

一维正方准晶的无摩擦接触问题

赵雪芬^{1,2} 李 星¹
(宁夏大学数学计算机学院¹, 宁夏大学新华学院², 银川 750021)

摘 要 利用复变函数方法研究了一维正方准晶的无摩擦接触问题,得到了刚性平底压头作用下接触面上应力函数、接触应力及接触位移的显示表达式。结果表明:①接触应力在压头边缘具有 $-1/2$ 阶的奇异性;②压头下方接触位移与声子场作用力成比例关系。数值算例分析并验证了结论的正确性。在一定条件下,结果可退化为一维四方和六方准晶无摩擦接触问题的解。所得结论为研究准晶材料的接触变形提供了重要的力学量。
关键词 一维正方准晶 无摩擦接触问题 复变函数方法 奇异性
中图法分类号 O346; **文献标志码** A

准晶是近三十年来发现的一种新的固体结构和新材料^[1]。准晶具有密度低、耐磨、耐蚀、抗氧化等优良性能^[2]。这些性能使得准晶有可能成为一种新型功能材料而被广泛应用。因此,开展对准晶材料的研究,既有理论价值,又有实践上重要的意义。

自准晶发现以来,准晶弹性理论的研究引起了广大研究者的关注,并取得了大量丰富的成果^[3]。接触问题是弹性理论的一个重要分支,目前已有学者展开了对准晶接触问题研究。如 Peng 和 Fan^[4]基于积分变换和 Fourier 级数的方法求解了一维六方准晶半空间的接触问题。Gao 和 Ricoeur^[5]给出了完美粘结或无摩擦接触的两个半无限空间内部集中力的 Green 函数解,同时考虑了声子场集中力和相位子场集中力的作用。周旺民^[6]基于 Fourier 变换的方法求解了十次对称二维准晶的无摩擦接触问题,并给出了接触应力的解析表达式。基于相同的方法,尹姝媛^[7]求解了八次对称二维准晶的无摩擦接触问题。吴业飞^[8,9]利用格林函数的方法研究了一维准晶和二维准晶无摩擦接触问题,给出了三种形状压头作用下接触应力的解析表达式,并用数值算例分析了压头下方接触应力的分布情况。对于三维准晶,周旺民等人^[10]基于 Hankel 变换求解了立方准晶半空间与刚性平底圆柱压头的轴对称接触问题。

根据三维物理空间中材料呈现周期性的维数,可以把准晶分成一维准晶、二维准晶和三维准晶

三大类^[11]。由于一维准晶的结构相对简单,关于它的研究也最为多见。一维准晶共有六个系,分别为三斜、单斜、正方、四方、立方和六方系。由准晶的弹性理论可知,除了一维三斜准晶外,其他的五类一维准晶在三维物理空间中至少存在一个对称平面。因此研究一维准晶的平面弹性问题有着重要的意义。正方准晶是一种较具有普遍性的一维准晶,关于一维数正方准晶接触问题的研究目前尚未有报道。本文利用广义复变函数方法结合 Riemann-Hilbert 边值问题讨论了一维正方准晶的无摩擦接触问题,给出了压头下方接触应力和接触位移的显示表达式。在给定条件下,从本文结论出发可得到一维四方和六方准晶的无摩擦接触问题的解。

1 基本知识

取坐标轴 x_3 方向为一维正方准晶的准周期方向,垂直于准周期方向的平面 Ox_1x_2 面为周期平面,建立空间直角坐标系。当一维正方准晶的缺陷沿准周期方向 x_3 轴穿透时,材料的几何性质不随准周期方向改变,则有

$$\frac{\partial}{\partial x_3} = 0 \tag{1}$$

此时,一维正方准晶的弹性问题可分解为一个平面问题和一个反平面问题的叠加,这里只讨论平面问题,其基本方程如下^[12]:

$$\begin{cases} \sigma_{11} = C_{11}\varepsilon_{11} + C_{12}\varepsilon_{22} \\ \sigma_{22} = C_{12}\varepsilon_{11} + C_{11}\varepsilon_{22} \\ \sigma_{12} = \sigma_{21} = 2C_{66}\varepsilon_{12} \\ \sigma_{13} = \sigma_{31} = 2C_{44}\varepsilon_{31} + R_3w_{31} \\ \sigma_{23} = \sigma_{32} = 2C_{44}\varepsilon_{32} + R_3w_{32} \\ H_{33} = R_1\varepsilon_{11} + R_2\varepsilon_{22} \end{cases} \tag{2}$$

