

矿冶工程

基于 DP 准则双排管冻结壁力学特性理论分析

王 彬 荣传新* 程 桦 王 志
(安徽理工大学土木建筑学院, 淮南 232001)

摘 要 为了分析深厚冲击层双排管冻结壁的强度和稳定性,将冻结壁的温度场等效为梯形分布。根据冻结壁力学性质与温度之间的线性关系,基于 Druker-Prager 准则,推导出冻结壁弹性区和塑性区的应力解析表达式;以及冻结壁外荷载与塑性区相对半径之间关系。计算结果表明:冻结壁的径向应力随相对半径 r 的增大而增加;冻结壁环向应力在区间 I、II、III 随相对半径 r 的变化呈现不同的变化规律;并且冻结壁塑性区的应力与外荷载大小无关,只与其所处位置有关。另外,针对工程实例,计算得到控制层位的冻结壁承受外荷载,远小于其塑性极限荷载,从而表明该矿井冻结壁是安全可靠的。

关键词 冻结法凿井 冻结壁 温度场 梯形分布 Druker-Prager 强度准则

中图法分类号 TD265.3; **文献标志码** A

随着冲积层厚度的增加,单排管冻结壁无论是从强度还是稳定性方面都不能满足实际的施工需要,因此必须要采用双排管乃至多排管的施工方案。在多排管竖井冻结壁的研究领域,汪仁和等运用 Ansys 有限元计算程序对双排管冻结壁的形成及其表征变化进行了进行了详细的计算分析,得出了双排管冻结下冻结时间缩短、冻结效率提高、冻结壁平均温度下降等特性;并探讨了双排管冻结下结壁温度的简化计算方法^[1]。肖朝均等从冻结深度、厚度方向上分析多排管局部冻结排内和排外的温度发展特性,并分析计算出积极冻结期排内冻结壁交圈时间、发展速度^[2]。胡向东等对双排管竖井冻结形成的冻结壁等效成材料性质沿着厚度呈梯形分布的功能梯度材料(FGM)无限长厚壁圆筒,通过求解均布荷载下该类厚壁圆筒的弹性解析解,并利用摩尔-库伦屈服准则求解其弹塑性解,根据解析解对双排管进行了应力场分析,提出了对工程有参考价值的建议^[3]。

随着冻结法凿井穿越的冲积层厚度增加,作用在冻结壁上的荷载也不断增大,选取双排管的冻结方案,能保证冻结壁的强度和稳定性更好的满足施工的要求,而采用 Druker-Prager 强度准则,能更好地表征深厚冲积层冻结壁的力学特性^[4-6]。同时,在工程应用范围内,冻结壁的性质与温度之间近似

呈现直线变化^[7],将双排管冻结壁温度场等效成梯形分布,从而将冻结壁简化为材料的力学性质呈梯形变化的厚壁圆筒,即冻结壁的弹性模量与黏聚力随半径呈梯形变化,并结合 Druker-Prager 强度准则对其进行弹塑性力学特性分析,可为冻结壁设计提供理论依据。

1 等效温度场

依据文献[8],将双排管冻结温度场等效成梯形分布。温度场的分布如图1所示。

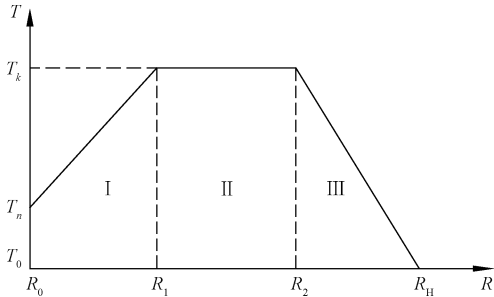


图1 温度分布示意图
Fig. 1 The distribution chart of temperature field

在图1中 T_0 为冻土的结冰温度, T_n 为冻土开挖后内壁的温度, T_k 为梯形等效温度的最低温度。温度场的函数为:

$$\begin{cases} T(R) = \frac{T_k - T_n}{R_1 - R_B} (R - R_B) + T_n, & R \in [R_B, R_1] \\ T(R) = T_k, & R \in [R_1, R_2] \\ T(R) = \frac{T_k - T_0}{R_2 - R_H} \cdot (R - R_H) + T_0 & R \in [R_2, R_H] \end{cases} \quad (1)$$

2016年4月15日收到
国家自然科学基金项目
(51374010, 51474004)资助

第一作者简介:王 彬(1991—),男,山东临沂人,硕士研究生。研究方向:岩土工程。E-mail:1030373816@qq.com。

*通信作者简介:荣传新(1968—),男,安徽六安人,博士,教授,博士研究生导师。研究方向:岩土工程和结构工程。E-mail:chxrong@aust.edu.cn。

2 力学模型

选取图 2 所示的计算模型,其中弹性模量 $E(R)$,黏聚力 $C(R)$ 均服从梯形分布。图 2 中 p 为外加荷载, σ_p 为弹塑性区分界处塑性区与弹性区间的相互作用力; R 表示冻结壁的任一点半径, R_B 表示内径, R_H 表示外径, R_p 表示塑性区半径。塑性区相对半径 $\rho = R_p/R_B$, 外径与内径之比 $r_H = R_H/R_B$ 。

在工程应用范围内弹性模量 E 以及黏聚力 c 与温度之间具有一次函数关系,因此可以假设 $E(R) = aT(R) + E_0$, $c(R) = bT(R) + c_0$ 。代入式(1),并且令 $r = R/R_B$, $r_1 = R_1/R_B$, $r_2 = R_2/R_B$, $r_H = R_H/R_B$, 得出弹性模量 E 的表达式为:

$$\begin{cases} E(r) = a_1 r + b_1, & r \in [1, r_1] \\ E(r) = E_1, & r \in [r_1, r_2] \\ E(r) = a_2 r + b_2, & r \in [r_2, r_H] \end{cases} \quad (2)$$

式(2)中,

$$a_1 = a \frac{T_k - T_n}{r_1 - 1}, b_1 = a \left(-\frac{T_k - T_n}{r_1 - 1} + T_n \right) + E_0,$$

$$E_1 = a T_k + E_0, a_2 = a \frac{T_k - T_0}{r_2 - r_H},$$

$$b_2 = a \left(-\frac{T_k - T_0}{r_2 - r_H} r_H + T_0 \right) + E_0.$$

黏聚力 c 的表达式为:

$$\begin{cases} c(r) = l_1 r + m_1, & r \in [1, r_1] \\ c(r) = c_1, & r \in [r_1, r_2] \\ c(r) = l_2 r + m_2, & r \in [r_2, r_H] \end{cases} \quad (3)$$

$$\text{式(3)中 } l_1 = l \frac{T_k - T_n}{r_1 - 1}, m_1 = l \left(-\frac{T_k - T_n}{r_1 - 1} + T_n \right) +$$

$$c_0, c_1 = l T_k + c_0, m_2 = l \left(-\frac{T_k - T_0}{r_2 - r_H} r_H + T_0 \right) + c_0.$$

