米梁非线性振动电容式传感器控制方法。纳米梁电容器电容值随纳米梁的振动而变化,纳米梁电容式传感器根据电容变化提取振动信号,并将放大后的振动信号传递给控制器以控制纳米梁的非线性振动。应用多尺度法得到系统的近似解,推导出系统主共振的幅频响应方程。应用数值模拟方法,通过不同控制参数下的幅频图分析了纳米梁振动的非线性动力学行为。研究表明,该方法能够有效地控制纳米梁的非线性振动,通过选取适当的控制参数能够削弱甚至消除纳米梁非线性振动特性。

关键词 非线性振动控制 纳米梁电容式传感器 主共振 多尺度法

中图分类号 O322; **文献标志码** A

微纳米制造技术的快速发展促进了纳机电系统(nano electromechanical system, NEMS)器件的发展和广泛应用,先后被成功应用于通讯、航天、生命科学等领域^[1-5]。纳米梁作为纳机电系统的基础元件,由于尺寸小、质量轻、灵敏度高,在静电驱动力作用下其振动行为表现出突跳、多值、吸合不稳定等非线性动力学特性,这些不稳定因素阻碍了 NEMS 器件的发展,因此关于纳米梁非线性振动的研究成为微纳机电系统研究的热点问题之一^[6,7]。

近年来,微纳机电系统非线性振动理论得到了较大的发展和应用,已经成为国内外动力学研究领域内的前沿课题。1988 年美国加州大学伯克利分校的 Tai 等^[8,9]成功地用微电子平面加工技术研制出了直径仅有 100 μm 左右的硅微机械马达,使构成完整的微型机电系统成为可能。微机电系统(micro electromechanical systems, MEMS)和纳机电系统迅速成为研究的热点问题。基于变电容式非线性动力学模型。张文明等^[10]采用谐波平衡法研究了 MEMS 静电微悬臂梁在参数激励和强迫激励耦合作用下的非线性特性,讨论了非线性弹簧刚度和压膜

阻尼引起的非线性对系统的影响。Maccari^[11]应用渐近摄动法得到系统幅频响应方程,应用时滞状态反馈法研究了悬臂梁的主共振控制,得出结论通过选取适当的反馈增益和时间延迟能够实现振动控制和大振幅抑制。张琪昌等^[12]应用压膜阻尼理论,分析了微机械谐振器的动力学特性,研究了空气阻尼和静电刚度对双端固支微梁自由振动时的运动形态、谐振响应等性能参数的影响。基于非局部连续介质理论,Wang 和 Li^[13]分析了初始轴向力和小尺度效应对纳米梁非线性主共振的影响,用多尺度法得到系统幅频响应方程,对纳米梁稳定性进行了分析。

振动信号提取是非线性振动控制中的重要环节,微纳机电系统传感器由于响应快、输出信号易于处理等特点被广泛应用于振动信号提取装置。压电式传感器被应用于悬臂梁非线性振动的分阶最优控制^[14],但在使用时需要将压电片黏贴在被测件表面,纳米梁尺寸小,固定比较困难。微压力式传感器对力的变化比较敏感,用来提取静电激励作用下纳米梁的振动信号时误差较大^[15],且其体积相对较大不易安装在微纳机电系统中。与其他类型的传感器相比,电容式传感器不仅结构简单、灵敏度高、动态响应特性好,而且能够进行非接触式的无线无源测量^[16],能够根据纳米梁与极板间距离的变化准确提取振动信号。

以两端固支 Euler-Bernoulli 梁为振动模型,对主共振静电激励纳米梁非线性振动电容控制进行研究。纳米梁电容式传感器根据纳米梁与极板间形成的纳米梁电容器电容值的变化提取振动信号,并将

2016 年 11 月 12 日收到 国家自然科学基金(51575325)资助
第一作者简介:巩庆梅(1991—),女,硕士研究生。研究方向:纳微结构动力学控制。E-mail: gggongqingmei@163.com。

* 通信作者简介:许英姿(1961—),女,教授。研究方向:非线性振动与控制。E-mail: xuyz@sdu. edu. cn。

引用格式:巩庆梅,许英姿,刘灿昌,等. 主共振纳米梁非线性振动电容控制[J]. 科学技术与工程, 2017, 17(18): 142—148

Gong Qingmei, Xu Yingzi, Liu Canchang, et al. Capacitive control of nanobeam nonlinear vibration for primary resonance[J]. Science Technology and Engineering, 2017, 17(18): 142—148