2015 年 10 月 27 日收到 国家自然科学基金(11362018,11261045)、
高等学校博士学科点专项科研基金(NO. 20116401110002)、
宁夏高等学校科学技术研究项目(NGY2015182)、
宁夏大学新华学院院级科学研究基金(14XHX02)资助
第一作者简介:赵雪芬(1983—),女,汉族,宁夏银川人,博士研究生,讲
师。研究方向:准晶弹性理论与缺陷力学。E-mail:snowfen@163.com。

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(\partial_j u_i + \partial_i u_j); \quad j=1,2 \quad (3)$$

$$\partial_1 \sigma_{11} + \partial_1 \sigma_{12} = 0, \quad \partial_1 \sigma_{21} + \partial_1 \sigma_{22} = 0 \quad (4)$$

式(4)中, $\partial_j = \partial/\partial x_j$, $C_{11}, C_{12}, C_{13}, C_{22}, C_{23}, C_{66}, R_1, R_2$ 为准晶材料的弹性常数; $\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}, u_i$ 和 H_{33} 分别为声子场应力、应变、位移及相位子场应力分量。

把式(3)代入式(2), 得到

$$(C_{11} \partial_1^2 + C_{66} \partial_2^2) u_1 + (C_{12} + C_{66}) \partial_1 \partial_2 u_2 = 0 \quad (5)$$

$$(C_{11} + C_{66}) \partial_1 \partial_2 u_1 + (C_{66} \partial_1^2 + C_{22} \partial_2^2) u_2 = 0 \quad (6)$$

引入位移势函数^[12]

$$u_1 = (C_{12} + C_{66}) \partial_1 \partial_2 F, \quad u_2 = -(C_{66} \partial_1^2 + C_{22} \partial_2^2) F \quad (7)$$

显然, $F(x_1, x_2)$ 已自动满足式(5)。把式(7)代入式(6), 可得

$$(c_1 \partial_1^4 + c_2 \partial_1^2 \partial_2^2 + c_3 \partial_2^4) F = 0 \quad (8)$$

式(8)中, $c_1 = -C_{11} C_{66}$, $c_2 = C_{12}^2 + 2C_{12} C_{66} - C_{11} C_{22}$, $c_3 = -C_{22} C_{66}$ 。

式(8)称为一维正方准晶的最终控制方程, 它是一个四阶偏微分方程。由文献[13]知, 它的解可以用两个广义解析函数 $F_k(z_k)$ ($k=1, 2$) 表示为

$$F(x_1, x_2) = 2\text{Re} \sum_{k=1}^2 F_k(z_k), \quad z_k = x_1 + \lambda_k x_2 \quad (9)$$

式(9)中, Re 表示复数的实部; $\lambda_k = \alpha_k + i\beta_k$ ($k=1, 2$), 是两个不同的复参数, $i = \sqrt{-1}$, α_k, β_k 是仅依赖于准晶弹性常数的实常数。 λ_k 由下面的特征方程确定