假设冻结管两侧冻土帷幕厚度的发展速度相同,因此, $a_1 = -a_2$, $l_1 = -l_2$ 。

3 模型求解

3.1 弹性应力求解

依据胡向东的推导,当冻结壁处于弹性平面应变状态时,各分区弹性应力计算公式^[3]为:

$$\begin{cases} \sigma_r = \frac{\sigma_{r_1} \left[a_1 \left(1 - \frac{1}{r} \right) + \frac{b_1}{2} \left(1 - \frac{1}{r^2} \right) \right]}{a_1 \left(1 - \frac{1}{r_1} \right) + \frac{b_1}{2} \left(1 - \frac{1}{r_1^2} \right)} \\ \sigma_\theta = \frac{\sigma_{r_1} \left[a_1 + \frac{b_1}{2} \left(1 + \frac{1}{r^2} \right) \right]}{a_1 \left(1 - \frac{1}{r_1} \right) + \frac{b_1}{2} \left(1 - \frac{1}{r_1^2} \right)}, & r \in [1, r_1] \end{cases} \quad (4)$$

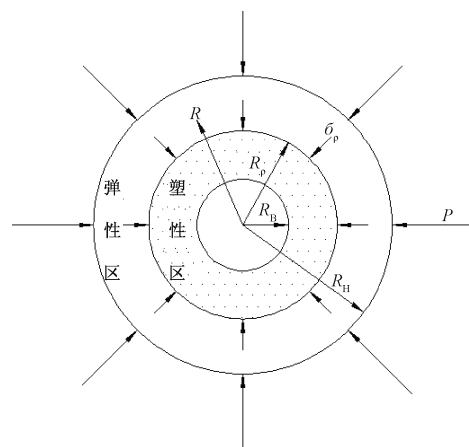


图 2 冻结壁计算模型

Fig. 2 Calculation model of FGM frozen soil wall

$$\begin{cases} \sigma_r = \frac{1}{r_2^2 - r_1^2} \left[-\frac{r_2^2 r_1^2}{r^2} (\sigma_{r_2} - \sigma_{r_1}) + \sigma_{r_2} r_2^2 - \sigma_{r_1} r_1^2 \right] \\ \sigma_\theta = \frac{1}{r_2^2 - r_1^2} \left[\frac{r_2^2 r_1^2}{r^2} (\sigma_{r_2} - \sigma_{r_1}) + \sigma_{r_2} r_2^2 - \sigma_{r_1} r_1^2 \right], \\ r \in [r_1, r_2] \end{cases} \quad (5)$$

$$\begin{cases} \sigma_r = \frac{\left[(p - \sigma_{r_2}) \left(\frac{a_1}{r} - \frac{b_2}{2r^2} \right) - a_1 \left(\frac{p}{r_2} - \frac{\sigma_{r_2}}{r_H} \right) + \frac{b_2}{2} \left(\frac{p}{r_2^2} - \frac{\sigma_{r_2}}{r_H^2} \right) \right]}{\left[-a_1 \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_H} \right) + \frac{b_2}{2} \left(\frac{1}{r_2^2} - \frac{1}{r_H^2} \right) \right]} \\ \sigma_\theta = \frac{\left[(p - \sigma_{r_2}) \frac{b_2}{2r^2} - a_1 \left(\frac{p}{r_2} - \frac{\sigma_{r_2}}{r_H} \right) + \frac{b_2}{2} \left(\frac{p}{r_2^2} - \frac{\sigma_{r_2}}{r_H^2} \right) \right]}{\left[-a_1 \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_H} \right) + \frac{b_2}{2} \left(\frac{1}{r_2^2} - \frac{1}{r_H^2} \right) \right]}, \\ r \in [r_2, r_H] \end{cases} \quad (6)$$

根据 r_1, r_2 处的连续条件可以求解 $\sigma_{r_1}, \sigma_{r_2}$ 。

r_1 处的连续条件表示为 $u_1^- = u_1^+$, 其中 u_1^- 表示 r_1 内侧的位移, u_1^+ 表示 r_1 外侧的位移。

$$\begin{aligned} & \sigma_{r_1} \left[a_1 + \frac{b_1}{2} \left(1 + \frac{1}{r_1^2} \right) \right] - \mu \sigma_{r_1} + (1 - \mu) \frac{a_1 \left(1 - \frac{1}{r_1} \right) + \frac{b_1}{2} \left(1 - \frac{1}{r_1^2} \right)}{a_1 \left(1 - \frac{1}{r_1} \right) + \frac{b_1}{2} \left(1 - \frac{1}{r_1^2} \right)} = \\ & \frac{(2 - 2\mu) r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} \sigma_{r_2} - \frac{(1 - 2\mu) r_1^2 + r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} \sigma_{r_1} \end{aligned} \quad (7)$$

r_2 处的连续条件表示为 $u_2^- = u_2^+$, 其中 u_2^- 表示 r_2 内侧的位移, u_2^+ 表示 r_2 外侧的位移。

$$\begin{aligned} & \frac{r_1^2 + (1 - 2\mu) r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} \sigma_{r_2} - \frac{(2 - 2\mu) r_1^2}{r_2^2 - r_1^2} \sigma_{r_1} = \\ & -\mu \left[(p - \sigma_{r_2}) \left(\frac{a_1}{r_2} - \frac{b_2}{2r_2^2} \right) - a_1 \left(\frac{p}{r_2} - \frac{\sigma_{r_2}}{r_H} \right) + \right. \\ & \left. \frac{b_2}{2} \left(\frac{p}{r_2^2} - \frac{\sigma_{r_2}}{r_H^2} \right) \right] / \left[-a_1 \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_H} \right) + \frac{b_2}{2} \left(\frac{1}{r_2^2} - \frac{1}{r_H^2} \right) \right] + \end{aligned}$$

$$(1-\mu)\left[\left(p-\sigma_{r_2}\right)\frac{b_2}{2r_2^2}-a_1\left(\frac{p}{r_2}-\frac{\sigma_{r_2}}{r_H}\right)+\frac{b_2}{2}\left(\frac{p}{r_2^2}-\frac{\sigma_{r_2}}{r_H^2}\right)\right]/$$

$$\left[-a_1\left(\frac{1}{r_2}-\frac{1}{r_H}\right)+\frac{b_2}{2}\left(\frac{1}{r_2^2}-\frac{1}{r_H^2}\right)\right] \quad (8)$$