放大后的振动信号传递到控制器,作为控制信号控制纳米梁的非线性振动。通过哈密顿原理建立在控制力作用下的纳米梁非线性弯曲振动方程,采用多尺度法得到系统的近似解,推导出主共振幅频响应方程。通过数值算例,分析激励电压、阻尼、反馈增益参数和纳米梁参数对振幅和系统振动稳定性的影响规律。

1 纳米梁非线性振动模型

以两端固支的纳米梁为模型(如图1所示)。模型中,纳米梁上表面到与其平行的上极板间距离和下表面到下极板间距离相等,纳米梁的长度尺寸远大于其宽度和高度。纳米梁与极板间存在电容,形成纳米梁电容器。控制电路由纳米梁电容器、控制电压 V 和电阻组成。纳米梁在激励电压作用下振动,导致纳米梁与平行极板间距离发生变化,纳米梁电容器电容随之变化。电容的变化量和纳米梁挠度间的关系可表示为

$$C(x, t^*) = \frac{\varepsilon_0 A}{d + w(x, t^*)} \quad (1)$$

式(1)中 $w(x, t^*)$ 为纳米梁振动的挠度, d 为纳米梁与平行极板间的初始距离, A 为纳米梁的横截面积, ε_0 为自由空气介电常数。

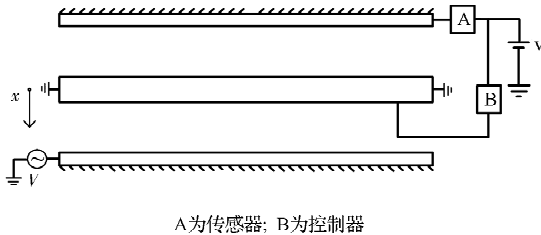


图1 纳米梁非线性振动模型

Fig. 1 The model of nanobeam nonlinear vibration

控制电路中的电压 ΔV 作为振动信号用来控制纳米梁的非线性振动,可表示为

$$\Delta V = \frac{w(x, t^*)v}{d} \quad (2)$$

作用于纳米梁与平行极板间激励电压的平方为

$$V^2 = V_D^2 + 2V_D V_0 \cos \Omega^* t + V_0^2 \cos^2 \Omega^* t \quad (3)$$

式(3)中 V_D 为直流激励电压, V_0 为交流激励电压幅值, Ω^* 为激励信号频率。分析式(3)得到,静电激励电压及其所产生的静电力可以分为三部分,静态部分(V_D^2)、一介谐波部分($2V_D V_0 \cos \Omega^* t$)和两阶谐波部分($V_0^2 \cos^2 \Omega^* t$)。

由哈密顿原理得到在静电激励作用下两端固支纳米梁的弯曲振动方程为^[17]

$$\rho A \ddot{w} + EI w'''' = -c \dot{w} + \frac{EA}{2l} \int_0^l w'^2 dx w'' + F_e(x, t) - F_e(x, t) \quad (4)$$

式(4)中静电力为 $F_e = \varepsilon_0 s V^2 [1/(1-w/d)^2 + 0.65f/(1-w/d)]/(2/d^2)$, 静电控制力为 $F_e = \varepsilon_0 s (K \Delta V)^2 [1/(1+w/d)^2 + 0.65f/(1+w/d)]/(2/d^2)$, $\cdot$ 表示对时间的导数, $'$ 表示对位移 x 的导数; E, I, ρ 分别为杨氏模量、截面惯性矩和纳米梁密度; l 和 s 分别为纳米梁的长度和宽度; c 为阻尼系数; K 为反馈增益参数。

引入无量纲量: $u = w/d, z = x/l, t = t^*/[l^2 \sqrt{EI/(\rho A)}]$, $b = cl^2/\sqrt{\rho AEI}$, $a = Ad^2/(2I)$, $f = 0.65d/s$, $\Omega = \Omega^* l^2 \sqrt{\rho A/(EI)}$, $\delta_1 = \varepsilon_0 s l^4/[2/(d^3 EI)]$, $k = \varepsilon_0 s l^4 K^2 v^2/[2/(EI d^3)]$, 则控制力作用下的纳米梁无量纲非线性弯曲振动方程可表示成如下形式

$$\ddot{u}(z, t) + u''''(z, t) = -b \dot{u} + a \int_0^1 u'^2 dz u'' - \left\{ \frac{1}{[1+u(z, t)]^2} + \frac{f}{1+u(z, t)} \right\} k u^2(z, t) + \left\{ \frac{1}{[1-u(z, t)]^2} + \frac{f}{1-u(z, t)} \right\} \times \delta_1 (V_D^2 + 2V_D V_0 \cos \Omega t + V_0^2 \cos^2 \Omega t) \quad (5)$$