$$c_3 \lambda^4 + c_2 \lambda^2 + c_1 = 0 \quad (10)$$

如果特征根出现重根, 上述结果可进一步简化。

把式(9)代入式(7)及式(2), 可得到应力和位移的表达式

$$\begin{cases} \sigma_{12} = \sigma_{21} = q_1 f'_1(z_1) + \overline{q_1 f'_1(z_1)} + q_2 f'_2(z_2) + \overline{q_2 f'_2(z_2)} \\ \sigma_{22} = \mu_1 f'_1(z_1) + \overline{\mu_1 f'_1(z_1)} + \mu_2 f'_2(z_2) + \overline{\mu_2 f'_2(z_2)} \\ u_1 = o_1 f_1(z_1) + \overline{o_1 f_1(z_1)} + o_2 f_2(z_2) + \overline{o_2 f_2(z_2)} \\ u_2 = p_1 f_1(z_1) + \overline{p_1 f_1(z_1)} + p_2 f_2(z_2) + \overline{p_2 f_2(z_2)} \end{cases} \quad (11)$$

式(11)中, $q_k = (-C_{11} C_{66} + C_{12} C_{66} \lambda_k^2)$, $\mu_k = (C_{12}^2 + C_{12} C_{66} - C_{11} C_{22} \lambda_k) - C_{22} C_{66} \lambda_k^3$,

$o_k = \lambda_k (C_{11} + C_{66})$, $p_k = (-C_{11} C_{66} + C_{12} C_{66} \lambda_k^2)$, $f_k(z_k) = \partial_{z_k}^2 F_k(z_k) = F''_k(z_k)$ ($k=1, 2$)。

称广义解析函数 $f_1(z_1), f_2(z_2)$ 以及它们的导数 $f'_1(z_1), f'_2(z_2)$ 为应力函数, 则一维正方准晶平面弹性理论问题的求解就是在给定边界条件下确定式

(11)中的应力分量和位移分量。

2 无摩擦接触问题的求解

如图1所示, 考虑一个宽度为 $2a$ 的刚性压头完全无摩擦接触于一维六方准晶材料非周期平面 (ox_1x_3 面) 上。此时, 无摩擦接触问题的边界条件可表示为

$$\begin{cases} |x_1| < a, x_2 = 0: u'_2(x_1, 0^+) = f'(x_1), \sigma_{12}(x_1, 0^+) = 0 \\ |x_1| > a, x_2 = 0: \sigma_{12}(x_1, 0^+) = \sigma_{22}(x_1, 0^+) = 0 \end{cases} \quad (12)$$

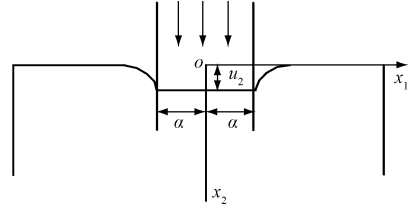


图1 刚性压头与一维正方准晶非周期平面接触

Fig. 1 The aperiodic plane of one-dimensional orthorhombic quasicrystals is indented by a rigid punch

在接触面上, 切应力边界条件可表示为

$$\begin{aligned} q_1 f'^+_1(x_1) + q_2 f'^+_2(x_1) = \\ -\bar{q}_1 \bar{f}'^-_1(x_1) - \bar{q}_2 \bar{f}'^-_2(x_1), \quad |x_1| < a \end{aligned} \quad (13)$$

以上方程的左端项在上半平面解析, 并在无穷远处趋于0, 而其右端项在下半平面解析, 并在无穷远处趋于0, 从而成立

$$\begin{cases} f'^+_2(x_1) = -\frac{q_1}{q_2} f'^+_1(x_1) \\ \bar{f}'^-_1(x_1) = -\frac{\bar{q}_2}{\bar{q}_1} \bar{f}'^-_2(x_1) \end{cases} \quad (14)$$

在接触面上, 声子场法向位移条件可用应力函数表示为

$$p_1 f'^+_1(x_1) + \bar{p}_1 \bar{f}'^-_1(x_1) + p_2 f'^+_2(x_1) + \bar{p}_2 \bar{f}'^-_2(x_1) = f'(x_1), \quad |x_1| < a \quad (15)$$