联立式(7),式(8)可求得 σ_{r_1} 以及 σ_{r_2} 。

3.2 弹塑性应力场求解

当外加荷载超过弹性极限荷载但小于塑性极限荷载时,冻结壁处于弹塑性状态,此时的冻结壁由内缘向外依次分为塑性区与弹性区。

3.2.1 塑性区应力求解

冻结壁进入塑性后,满足 Druker-Prager 强度准则^[9],如式(9)所示。

$$\sqrt{J_2}-\alpha I_1-k=0 \quad (9)$$

式(9)中, $\alpha = \frac{\sin\varphi}{\sqrt{3}\sqrt{3+\sin^2\varphi}}$, $k = \frac{\sqrt{3}c\cos^2\varphi}{\sqrt{3+\sin^2\varphi}}$, φ 为冻土的内摩擦角; c 为冻土的黏聚力。

在平面轴对称应变问题中,对(9)进行变换得:

$$\frac{(\sqrt{3+\sin^2\varphi}-\sqrt{3}\sin\varphi)\sigma_\theta^e-(\sqrt{3+\sin^2\varphi}+\sqrt{3}\sin\varphi)\sigma_r^p}{\sqrt{3}c(r)} =$$

$$2\cos\varphi \quad (10)$$

塑性区的平衡方程^[9]为:

$$\frac{d\sigma_r^p}{dr} + \frac{\sigma_r^p - \sigma_\theta^p}{r} = 0 \quad (11)$$

式(11)中, σ_r^p , σ_θ^p 分别为塑性区的径向应力以及环向应力。

将式(10)代入式(11)得:

$$\frac{d\sigma_r^p}{dr} - 2\sqrt{3}\frac{\sigma_r^p\sin\varphi + c(r)\cos\varphi}{r(\sqrt{3+\sin^2\varphi}-\sqrt{3}\sin\varphi)} = 0 \quad (12)$$

通过求微分方程式(12)可以得径向应力的通解为:

$$\sigma_r^p = \begin{cases} \frac{2\sqrt{3}l_1\cos\varphi}{\sqrt{3+\sin^2\varphi}-3\sqrt{3}\sin\varphi}r - \frac{m_1\cos\varphi}{\sin\varphi} + \left(-\frac{2\sqrt{3}l_1\cos\varphi}{\sqrt{3+\sin^2\varphi}-3\sqrt{3}\sin\varphi} + \frac{m_1\cos\varphi}{\sin\varphi}\right)\frac{2\sqrt{3}\sin\varphi}{r\sqrt{3+\sin^2\varphi}-\sqrt{3}\sin\varphi}; r \in [1, r_1] \\ -\frac{(l_1r_1+m_1)\cos\varphi}{\sin\varphi} + \left[\left(\frac{2\sqrt{3}l_1\cos\varphi}{\sqrt{3+\sin^2\varphi}-3\sqrt{3}\sin\varphi} + \frac{l_1\cos\varphi}{\sin\varphi}\right)r_1^{\frac{\sqrt{3+\sin^2\varphi}-3\sqrt{3}\sin\varphi}{\sqrt{3+\sin^2\varphi}-\sqrt{3}\sin\varphi}} + \left(-\frac{2\sqrt{3}l_1\cos\varphi}{\sqrt{3+\sin^2\varphi}-3\sqrt{3}\sin\varphi} + \frac{m_1\cos\varphi}{\sin\varphi}\right)\right] \times \\ \frac{2\sqrt{3}\sin\varphi}{r\sqrt{3+\sin^2\varphi}-\sqrt{3}\sin\varphi}; r \in [r_1, r_2] \\ \frac{2\sqrt{3}l_2\cos\varphi}{\sqrt{3+\sin^2\varphi}-3\sqrt{3}\sin\varphi}r - \frac{m_2\cos\varphi}{\sin\varphi} + \left[-\frac{(l_1r_1+m_1-m_2)\cos\varphi}{\sin\varphi}r_2^{\frac{-2\sqrt{3}\sin\varphi}{\sqrt{3+\sin^2\varphi}-\sqrt{3}\sin\varphi}} + \left(\frac{2\sqrt{3}l_1\cos\varphi}{\sqrt{3+\sin^2\varphi}-3\sqrt{3}\sin\varphi} + \frac{l_1\cos\varphi}{\sin\varphi}\right) \times \right. \\ \left. r_1^{\frac{\sqrt{3+\sin^2\varphi}-3\sqrt{3}\sin\varphi}{\sqrt{3+\sin^2\varphi}-\sqrt{3}\sin\varphi}} + \left(-\frac{2\sqrt{3}l_1\cos\varphi}{\sqrt{3+\sin^2\varphi}-3\sqrt{3}\sin\varphi} + \frac{m_1\cos\varphi}{\sin\varphi}\right) + \frac{2\sqrt{3}l_1\cos\varphi}{\sqrt{3+\sin^2\varphi}-3\sqrt{3}\sin\varphi}r_2^{\frac{\sqrt{3+\sin^2\varphi}-3\sqrt{3}\sin\varphi}{\sqrt{3+\sin^2\varphi}-\sqrt{3}\sin\varphi}}\right] \times r^{\frac{2\sqrt{3}\sin\varphi}{\sqrt{3+\sin^2\varphi}-\sqrt{3}\sin\varphi}}; \\ r \in [r_2, \rho] \end{cases} \quad (16)$$

$$\sigma_r^p = \begin{cases} \frac{2\sqrt{3}l_1\cos\varphi}{\sqrt{3+\sin^2\varphi}-3\sqrt{3}\sin\varphi}r - \frac{m_1\cos\varphi}{\sin\varphi} + \\ c_1r^{\frac{2\sqrt{3}\sin\varphi}{\sqrt{3+\sin^2\varphi}-\sqrt{3}\sin\varphi}}, r \in [1, r_1] \\ -\frac{(l_1r_1+m_1)\cos\varphi}{\sin\varphi} + \\ c_2r^{\frac{2\sqrt{3}\sin\varphi}{\sqrt{3+\sin^2\varphi}-\sqrt{3}\sin\varphi}}, r \in [r_1, r_2] \\ \frac{2\sqrt{3}l_2\cos\varphi}{\sqrt{3+\sin^2\varphi}-3\sqrt{3}\sin\varphi}r - \frac{m_2\cos\varphi}{\sin\varphi} + \\ c_3r^{\frac{2\sqrt{3}\sin\varphi}{\sqrt{3+\sin^2\varphi}-\sqrt{3}\sin\varphi}}, r \in [r_2, r_H] \end{cases} \quad (13)$$