2 非线性振动控制分析

2.1 多尺度分析

本文只考虑激励电压静态部分和一介谐波部分对纳米梁非线性振动的影响,则式(5)可表示为

$$\ddot{u}(z, t) + u''''(z, t) = -b \dot{u} + a \int_0^1 u'^2 dz u'' - \left\{ \frac{1}{[1+u(z, t)]^2} + \frac{f}{1+u(z, t)} \right\} k u^2(z, t) + \left\{ \frac{1}{[1-u(z, t)]^2} + \frac{f}{1-u(z, t)} \right\} \times \delta(1 + 2v_{ac} \cos \Omega t) \quad (6)$$

式(6)中 $\delta = \varepsilon_0 s l^4 V_D^2/[2/(d^3 EI)]$, $v_{ac} = V_0/V_D$ 。

对非线性项 $1/(1-u)^2, 1/(1-u), 1/(1+u)^2, 1/(1+u)$ 进行泰勒级数展开,由于纳米梁的挠度是位移小量,舍去高阶项。假设纳米梁振动系统是弱非线性系统,则系统参数可用小参数变量 ε 表示,得到纳米梁非线性弯曲振动方程为

$$\ddot{u} + u'''' = -\varepsilon b \dot{u} + \varepsilon a \int_0^1 u'^2 dz u'' + \varepsilon [(1+f) + (2+f)u + (3+f)u^2 + (4+f)u^3] \delta + \varepsilon [(1+f) + (2+f)u] 2\delta v_{ac} \cos \Omega t - \varepsilon [(1+f) - (2+f)u] k u^2 \quad (7)$$

应用多尺度法假设式(7)近似解的形式为^[18]

$$u(z, t, \varepsilon) = u_0(z, T_0, T_1) + \varepsilon u_1(z, T_0, T_1) + \dots \quad (8)$$

式(8)中 $T_0 = t$ 为快变时间尺度, $T_1 = \varepsilon t$ 为慢变时间尺度, ε 是无量纲参数。

把式(8)和其对时间的导数代入式(7), 比较公式左右两边 ε 同次幂的系数, 得到一组线性偏微分方程, 即:

$$D_0^2 u_0 + u_0'''' = 0 \quad (9)$$

$$D_0^2 u_1 + u_1'''' = -2D_0 D_1 u_0 - b D_0 u_0 + [(1+f) + (2+f)u_0] 2\delta v_{ac} \cos \Omega t - [(1+f) - (2+f)u_0] k u_0^2 + a \int_0^l u_0'^2 dz u_0'' + [(1+f) + (2+f)u_0 + (3+f)u_0^2 + (4+f)u_0^3] \delta \quad (10)$$

考虑外激励频率近似等于固有频率的主共振情况, 则激励频率为

$$\Omega^* = \omega_k + \varepsilon \sigma \quad (11)$$

式(11)中 σ 是激励频率失调参数。

式(9)的近似解表示成如下形式:

$$u_0 = \varphi(z) [A_k(T_1) e^{i\omega_k T_0} + \bar{A}_k(T_1) e^{-i\omega_k T_0}] \quad (12)$$

$$\cos(\Omega t) = \frac{1}{2} (e^{i\omega_k T_0 + i\sigma T_1} + e^{-i\omega_k T_0 - i\sigma T_1}) \quad (13)$$

将式(12)、式(13)代入式(10), 由此得到消除永年项的条件为

$$-2i\omega_k g_{1kk} A_k' - ib\omega_k g_{1kk} A_k + 3ag_{5kk} A_k^2 \bar{A}_k + C_1 g_{0kk} e^{i\sigma T_1} + F_2 g_{1kk} A_k + 3F_4 g_{3kk} A_k^2 \bar{A}_k + 3(2+f)kg_{3kk} A_k^2 \bar{A}_k = 0 \quad (14)$$