把关系式(14)代入式(15), 消去 $\bar{f}'^-_1(x_1)$ 和 $f'^+_2(x_1)$, 得到

$$\begin{aligned} f'^+_1(x_1) + \frac{q_2(\bar{p}_2 \bar{q}_1 - \bar{p}_1 \bar{q}_2)}{q_1(p_1 q_2 - p_2 q_1)} \bar{f}'^-_2(x_1) = \\ \frac{q_2}{p_1 q_2 - p_2 q_1} f'(x_1), \quad |x_1| < a \end{aligned} \quad (16)$$

在接触面外, 声子场正应力可表示为

$$\begin{aligned} \mu_1 f'^+_1(x_1) + \bar{\mu}_1 \bar{f}'^-_1(x_1) + \mu_2 f'^+_2(x_1) + \\ \bar{\mu}_2 \bar{f}'^-_2(x_1) = 0, \quad |x_1| > a \end{aligned} \quad (17)$$

把式(14)代入上式(17), 同样消去 $\bar{f}'^-_1(x_1)$ 和 $f'^+_2(x_1)$, 可得

$$f'^+_1(x_1) - \eta \bar{f}'^-_2(x_1) = 0, \quad |x_1| > a \quad (18)$$

式(18)中, $\eta=\frac{q_2(\bar{\mu}_2\bar{q}_1-\bar{p}_1\bar{q}_2)}{q_1(p_2q_1-\mu_1q_2)}$ 。

引入函数 $\Omega(z)$

$$\Omega(z)=\begin{cases} f_1'(z), & z=z_1, \text{Im}(z_1)>0 \\ \eta\bar{f}_2'(z), & z=z_2, \text{Im}(z_2)<0 \end{cases} \tag{19}$$

则 $\Omega(z)$ 在 x_1 -轴上满足条件

$$\begin{cases} \Omega^+(x_1)+\gamma\Omega^-(x_1)=\delta f'(x_1), & |x_1|<a \\ \Omega^+(x_1)-\Omega^-(x_1)=0, & |x_1|>a \end{cases} \tag{20}$$

式(20)中, $\gamma=\frac{(\bar{p}_2q_1-\bar{p}_1q_2)(p_2q_1-\mu_1q_2)}{(p_1q_2-p_2q_1)(\bar{\mu}_2\bar{q}_1-\bar{p}_1\bar{q}_2)}$;

$$\delta=\frac{q_2}{p_1q_2-p_2q_1}。$$

显而易见,式(20)为 Riemann-Hilbert 问题,其解为

$$\Omega(z)=\frac{\delta X(z)}{2\pi i}\int_L\frac{f'(t)dt}{X^+(t)(t-z)}+CX(z) \tag{21}$$

式(21)中, $X(z)=(z^2-a^2)^{-1/2}$, $C=\frac{P_0}{2\pi Mi}$; $M=$

$\frac{q_2\eta}{q_2\eta(\bar{\mu}_1\bar{q}_1-\bar{\mu}_1\bar{q}_2)-q_1(\mu_2q_1\eta-\bar{\mu}_2\bar{q}_2)}$; P_0 为作用在压头上垂直方向的作用力。以上求得的 $\Omega(z)$ 的表达式已满足压头下方力的平衡条件:

$$\oint\sigma_{22}(x_1,0^+)dx_1=P_0。$$

特别地,压头为平底压头时, $f'(x_1)=0$, 从而可得

$$\Omega(z)=\frac{P_0}{2\pi Mi}X(z) \tag{22}$$

结合式(9)得到

$$\begin{cases} f_1'^+(x_1)=\frac{P_0}{2\pi Mi}(x_1^2-a^2)^{-\frac{1}{2}} \\ \bar{f}_2'^-(x_1)=\frac{P_0}{2\pi M\eta i}(x_1^2-a^2)^{-\frac{1}{2}} \end{cases}, \quad |x_1|<a \tag{23}$$