式(13)中, l_1, l_2, m_1, m_2 如式(3)中说明。

当塑性区半径 $\rho \in [1, r_1]$ 时,引入边界条件,当 $r=1$ 时, $\sigma_r^p=0$, 计算得到满足条件的特解为:

$$\sigma_r^p = \frac{2\sqrt{3}l_1\cos\varphi}{\sqrt{3+\sin^2\varphi}-3\sqrt{3}\sin\varphi}r - \frac{m_1\cos\varphi}{\sin\varphi} +$$

$$\left(-\frac{2\sqrt{3}l_1\cos\varphi}{\sqrt{3+\sin^2\varphi}-3\sqrt{3}\sin\varphi} + \frac{m_1\cos\varphi}{\sin\varphi}\right)r^{\frac{2\sqrt{3}\sin\varphi}{\sqrt{3+\sin^2\varphi}-\sqrt{3}\sin\varphi}},$$

$$r \in [1, \rho] \quad (14)$$

当塑性区半径 $\rho \in [r_1, r_2]$ 时,根据 r_1 处的连续条件得满足条件的特解为:

$$\sigma_r^p = \frac{2\sqrt{3}l_1\cos\varphi}{\sqrt{3+\sin^2\varphi}-3\sqrt{3}\sin\varphi}r - \frac{m_1\cos\varphi}{\sin\varphi} +$$

$$\left(-\frac{2\sqrt{3}l_1\cos\varphi}{\sqrt{3+\sin^2\varphi}-3\sqrt{3}\sin\varphi} + \frac{m_1\cos\varphi}{\sin\varphi}\right) \times$$

$$r^{\frac{2\sqrt{3}\sin\varphi}{\sqrt{3+\sin^2\varphi}-\sqrt{3}\sin\varphi}} - \frac{(l_1r_1+m_1)\cos\varphi}{\sin\varphi}; \quad (15)$$

当塑性区半径 $\rho \in [r_2, r_H]$ 时,根据 r_2 处的连续条件得满足条件的特解为:

依据 Druker-Prager 强度准则,可以得到塑性区的环向应力的通解为:

$$\sigma_{\theta}^p = \left(1 + \frac{2\sqrt{3}\sin\varphi}{\sqrt{3 + \sin^2\varphi} - \sqrt{3}\sin\varphi} \right) \sigma_r^p + \frac{2\sqrt{3}c(r)\cos\varphi}{\sqrt{3 + \sin^2\varphi} - \sqrt{3}\sin\varphi} \quad (17)$$

$$\begin{cases} \sigma_r^e = \frac{\left[(\sigma_{r_1} - \sigma_p) \left(-\frac{a_1}{r} - \frac{b_1}{2r^2} \right) + a_1 \left(\frac{\sigma_{r_1}}{\rho} - \frac{\sigma_p}{r_1} \right) + \frac{b_1}{2} \left(\frac{\sigma_{r_1}}{\rho^2} - \frac{\sigma_p}{r_1^2} \right) \right]}{a_1 \left(\frac{1}{\rho} - \frac{1}{r_1} \right) + \frac{b_1}{2} \left(\frac{1}{\rho^2} - \frac{1}{r_1^2} \right)} \\ \sigma_{\theta}^e = \frac{\left[(\sigma_{r_1} - \sigma_p) \frac{b_1}{2r^2} + a_1 \left(\frac{\sigma_{r_1}}{\rho} - \frac{\sigma_p}{r_1} \right) + \frac{b_1}{2} \left(\frac{\sigma_{r_1}}{\rho^2} - \frac{\sigma_p}{r_1^2} \right) \right]}{a_1 \left(\frac{1}{\rho} - \frac{1}{r_1} \right) + \frac{b_1}{2} \left(\frac{1}{\rho^2} - \frac{1}{r_1^2} \right)} \end{cases}, r \in [\rho, r_1] \quad (18)$$

此时Ⅱ号和Ⅲ号区全部处于弹性状态,计算公式如式(5),式(6)所示。

当 $\rho \in [r_1, r_2]$ 时,Ⅰ号区全部处于塑性状态,依据公式(14)可以计算该区的应力;Ⅱ号区内侧 $r \in [r_1, \rho]$ 处于塑性状态,根据式(15)可以求得该区的径向应力,结合式(17)可以求得对应的环向应力。外侧 $r \in [\rho, r_2]$ 处于弹性状态,根据胡向东的推导Ⅱ号区弹性区的应力场^[3]为

$$\begin{cases} \sigma_r^e = \frac{1}{r_2^2 - \rho^2} \left[-\frac{r_2^2 \rho^2}{r^2} (\sigma_{r_2} - \sigma_p) + \sigma_{r_2} r_2^2 - \sigma_p \rho^2 \right] \\ \sigma_{\theta}^e = \frac{1}{r_2^2 - \rho^2} \left[\frac{r_2^2 \rho^2}{r^2} (\sigma_{r_2} - \sigma_p) + \sigma_{r_2} r_2^2 - \sigma_p \rho^2 \right] \end{cases}, r \in [\rho, r_2] \quad (19)$$

此时Ⅲ号区全部处于弹性状态,根据式(6)可以求得该区的应力。

当 $\rho \in [r_2, r_H]$ 时,Ⅰ号区和Ⅱ号区全部处于塑性状态,根据式(14)即可求得对应径向应力,结合式(17)即可求得相应的环向应力。Ⅲ号区的塑性区 $r \in (r_2, \rho)$ 应力场可以根据式(16)与式(17)求得;根据胡向东的推导,Ⅲ号区弹性区 $r \in (\rho, r_H)$ 应