式(14)中 $C_i = (i+f)\delta v_{ac}$, $i = 1, 2, 3, 4$; $F_j = (j+f)\delta$, $j = 1, 2, 3, 4$; $g_{nkk} = \int_0^1 \varphi(x)^n \varphi(x) dx$, $n = 0, 1, 2, 3$; $g_{4kk} = \int_0^1 \varphi \varphi'''' dz$, $g_{5kk} = \int_0^1 (\varphi \varphi'' \int_0^1 \varphi'^2 dz) dz$ 。 A_k 的极坐标形式为

$$A_k = \frac{1}{2} a_k e^{i\beta_k} \quad (15)$$

将式(15)代入式(14), 分离实部和虚部, 得到一次近似振幅 a_k 和相位角 γ_k 满足极坐标形式的微分方程:

$$D_1 a_k = -\mu_k a_k + F_k \sin \gamma_k \quad (16)$$

$$a_k D_1 \gamma_k = \sigma_k a_k + v_k a_k^3 + F_k \cos \gamma_k \quad (17)$$

式中 $u_k = b/2$, $F_k = C_1 g_{0kk} / (g_{1kk} \omega_k)$, $v_k = 3 \{ ag_{5kk} + g_{3kk} [F_4 + (2+f)k] \} / [8/(g_{1kk} \omega_k)]$, $\sigma_k = (F_2 + 2\sigma \omega_k) / (2/\omega_k)$, $\gamma_k = \sigma T_1 - \beta_k$ 。

当非线性项 $v_k > 0$, 系统振动呈现为硬式非线性特性; 当非线性项 $v_k < 0$, 系统振动呈现为软式非

线性特性; 当非线性项 $v_k = 0$, 系统振动呈现线性特性。求得保证系统振动为线性的临界控制电压为

$$v_c = \frac{1}{l^2 K} \sqrt{-\frac{EAg_{5kk} d^5 + (4+f)g_{3kk} \varepsilon_0 s l^4 V_D^2}{(2+f)g_{3kk} \varepsilon_0 s}} \quad (18)$$

分析可得, 临界控制电压与直流激励电压、反馈增益参数和纳米梁参数有关。

2.2 定常解幅频响应分析

为确定稳态运动定常解振幅 a_k 和相位 γ_k , 令 $D_1 a_k = D_1 \gamma_k = 0$, 得到振幅和相位满足的代数方程

$$\mu_k a_k = F_k \sin \gamma_k \quad (19)$$

$$\sigma_k a_k + v_k a_k^3 = -F_k \cos \gamma_k \quad (20)$$

将式(19)和式(20)平方后相加消去 γ_k , 得到系统主共振的幅频响应方程和相频响应方程为

$$(u_k a_k)^2 + (\sigma_k a_k + v_k a_k^3)^2 = F_k^2 \quad (21)$$

$$\gamma_k = -\arctan \frac{u_k}{\sigma_k + v_k a_k^2} \quad (22)$$

根据式(21)可以得到激励电压、阻尼、反馈增益参数和纳米梁参数对纳米梁振动系统幅频响应的影响规律, 以及对纳米梁振动稳定性的影响规律。

令 $E_k = a_k^2$, 假设 $v_k \neq 0$, 式(21)可用如下公式表示

$$E_k^3 + \frac{2v_k \sigma_k}{v_k^2} E_k^2 + \frac{u_k^2 + \sigma_k^2}{v_k^2} E_k - \frac{F_k^2}{v_k^2} = 0 \quad (23)$$

式(23)对 σ 求导, 令 $\partial E_k / \partial \sigma = 0$, 在共振峰值点处:

$$v_k E_k + \sigma_k = 0 \quad (24)$$

把式(24)代入式(20), 假设 $F_k \neq 0$, 则 $\cos \gamma_k = 0$ 。式(19)表示为

$$-\mu_k a_{kmax} + F_{kmax} = 0 \quad (25)$$

求得主共振的最大振幅 a_{kmax} 为

$$a_{kmax} = \frac{F_k}{u_k} \quad (26)$$

3 案例分析

纳米梁振动表现出多值、跳跃和分岔等非线性现象, 这些现象对纳米梁振动稳定性有非常显著的影响。应用理论分析和数值模拟的方法, 研究硅纳米梁非线性振动控制。纳米梁参数值如表1所示。通过幅频响应和相频响应方程得到纳米梁非线性振动控制因素包括激励电压、阻尼、反馈增益参数和纳米梁参数等。以纳米梁一阶振动模态为例分析控制参数和系统参数对硅纳米梁非线性振动及振幅的影响规律。