把式(23)代入式(14),可进一步确定 $\bar{f}_1'^-(x_1)$, $f_2'^+(x_1)$ 在接触面上的显示表达式。结合式(1),即得压头下方接触应力和接触位移分别为

$$\sigma_{22}(x_1,0^+)=-\frac{P_0}{2\pi}(a^2-x_1^2)^{-\frac{1}{2}}, \quad |x_1|<a \tag{24}$$

$$u_2(x_1,0^+)=\frac{P_0}{4\pi}\text{Im}\left(\frac{p_1\eta+\bar{p}_2}{M\eta}\right), \quad |x_1|<a \tag{25}$$

由式(24)可以看出,接触应力在压头边缘具有 $-1/2$ 阶的奇异性,且接触应力与弹性常数无关,这与经典弹性理论中所给结论一致^[14]。式(25)的表

明接触位移与声子场作用力成比例关系。

3 讨论与数值算例

(1)当 $C_{11}=C_{12}, C_{13}=C_{23}, R_1=R_2$ 时,式(2)~式(4)表示一维四方准晶的基本方程。因此,一维四方准晶无摩擦问题的解可用上节给出方法获得。由于弹性常数的减少,问题的求解可进一步简化。

(2)当 $C_{11}=C_{22}, C_{13}=C_{23}, 2C_{66}=C_{11}-C_{12}, R_1=R_2$ 时,式(2)~式(4)表示一维六方准晶的基本方程。此时,式(8)简化为

$$\nabla^2\nabla^2F=0。$$

其中, $\nabla^2=\partial_1^2+\partial_2^2$ 。同时式(10)可改写为 $\lambda^4+1=0$ 。从而, $\lambda=\pm i$ 以及 $F(x_1,x_2)=2\text{Re}[F_1(z')+\bar{z}F_2(z')]$, $z'=x_1+ix_2$ 。此时,除本文所给方法外,还可用复势理论、Fourier 积分变换等方法求解一维六方准晶无摩擦接触问题。

(3)由于目前还未有关于一维正方准晶弹性常数的报道,以文献[15]给出的一维六方准晶的弹性常数为例,对本文结论进行分析。

取

$$C_{11}=C_{22}=150, C_{12}=45, C_{13}=C_{23}=45。$$

以上弹性常数的单位为 GPa。平底刚性压头的宽度为 1 mm ($a=0.5$ mm)。

图 2 给出了不同声子场作用力 P_0 作用下,压头宽度 a 与声子场接触应力 σ_{22} 之间的关系。从图中可以看出,当声子场作用力 P_0 给定时,在接触面上接触应力 σ_{22} 随着压头宽度的增大而减小;当压头宽度固定时,在接触面上,声子场接触应力随着作用力 P_0 的增大而增大,在压头接触边缘会产生奇异性且达到峰值。同时奇异性会随着作用力的增大而增强,上述结论符合客观事实,且与经典弹性结论一致,从而表明准晶材料具有一些和弹性材料相似的性质^[14]。

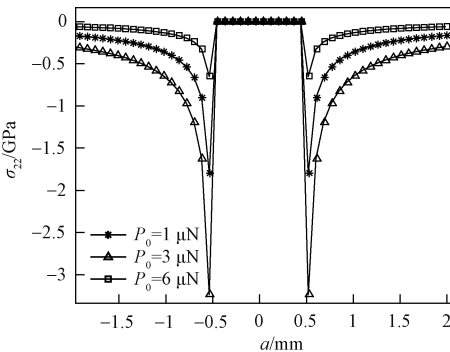


图 2 接触应力与压头宽度及作用力的关系
Fig. 2 Variation of σ_{22} with a for different P_0

令 $\sigma_2=\sigma_{22}/P_0, \zeta=u_2/a$ 分别表示无量纲化接

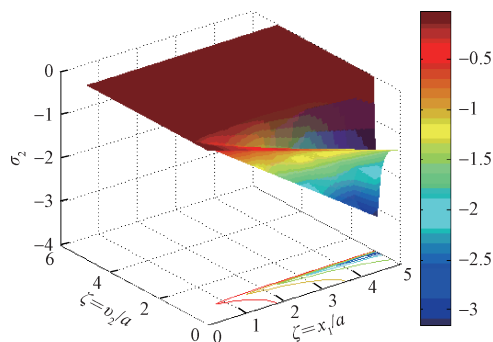


图3 无量纲化接触应力与接触位移的三维图

Fig.3 Relation between dimensionless contact stress and dimensionless contact displacement