3.2.2 弹性区应力场的求解

假设塑性区半径 ρ ,在弹塑性分界线上径向应力满足 $\sigma_{\rho}^p = \sigma_{\rho}^e = \sigma_{\rho}$ 。当 $\rho \in [1, r_1]$ 时,Ⅰ号区内侧 $r \in [1, \rho]$ 为塑性区,依据式(14)计算该区的径向应力,结合式(17)即可求得该区的环向应力;根据胡向东的推导Ⅰ区弹性区应力场^[3]为:

力场^[3]为:

$$\begin{cases} \sigma_r^e = \frac{(p - \sigma_p) \left(\frac{a_1}{r} - \frac{b_2}{2r^2} \right) - a_1 \left(\frac{p}{\rho} - \frac{\sigma_p}{r_H} \right) + \frac{b_2}{2} \left(\frac{p}{\rho^2} - \frac{\sigma_p}{r_H^2} \right)}{-a_1 \left(\frac{1}{\rho} - \frac{1}{r_H} \right) + \frac{b_2}{2} \left(\frac{1}{\rho^2} - \frac{1}{r_H^2} \right)} \\ \sigma_{\theta}^e = \frac{(p - \sigma_p) \frac{b_2}{2r^2} - a_1 \left(\frac{p}{\rho} - \frac{\sigma_p}{r_H} \right) + \frac{b_2}{2} \left(\frac{p}{\rho^2} - \frac{\sigma_p}{r_H^2} \right)}{-a_1 \left(\frac{1}{\rho} - \frac{1}{r_H} \right) + \frac{b_2}{2} \left(\frac{1}{\rho^2} - \frac{1}{r_H^2} \right)} \end{cases}, r \in [\rho, r_H] \quad (20)$$

3.2.3 塑性区半径 ρ 的求解

当 $\rho \in [1, r_1]$ 时,在 $r = \rho$ 处,径向应力和环向应力满足 Druker-Prager 强度准则以及应力的连续条件。

由 Druker-Prager 强度准则可得:

$$\frac{(\sqrt{3 + \sin^2\varphi} - \sqrt{3}\sin\varphi)\sigma_{\theta} - (\sqrt{3 + \sin^2\varphi} + \sqrt{3}\sin\varphi)\sigma_r}{\sqrt{3}(l_p + m_1)} = 2\cos\varphi \quad (21)$$

代入环向应力以及径向应力的表达式得

$$\sigma_r^e = \frac{\sigma_{r_1}(\sqrt{3 + \sin^2\varphi} - \sqrt{3}\sin\varphi) \left(\frac{b_1}{\rho^2} + \frac{a_1}{\rho} \right) - 2\sqrt{3}\cos\varphi(l_1\rho + m_1) \left[a_1 \left(\frac{1}{\rho} - \frac{1}{r_1} \right) + \frac{b_1}{2} \left(\frac{1}{\rho^2} - \frac{1}{r_1^2} \right) \right]}{\sqrt{3 + \sin^2\varphi} \left(\frac{a_1}{\rho} + \frac{b_1}{\rho^2} \right) + \sqrt{3}\sin\varphi \left(\frac{a_1}{\rho} - \frac{2a_1}{r_1} - \frac{b_1}{r_1^2} \right)} \quad (22)$$

根据应力的连续条件得:

$$\sigma_{\rho} = \sigma_{\rho}^e = \sigma_{\rho}^p = \frac{2\sqrt{3}l_1\cos\varphi}{\sqrt{3 + \sin^2\varphi} - 3\sqrt{3}\sin\varphi}\rho - \frac{m_1\cos\varphi}{\sin\varphi} + \left(-\frac{2\sqrt{3}l_1\cos\varphi}{\sqrt{3 + \sin^2\varphi} - 3\sqrt{3}\sin\varphi} + \frac{m_1\cos\varphi}{\sin\varphi} \right) \rho^{\frac{2\sqrt{3}\sin\varphi}{\sqrt{3 + \sin^2\varphi} - \sqrt{3}\sin\varphi}} \quad (23)$$

联立式(22)和式(23),可以求得冻结壁塑性区相对半径 ρ 。

当 $\rho \in [r_1, r_2]$ 时,在 $r = \rho$ 处,径向应力和环向应力满足 Druker-Prager 强度准则以及应力的连续条件。将 $r \in [r_1, r_2]$ 的弹性状态下径向应力与环向应力代入 Druker-Prager 强度准则可得

$$\sigma_\rho^e = \frac{\sigma_{r_2}(\sqrt{3 + \sin^2 \varphi} - \sqrt{3} \sin \varphi) r_2^2 - \sqrt{3}(l_1 \rho + m_1) \cos(r_2^2 - \rho^2)}{\sqrt{3 + \sin^2 \varphi} r_2^2 - \sqrt{3} \sin \varphi \rho^2} \quad (24)$$

根据应力的连续条件得:

$$\sigma_\rho = \sigma_\rho^e = \sigma_\rho^p = -\frac{(l_1 r_1 + m_1) \cos \varphi}{\sin \varphi} + \left[\left(\frac{2 \sqrt{3} l_1 \cos \varphi}{\sqrt{3 + \sin^2 \varphi} - 3 \sqrt{3} \sin \varphi} r + \frac{l_1 \cos \varphi}{\sin \varphi} \right) r_1^{\frac{\sqrt{3 + \sin^2 \varphi} - 3 \sqrt{3} \sin \varphi}{\sqrt{3 + \sin^2 \varphi} - \sqrt{3} \sin \varphi}} + \left(-\frac{2 \sqrt{3} l_1 \cos \varphi}{\sqrt{3 + \sin^2 \varphi} - 3 \sqrt{3} \sin \varphi} + \frac{m_1 \cos \varphi}{\sin \varphi} \right) \right] \rho^{\frac{2 \sqrt{3} \sin \varphi}{\sqrt{3 + \sin^2 \varphi} - \sqrt{3} \sin \varphi}} \quad (25)$$

联立式(24)以及式(25),可以求得冻结壁塑性区相对半径 ρ 。

当 $\rho \in [r_2, r_H]$ 时,在 $r = \rho$ 处,径向应力和环向应力满足 Druker-Prager 强度准则以及应力的连续条件。将 $r \in [r_2, r_H]$ 的弹性状态下径向应力与环向应力代入 Druker-Prager 强度准则可得:

$$\sigma_\rho = \frac{p \left[(\sqrt{3 + \sin^2 \varphi} - \sqrt{3} \sin \varphi) \left(\frac{b_2}{\rho^2} - \frac{a_1}{\rho} \right) - 2 \sqrt{3} (-l_1 \rho + m_2) \cos \varphi \left[-a_1 \left(\frac{1}{\rho} - \frac{1}{r_H} \right) + \frac{b_2}{2} \left(\frac{1}{\rho^2} - \frac{1}{r_H^2} \right) \right] \right]}{\sqrt{3 + \sin^2 \varphi} \frac{b_2}{\rho^2} - \sqrt{3 + \sin^2 \varphi} \frac{a_1}{\rho} - \sqrt{3} \sin \varphi \frac{a_1}{\rho} + 2 \sqrt{3} \sin \varphi \frac{a_1}{r_H} - \sqrt{3} \sin \varphi \frac{b_2}{r_H^2}} \quad (26)$$