表 1 纳米梁物理参数

Table 1 Physical parameters of nanobeam

参数	符号	参数值
纳米梁长度/ μm	l	30
纳米梁宽度/nm	s	500
纳米梁高度/nm	h	300
梁与极板间的初始距离/nm	d	500
纳米梁密度/ $(\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$	ρ	2 330
杨氏模量/GPa	E	169
控制电压/V	v	1.5
自由空气介电常数/ $(\text{C}^2 \cdot \text{N}^{-1} \cdot \text{m}^{-2})$	ε_0	8.854×10^{-12}

图 2 给出了交流激励电压幅值不同时的幅频响应曲线。当交流激励电压幅值等于 2.5 V 和 2.0 V 时,共振频率点的右区间,在最大振幅点处发生跳跃现象,振动响应不稳定。当交流激励电压幅值减小至 1.4 V 时,振动趋于稳定,振动响应曲线向右偏移 $\sigma = 0$ 轴减缓。从图可以看出,随着交流激励电压幅值增加,最大振幅逐渐增大,幅频响应曲线向右逐渐远离 $\sigma = 0$ 轴,呈现硬式非线性振动特性。

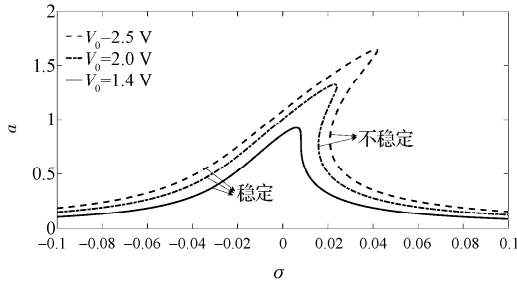


图 2 交流激励电压幅值不同时的幅频响应曲线

Fig. 2 Amplitude-frequency curves for different amplitude of AC excitation voltage

无量纲阻尼不同时的幅频响应曲线如图 3 所示。可得,当频率远离共振频率点时,阻尼对振幅影响较小。增大阻尼可使最大振幅减小。随着无量纲阻尼的增大,振动响应逐渐趋于稳定,多值区间逐渐减小至消失,最大振幅点与共振频率点的偏移量逐渐减小,这与实际情况相符。分析得:当无量纲阻尼增大至 0.041 8 时,最大振幅点与共振频率点的偏移量近似为零,这说明较大的阻尼值可以明显地削弱甚至消除振动的非线性。

图 4 描述了当参数 $V_0 = 2.0 \text{ V}$ 、 $V_D = 2.0 \text{ V}$ 时,反馈增益参数不同时的幅频响应曲线。可得,反馈增益参数对最大振幅影响较小,当频率远离共振区域时,反馈增益参数对振幅影响也较小。在反馈增益参数逐渐增加的过程中,纳米梁振动逐渐从硬式非线性向软式非线性过渡。当反馈增益参数等于 55 时,最大振幅点近似在 $\sigma = 0$ 处得到,纳米梁振动呈现线性振动。通过图 4 及幅频响应方程可以得

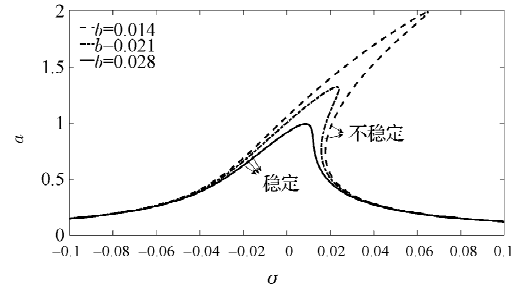


图 3 无量纲阻尼不同时的幅频响应曲线

Fig. 3 Amplitude-frequency curves for different dimensionless damping coefficient