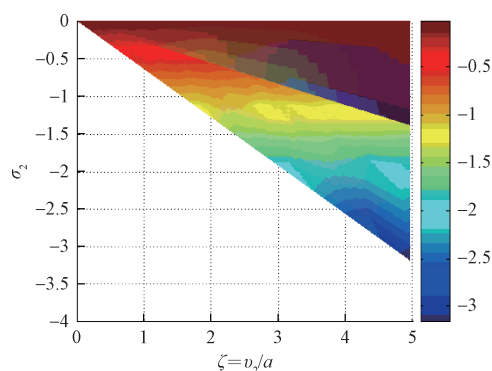


图4 无量纲化接触应力与接触位移的关系的分布云图

Fig.4 The distribution contour of the relationship between σ_2 and ζ

触应力和无量纲化接触位移。图3~图5绘制出了准晶无量纲化声子场接触应力与无量纲化接触位移的关系。观察图3与图4不难发现,无量纲化接触应力 σ_2 在接触面外为零,这与边界条件式(12)相吻合,进而验证了本文求解的正确性。从图中还可以看出, σ_2 随着 ζ 的增大而逐渐增大。从图4和图5中可以看出,无量纲化接触应力 σ_2 在接触区边缘变化非常剧烈,且产生了应力集中现象。上述结论与弹性材料中的所得结论一致^[14]。

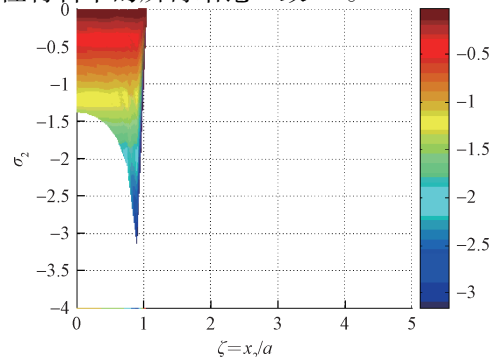


图5 无量纲化接触应力的分布云图

Fig.5 The distribution contour of dimensionless contact stress on contact surface

4 结论

本文讨论了刚性压头作用下,一维正方准晶的无摩擦接触问题。利用广义复变函数的方法,无摩擦接触问题转化为 Riemann-Hilbert 边值问题。通过 R-H 边值问题的求解,得到了平底压头作用下接触面上应力函数、接触应力和接触位移的显示表达式。从显示表达式中可以看出,接触应力在压头边缘呈现出 $-\frac{1}{2}$ 阶奇异性,接触位移与作用力之间成比例关系。上述结果与经典结论相吻合,表明准晶材料具有与弹性材料相似的性质,因此经典弹性理论同样适用于研究准晶材料的弹性问题的研究。在一定条件下,所得结论可退化为一维四方准晶和一维六方准晶无摩擦接触问题的解。