根据应力的连续条件得:

$$\sigma_\rho = \sigma_\rho^e = \sigma_\rho^p = \frac{2 \sqrt{3} l_2 \cos \varphi}{\sqrt{3 + \sin^2 \varphi} - 3 \sqrt{3} \sin \varphi} \rho - \frac{m_2 \cos \varphi}{\sin \varphi} + \left[-\frac{(l_1 r_1 + m_1 - m_2) \cos \varphi}{\sin \varphi} r_2^{\frac{-2 \sqrt{3} \sin \varphi}{\sqrt{3 + \sin^2 \varphi} - \sqrt{3} \sin \varphi}} + \left(\frac{2 \sqrt{3} l_1 \cos \varphi}{\sqrt{3 + \sin^2 \varphi} - 3 \sqrt{3} \sin \varphi} + \frac{l_1 \cos \varphi}{\sin \varphi} \right) \times r_1^{\frac{\sqrt{3 + \sin^2 \varphi} - 3 \sqrt{3} \sin \varphi}{\sqrt{3 + \sin^2 \varphi} - \sqrt{3} \sin \varphi}} + \left(-\frac{2 \sqrt{3} l_1 \cos \varphi}{\sqrt{3 + \sin^2 \varphi} - 3 \sqrt{3} \sin \varphi} + \frac{m_1 \cos \varphi}{\sin \varphi} \right) + \frac{2 \sqrt{3} l_1 \cos \varphi}{\sqrt{3 + \sin^2 \varphi} - 3 \sqrt{3} \sin \varphi} r_2^{\frac{\sqrt{3 + \sin^2 \varphi} - 3 \sqrt{3} \sin \varphi}{\sqrt{3 + \sin^2 \varphi} - \sqrt{3} \sin \varphi}} \right] \rho^{\frac{2 \sqrt{3} \sin \varphi}{\sqrt{3 + \sin^2 \varphi} - \sqrt{3} \sin \varphi}} \quad (27)$$

联立式(26)与式(27),可以求得冻结壁塑性区相对半径 ρ 。

4 工程算例

淮南矿区顾桥矿东进风井采用人工地层冻结法进行施工,深度为 350 m 到 400 m 的地层为黏土层,冻结壁的内径 $R_B = 5$ m,对应的井帮温度为 -8 °C,外径 $R_H = 13.5$ m,对应的温度为 -3 °C, $r_H = R_H / R_B = 2.7$,梯形温度场模型最低温度为 -28 °C,平均温度为 -19.2 °C,实验测得该进风井的冻结黏土层的力学参数见表 1。

表 1 冻土实验数据

Table 1 Frozen soil test data

参数	数值
冻土弹性模量 E/MPa	$-8.092T + 6.4$
冻土黏聚力 c/MPa	$-0.215T - 0.308$
冻土内摩擦角 $\varphi/(\text{°})$	3
冻土的平均温度/°C	-19.2
泊松比	0.32

通过计算冻结壁温度场的温度与半径 r 的关系式:

$$T(r) = \begin{cases} -50r + 42, & r \in [1, 1.4] \\ -28, & r \in [1.4, 2.2] \\ 50r - 138, & r \in [2.2, 2.7] \end{cases} \quad (28)$$

将式(28)代入表 1 中,得到弹性模量 E 与黏聚力 c 的表达式(29)、式(30)

$$E(r) = \begin{cases} 404.6r - 333.46, & r \in [1, 1.4] \\ 232.98, & r \in [1.4, 2.2] \\ -404.6r + 1123.09, & r \in [2.2, 2.7] \end{cases} \quad (29)$$

$$c(r) = \begin{cases} 10.75r - 9.34, & r \in [1, 1.4] \\ 5.71, & r \in [1.4, 2.2] \\ -10.75r + 29.36, & r \in [2.2, 2.7] \end{cases} \quad (30)$$

冻结壁的外载 p 一般按照重液公式进行计算

$$p = 0.013h \quad (31)$$

式中 h 为计算深度。

通过计算得 350 m 处的外载 p 为 4.55 MPa, 400 m 处的外载 p 为 5.2 MPa。

依据前文中推导的应力计算公式分别计算出顾桥矿风井深度为 350 m 以及深度为 400 m 的应力分布情况如图 3 中 (a) 和 (b) 所示。在深度为 350 m 处,冻结壁的外加荷载为 4.55 MPa,此时,塑性区相对半径 $\rho=1.08$;在深度为 400 m 处,冻结壁的外加荷载为 5.20 MPa,此时的塑性区相对半径 $\rho=1.15$ 。所以,在深度为 350 ~ 400 m 的黏土层处,冻结壁形成的塑性区较小,表明该层位处的冻结壁满足强度要求。

由图 3 中 (c) 图可知,冻结壁的径向应力 σ_r 随着冻结壁的增大而增加;当冻结壁处于弹性极限状态即 $p=3.22$ MPa 时,相对半径 $r \in [1, 1.4]$ 时,环向应力 σ_θ 随着 r 的增大而呈现近似直线的增加,当 $r \in [1.4, 2.2]$ 时,环向应力 σ_θ 随着 r 的增加而减小,当 $r \in [2.2, 2.7]$ 时,环向应力 σ_θ 随着 r 的增大继续减小,并且相较于前一段减小的速度更快。当冻结壁处于塑性极限状态即 $p=10.05$ MPa 时,在区间 $r \in [1, 1.4]$ 上,冻结壁的环向应力 σ_θ 不断增加,在区间 $r \in [1.4, 2.2]$ 时,冻结壁的环向应力 σ_θ 随着 r