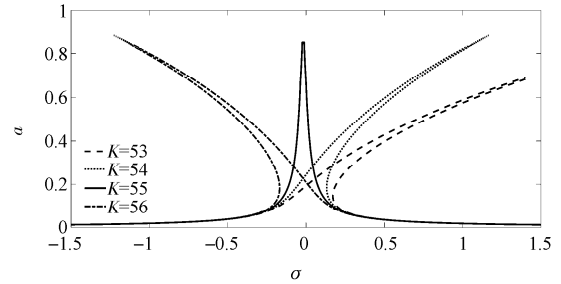


图 4 反馈增益参数不同时的幅频响应曲线

Fig. 4 Amplitude-frequency curves for different parameters of feedback gains

到,反馈增益参数通过改变非线性项的值实现对纳米梁非线性振动的控制。因此通过选取适当的反馈增益参数值可以实现纳米梁的稳态振动。

纳米梁与极板间的初始距离不同时的幅频特性响应曲线见图 5。当纳米梁与极板间的初始距离为 450 nm 和 470 nm 时,在 $\sigma = 0$ 的左区间,存在多值区间,系统振动不稳定,由于非线性项的作用,幅频特性响应曲线向左偏离 $\sigma = 0$ 轴。由图得出,随着纳米梁与极板间初始距离的增大,系统振动响应逐渐趋于稳定,最大振幅减小,曲线向左偏离 $\sigma = 0$ 轴减缓。

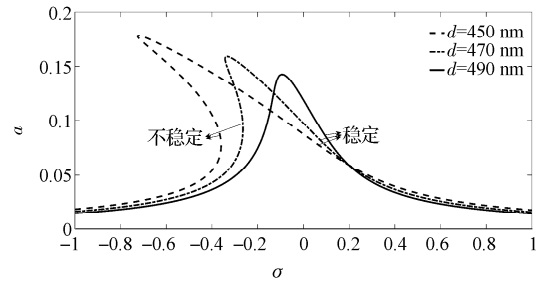


图 5 纳米梁与极板间初始距离不同时的幅频响应曲线

Fig. 5 Amplitude-frequency curves for different initial distance between nanobeam and a grounded substrate

图6和图7描述了当阻尼和交流激励电压幅值不同时,最大振幅随纳米梁长度变化曲线。由图6和图7得到,当阻尼和交流激励电压幅值一定时,最大振幅随着纳米梁长度的增大而增大。当纳米梁长度一定时,减小交流激励电压幅值或是增大阻尼值都会使最大振幅减小,这与幅频响应曲线分析得出的结论一致。

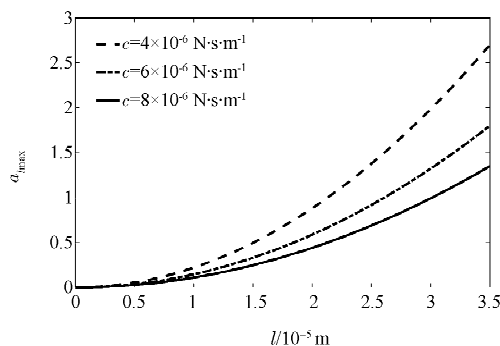


图6 阻尼不同时最大振幅随纳米梁长度变化曲线

Fig. 6 Curves of the peak amplitude varying with nanobeam length for different damping coefficient

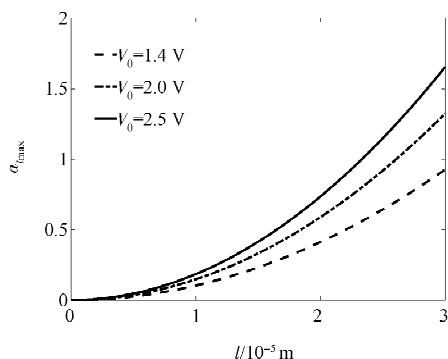


图7 交流激励电压幅值不同时最大振幅随纳米梁长度变化曲线

Fig. 7 Curves of the peak amplitude varying with nanobeam length for different amplitude of AC excitation voltage

当反馈增益参数不同时,临界控制电压随纳米梁长度变化曲线如图8所示。临界控制电压是保证纳米梁振动为线性振动的电压。由图8得到,当反馈增益参数一定时,临界控制电压随纳米梁长度的增大而减小。当纳米梁长度一定时,临界控制电压随反馈增益参数的增加而减小。

图9和图10描述了当振幅和相角的初始条件为零时的时间-振幅响应曲线和相位图。令式(16)和式(17)中的振幅和相位角的初始值为零,由MATLAB ode45得到在控制力作用下的时间-振幅响应曲线和相位图。由图9和图10得到,系统的振动

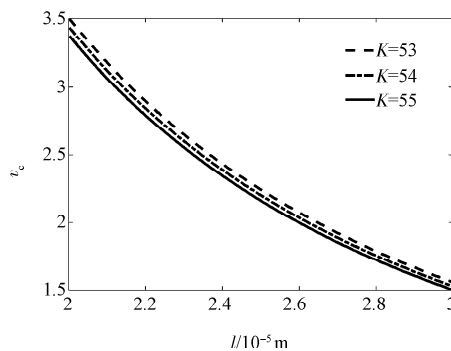


图8 反馈增益参数不同时临界控制电压随纳米梁长度变化曲线

Fig. 8 Curves of critical control varying with nanobeam length for different parameters of feedback gains