的增加而增大,在区间 $r \in [2.2, 2.7]$ 上,冻结壁的环向应力 σ_θ 随着 r 的增大而减小。通过对比发现,当 $r \in [1.4, 2.2]$ 时,冻结壁在弹性极限和塑性极限承载力作用下,其环向应力 σ_θ 呈现不同的发展趋势;当冻结壁处于弹性极限状态时,在该区间内弹性模量是定值,由公式 (5) 可知,该段的环向应力 σ_θ 与 r^2 呈反比关系,即环向应力 σ_θ 随着半径的增大而减小;当冻结壁处于塑性极限状态时,在该区间黏聚力是定值,由式 (17) 可知,该区间的环向应力 σ_θ 与径向应力 σ_r 呈线性关系,所以环向应力也随半径的增大而增大。

由图 3 中 (d) 所示,不论冻结壁处于何种应力状态状态,冻结壁的径向应力 σ_r 随着相对半径 r 增加都呈现出增大的趋势。由于荷载的不同,环向应力 σ_θ 随着相对半径 r 的增大呈现不同的发展趋势,通过分析发现冻结壁塑性区的环向应力 σ_θ 的大小只与相对半径 r 有关。当塑性区相对半径 $1 < \rho \leq 1.4$ 时,冻结壁环向应力 σ_θ 的最大值出现在 $r=1.4$ 处;当塑性区相对半径 $1.4 < \rho < 2.2$ 时,冻结壁环向应力 σ_θ 的最大值出现在 $r=\rho$ 处;当塑性区相对半径 $2.2 \leq \rho < 2.7$ 时,环向应力 σ_θ 的最大值在 $r=2.2$ 处。

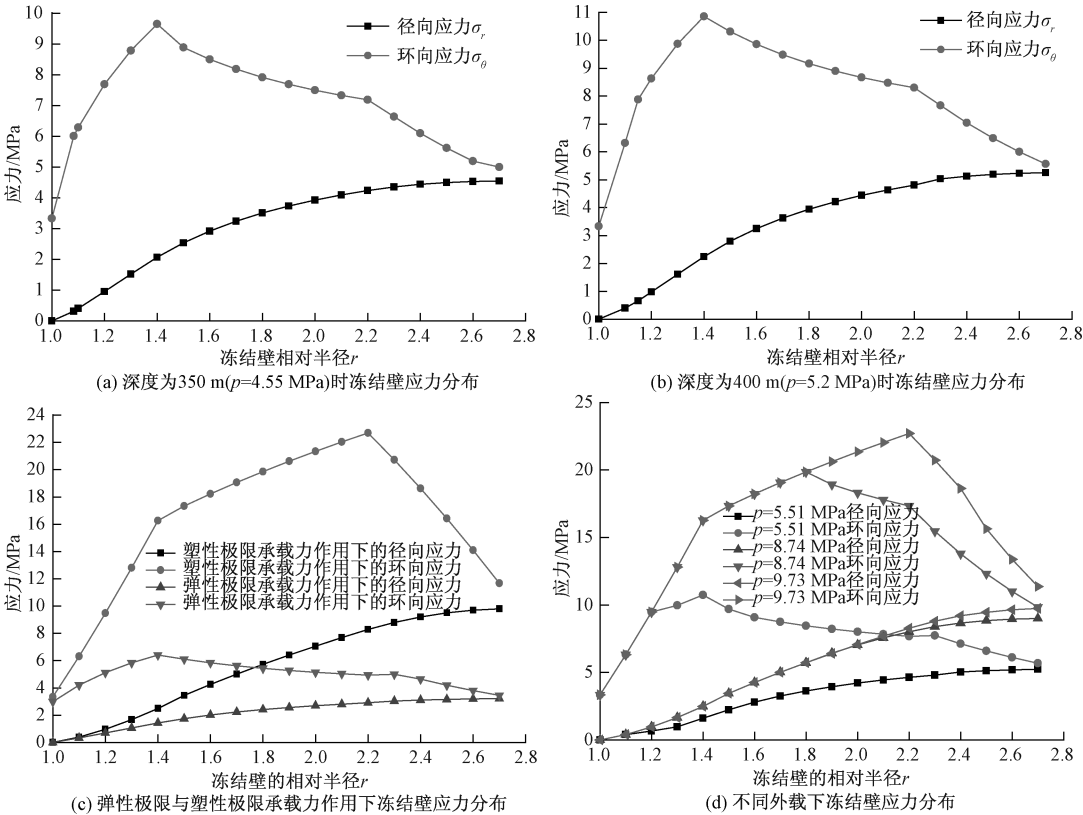


图 3 冻结壁应力分布情况

Fig. 3 Stress distribution of frozen wall

塑性区相对半径与冻结壁承受外载之间的关系如图 4 所示,随着冻结壁承受外荷载增加,塑性区的半径也不断增大。根据胡向东^[3]推导的基于 Mohr-Coulomb 准则的双排管应力场计算公式,对比基于 Druker-Prager 准则的计算结果可以发现,在相同的塑性区相对半径下,前者承受的外荷载要小于后者。当塑性区相对半径 $\rho=2.7$ 时,冻结壁处于塑性极限状态,此时基于 Druker-Prager 准则计算结果为 10.05 MPa,基于 Mohr-Coulomb 准则的计算结果为 9.71 MPa,该值即为顾桥矿东进风井冻结壁的塑性极限承载力。而该冻结壁在深度 350 m 和 400 m 处承受的外荷载分别为 4.55 MPa 和 5.20 MPa,该荷载大于弹性极限承载力但远小于塑性极限承载力,表明冻结壁是安全的。

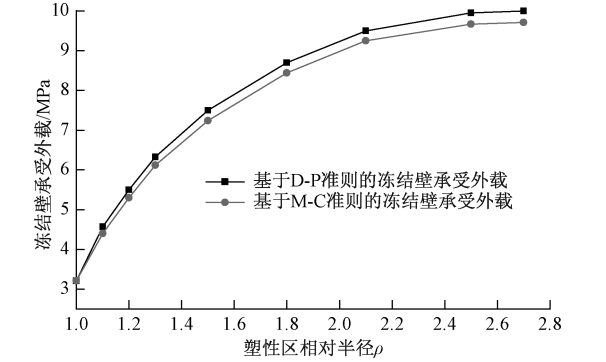


图 4 冻结壁承受外载与塑性区相对半径 ρ 之间的关系
Fig.4 Relationship between external load of the frozen wall and plastic zone relative radius ρ

5 结论

(1)由冻土实验可知,冻结壁的弹性模量和黏聚力与温度呈一次函数关系,另外,双排管冻结壁温度场呈梯形分布,即冻结壁的弹性模量与黏聚力也呈现梯形变化。结合 Druker-Prager 强度准则,推导出冻结壁弹性区和塑性区的应力解析表达式,以及冻结壁外荷载与塑性区相对半径之间关系。对比分析基于 D-P 准则和 M-C 准则的冻结壁承载力,表明两者均随着塑性区相对半径呈抛物线型增加,且基于 D-P 准则计算得到的冻结壁承载力较大。

(2)冻结壁的径向应力随着相对半径 r 的增大而增加,其环向应力在区间 I、II、III 呈现不同的变化规律。针对顾桥东进风井,在弹性极限荷载($p=3.22$ MPa)作用下,冻结壁环向应力在 $r=1.4$ 处达到最大值 6.20 MPa;在塑性极限荷载($p=10.05$ MPa)作用下,冻结壁环向应力在 $r=2.2$ 处达到最大值 22.41 MPa;另外,冻结壁塑性区的环向应力与外荷载大小无关,只和其所处位置有关。该冻结壁

在深度 350 m 和 400 m 处承受的外荷载分别为 $p=4.55$ MPa 和 $p=5.20$ MPa,该荷载大于弹性极限荷载但远小于塑性极限荷载,表明冻结壁是安全的。

参 考 文 献

1 汪仁和,曹荣斌. 双排管冻结下冻结壁温度场形成特征的数值分析. 冰川冻土,2002;24(2):181—185
Wang R H, Cao R B. Numerical analysis of the temperature field features in the frozen wall with double rows of freezing pipes. Journal of Glaciology and Geocryology, 2002;24(2):181—185

2 肖朝昀,胡向东,张庆贺. 多排管局部冻结冻土壁温度场特性. 岩石力学与工程学报,2007;26(A01):2694—2700
Xiao Z J, Hu X D, Zhang Q H. Characters of temperature field in frozen soil wall with multirow freeze-tubes and limited depth freezing. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2007; 26 (A01):2694—2700

3 胡向东,舒畅. 考虑 FGM 特性的双排管竖井冻结壁应力场分析. 工程力学,2014;31(1):145—153
Hu X D, Shu C. Stress field analysis of functionally graded material frozen soil wall in double-row-pipe shaft freezing. Engineering Mechanics, 2014;31(1):145—153

4 荣传新,王秀喜,程桦. 有限变形理论的深厚冲积层冻结壁变形特性分析. 西安科技大学学报,2010;30(1):63—70
Rong C X, Wang X X, Cheng H. Finite strain analysis on deformation characteristics of frozen soil wall in deep alluvium. Journal of Xi'an University of Science and Technology, 2010;30(1):63—70

5 荣传新,王彬,彭世龙,等. 基于 DP 准则的抛物线形功梯度材料冻结壁受力特性分析. 广西大学学报:自然科学版,2015;40(6):1339—1344
Rong C X, Wang B, Peng S L, et al. Study on mechanical characteristics of functionally graded material frozen soil wall with parabolic property basing on Druker-Prager strength criterion. Journal of Guangxi University(Nat Sci Ed), 2015;40(6):1339—1344

6 沈科伟,荣传新,余文文. 查干淖尔矿副井冻结温度场有限元分析. 广西大学学报:自然科学版,2011;36(4):647—652
Sheng K W, Rong C X, Yu W W. Finite element analysis on freezing temperature Field of Chagannaoer mine auxiliary shaft. Journal of Guangxi University(Nat Sci Ed), 2011;36(4):647—652

7 Tsytoich N A. The mechanics of frozen ground. Moscow: Vysshaya Shkola Publisher, 1973

8 Hu Xiangdong. Average temperature model of double-row-pipe frozen soil wall by equivalent trapezoid method. Proceedings of the 2nd International Symposium on Computational Mechanics and the 12th International Conference on the Enhancement and Promotion of Computational methods in Engineering and Promotion of Computational Methods in Engineering and Science. AIP Conference Proceedings,2010; 1233:1333—1338

9 郑颖人. 岩土塑性力学基本原理. 北京:中国建筑工业出版社,2002
Zheng Y R. The principles of geotechnical plastic mechanics. Beijing: China Architecture and Building Press,2002

Correlation Method and Application of Clastic Strata Influenced by Volcanic Activity——Take Myanmar Central Island Arc for Example

ZHOU Hao-wei, YU Shui, ZHAO Hou-xiang, ZHAO Ru-min, CHENG Yue-hong
(CNOOC Research Institute, Beijing 100028, P. R. China)

[Abstract] The diachroneity phenomenon in stratigraphy correlation of volcanic rock and clastic rock caused by different genetic mechanism has been restricting hydrocarbon exploration. Combining seismic, well logging, drilling and analysis data, Myanmar central island arc for example was took and discussed the correlation method of strata mixed by volcanic and clastic rock. The strata can be divided into three types according to the genesis: sedimentary cycle, volcanic cycle and mixed cycle. The correlation principles and technical methods of different genetic cycles are established. Finally, the five sets of strata are divided into 16 group layers and 44 formation layers. Comprehensive evaluation shows that the III and V reverse cycle sand bodies of Paleocene are relatively well developed which should be concerned in the succedent exploration.

[Key words] volcanic activity clastic rock mixed strata stratigraphy correlation method application island arc Myanmar



(上接第 50 页)

Theoretical Analysis of the Double-row-pipe Frozen Soil Wall Basing on Druker-Prager Strength Criterion

WANG Bin, RONG Chuan-xin *, CHENG Hua, WANG Zhi
(School of Civil Engineering and Architecture, Anhui University of Science and Technology, Huainan 232001, P. R. China)

[Abstract] In order to analyse the intension and stability of the double-row-pipe frozen soil wall in the deep thick alluvium, temperature field was regarded of the frozen wall as the trapezoidal-shaped distribution. Basing on the relation of mechanical characteristics of frozen soil wall and temperature, with Druker-Prager strength criterion, deduced the analytical expression of stress of frozen soil wall's elastic zone and plastic zone. The results showed that: the radial stress increases with the relative radius r , the change of hoop stress in the interval I, II, III with the relative radius of r was different. The load of frozen soil wall had nothing to do with the stress of plastic zone of freezing wall. In addition, according to the engineering example, the load of control layer of the frozen wall was far less than its plastic limit load, which meant the frozen soil wall was safe.

[Key words] freezing sinking method frozen soil wall temperature field trapezoid-shaped distribution Druker-Prager strength criterion