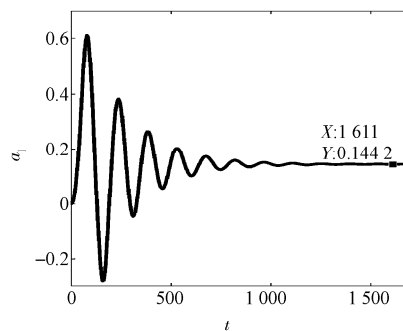


图9 初始条件为零的时间-振幅响应曲线

Fig. 9 Curves of time-amplitude response with zero initial conditions

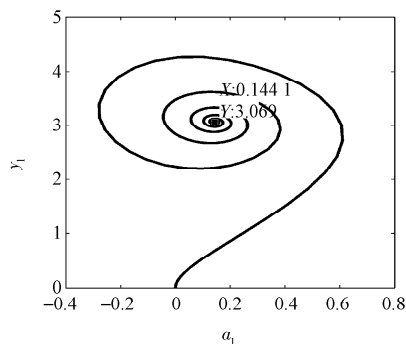


图10 初始条件为零的相位图

Fig. 10 Curves of phase-amplitude response with zero initial conditions

响应最终趋于稳定,稳定解为 $a_1 = 0.144$, $\gamma_1 = 3.069$ 。

4 结论

研究了考虑主共振时静电激励纳米梁非线性振动的电容控制。通过纳米梁电容式传感器根据电容

变化提取振动信号,经放大后作为控制信号控制纳米梁的非线性振动。通过理论分析和数值模拟相结合的方法,以一阶纳米梁主共振模态为例,分析了阻尼、激励电压、反馈增益参数等因素对纳米梁非线性振动的影响,得出如下结论。

(1)通过分析幅频响应曲线得到,纳米梁振动的稳定性及最大振幅主要是由阻尼、激励电压、反馈增益参数及纳米梁与极板间初始距离决定的。反馈增益参数对最大振幅影响较小。最大振幅随着纳米梁长度的增大而增大,随着阻尼值和纳米梁与极板间初始距离的增大而减小,随激励电压幅值的减小而减小。

(2)纳米梁振动的非线性主要表现为多值、跳跃等现象。通过幅频响应分析得到选取适当的反馈增益参数值及阻尼值能够削弱甚至消除纳米梁振动的非线性。反馈增益参数是通过改变非线性项的值实现对纳米梁非线性振动的控制。

(3)通过数值分析得出,临界控制电压随着纳米梁长度的增大而减小,随反馈增益参数的增大而减小。选择适当的控制电压可以实现系统的稳态振动。

参 考 文 献

- 温诗铸. 关于微机电系统研究. 中国机械工程, 2003; 14(2): 75—79,6
Wen Shizhu. Researches on the Micro-electromechanical system. China Mechanical Engineering, 2003; 14(2): 75—79,6
- 闫晓军, 张 锴, 伍晓明. MEMS 技术在智能航空发动机中的应用研究现状及前景. 航空动力学报, 2012; 27(6): 1210—1217
Yan Xiaojun, Zhang Kai, Wu Xiaoming. Opportunities and challenges of MEMS technology in the environment of intelligent engines. Journal of Aerospace Power, 2012; 27(6): 1210—1217
- Eom K, Park H S, Yoon D S, *et al.* Nanomechanical resonators and their applications in biological/chemical detection; nanomechanics principles. Physics Reports, 2011; 503(4): 115—163
- 林忠华, 胡国清, 刘文艳, 等. 微机电系统的发展及其应用. 纳米技术与精密工程, 2004; 2(2): 117—123
Lin Zhonghua, Hu Guoqing, Liu Wenyan, *et al.* Development and application of micro-electro-mechanical system. Nanotechnology and Precision Engineering, 2004; 2(2): 117—123
- Choudhary N, Kaur D. Shape memory alloy thin films and heterostructures for MEMS applications; a review. Sensors and Actuators a: Physical, 2016; 242: 162—181
- Evoy S, Carr D W, Sekaric L, *et al.* Nanofabrication and electrostatic operation of single-crystal silicon paddle oscillators. Journal of Applied Physics, 1999; 86(11): 6072—6077
- 宋震煜, 于 虹. 纳米梁非线性振动的动力学分析. 微纳电子技术, 2006; 43(3): 145—149
Song Zhenyu, Yu Hong. Dynamic analysis for nonlinear vibration of nanobeam. Micronanoelectronic Technology, 2006; 43(3): 145—149
- Fan L S, Tai Y C, Muller R S. Pin joints, gears, springs, cranks, and other novel micromechanical structures. 4th International Conference on Solid-State Sensors and Actuators (Transducers '87). Tokyo: [s. n.], 1987: 849—852
- Fan L S, Tai Y C, Muller R S. Integrated movable micromechanical structures for sensors and actuators. IEEE Transactions on Electron Devices, 1988; 35(6): 724—730
- 张文明, 孟 光, 李鸿光. MEMS 微悬臂梁激励耦合非线性动力特性分析. 振动工程学报, 2004; 17(8): 664—667
Zhang Wenming, Meng Guang, Li Hongguang. Nonlinearities of micro-cantilever under combined parametric and forcing excitations in MEMS. Journal of Vibration Engineering, 2004; 17(8): 664—667
- Maccari A. Vibration control for the primary resonance of a cantilever beam by a time delay state feedback. Journal of Sound and Vibration, 2003; 259(2): 241—251
- 张琪昌, 周凡森, 王 炜. 压膜阻尼作用下微机械谐振器动力学分析. 振动与冲击, 2015; 34(17): 124—130
Zhang Qichang, Zhou Fansen, Wang Wei. Dynamic characteristics of a micro-mechanical-resonator with squeeze film damping. Journal of Vibration and Shock, 2015; 34(17): 124—130
- Wang Y Z, Li F M. Nonlinear primary resonance of nano beam with axial initial load by nonlocal continuum theory. International Journal of Non-linear Mechanics, 2014; 61: 74—79
- 刘灿昌, 李红艳. 悬臂梁非线性振动的压电分阶最优控制. 机械强度, 2011; 33(6): 809—814
Liu Canchang, Li Hongyan. Piezoelectric grade optimal control for the non-linear vibration of cantilever beam. Journal of Mechanical Strength, 2011; 33(6): 809—814
- 李海娟, 周浩敏. 硅谐振式压力微传感器闭环系统. 北京航空航天大学学报, 2005; 31(3): 331—335
Li Haijuan, Zhou Haomin. Closed-loop system of silicon resonant pressure micro-sensor. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2005; 31(3): 331—335
- Young D J, Du J, Zorman C A, *et al.* High-temperature single-crystal 3C-SiC capacitive pressure sensor. IEEE Sensors Journal, 2004; 4(4): 464—470
- Nayfeh A H, Younis M I. Dynamics of MEMS resonators under superharmonic and subharmonic excitations. Journal of Micromechanics and Microengineering, 2005; 15(10): 1840—1847
- Caruntu D I, Knecht M. On nonlinear response near-half natural frequency of electrostatically actuated microresonators. International Journal of Structural Stability and Dynamics, 2011; 11(4): 641—672

Capacitive Control of Nanobeam Nonlinear Vibration for Primary Resonance

GONG Qing-mei, XU Ying-zi^{*}, LIU Can-chang, MA Chi-cheng, ZHOU Ji-lei, JIANG Rui-rui

(School of Transportation and Vehicle Engineering, Shandong University of Technology, Zibo 255049, P. R. China)

[**Abstract**] A control method of the nanobeam capacitive sensor is presented for the problem of nonlinear vibration control of the nanobeam using the model of Euler-Bernoulli beam. The capacitance value of nanobeam capacitor changes with the nanobeam vibration. The nanobeam capacitive sensor is applied to extract the vibration singles according to the change of capacitance and to transform the enlarged singles into the controller to control the nonlinear vibration of nanobeam. The system approximate solution is obtained by the method of multiple scales and the amplitude-frequency response equation is derived. The nonlinear vibration dynamic behavior of the nanobeam is analyzed by the numerical simulation including the amplitude-frequency curves for different control parameters. The investigation shows the nonlinear vibration of nanobeam can be efficiently controlled using this method and the nonlinear vibration characteristics of nanobeam can be weakened even eliminated through selecting the appropriate control parameters.

[**Key words**] nonlinear vibration control nanobeam capacitive sensor primary resonance multi scales method