参考文献

- 1 Shechtman D, Blech I, Gratias D, *et al.* Metallic phason with long-range orientational order and no translational symmetry. *Physical Review Letters*, 1984; 53(20): 1951—1953
- 2 Dubois J M, Brunet P, Costin W, *et al.* Friction and fretting on quasicrystals under vacuum. *Journal of Non-Crystalline Solids*, 2004; 334—335: 475—480
- 3 Fan T Y. *Mathematical theory of elasticity of quasicrystals and its applications*. Beijing: Science Press, 2010
- 4 Peng Y Z, Fan T Y. Crack and indentation problems for one-dimensional hexagonal quasicrystals. *The European Physical Journal (B)*, 2001; 21(1): 39—44
- 5 Gao Y, Ricoeur A. Three-dimensional Green's function for two-dimensional quasi-crystal bimetals. *Proceedings of the Royal Society (A)*, 2011; 467(2133): 2622—2642
- 6 周旺民. 十次二维准晶材料的接触问题. *北京理工大学学报*, 2001; 10(1): 51—55
Zhou W M. Contact problem in decagonal two-dimensional quasicrystal. *Journal of Beijing Institute of Technology*, 2001; 10(1): 51—55
- 7 尹姝媛, 周旺民, 范天佑. 八次对称二维准晶材料接触问题. *力学季刊*, 2002; 23(2): 255—259
Yin S Y, Zhou W M, Fan T Y. Contact problem in octagonal two-dimensional quasicrystalline Material. *Chinese Quarterly of Mechanics*, 2002; 23(2): 255—259
- 8 吴业飞. *压电材料和准晶材料的压痕分析*. 杭州: 浙江大学, 2012
Wu Y F. *Indentation analysis of piezoelectric materials and quasicrystals*. Hangzhou: Zhejiang University, 2012
- 9 Wu Y F, Chen W Q, Li X Y. Indentation on one-dimensional hexagonal quasicrystal: general theory and complete exact solutions. *Philosophical Magazine*, 2013; 93: 858—882
- 10 Zhou W M, Fan T Y, Yin S Y. Axisymmetric contact problem of cubic quasicrystalline materials. *Acta Mechanica Solidarity Sinica*, 2002; 15(1): 68—74
- 11 王仁卉, 胡承正, 桂嘉年. *准晶物理学*. 北京: 科学出版社, 2004
Wang R H, Hu C Z, Gui J N. *Quasicrystal physics*. Beijing: Sci-

ence Press, 2004

12 Liu G T, Fan T Y, Guo R P. Governing equations and general solutions of plane elasticity of one-dimensional quasicrystals. International Journal of Solids and Structures, 2004; 41 (14) :3949—3959

13 Sosa H. Pland problems in piezoelectric media with defects. International Journal of Solids and Structures, 1991; 28; 491—505

14 Gladwell, G M L. 经典弹性理论中的接触问题. 范天佑译. 北京: 北京理工大学出版社,1991

Gladwell G M L. Contact problems in the classical elasticity theory. (Translation by Fan T Y). Beijing: Beijing Institute of Technology press,1991

15 Li X Y. Elastic field in an infinite medium of one-dimensional hexagonal quasicrystal with a planar crack. International Journal of Solids and Structures, 2014; 51 (6) : 1442—1455

Frictionless Contact Problem in One-dimensional Orthorhombic Quasicrystals

ZHAO Xue-fen^{1,2}, LI Xing¹

(School of Mathematics and Computer Science¹,Xinhua College², Ningxia University, Yinchuan 750021 ,P. R. China)

[**Abstract**] By using complex variable method, the frictionless contact problem in one-dimensional orthorhombic quasicrystals was discussed. On the contact surface, the explicit expressions of stress functions, contact stress and contact displacement were obtained under action of a rigid flat punch. The results showed that:①contact stress exhibits the singularities $-1/2$ in the edge of the contact zone, ②the contact displacement is proportion to the applied force. Numerical examples were used to analysis and verify the correctness of the results. In special cases, the conclusions can reduce to the solutions of the frictionless contact problem in one-dimensional Tetragonal and hexagonal quasicrystals. The obtainable results provide the important mechanics parameter for contact deformation of the quasicrystal.

[**Key words**] one-dimensional orthorhombic quasicrystals frictionless contact problem complex variable function method singularity

(上接第 121 页)

Research on the Property Comparison of Lobster-eye X-ray Imaging System Based on Schmidt and Angel Structure

LIU Jing-jing^{1,2}, WEI Fei¹

(National Space Science Center, Chinese Academy of Sciences¹, University of Chinese Academy of Sciences², Beijing 100190, P. R. China)

[**Abstract**] Schmidt and Angel lobster-eye X-ray imaging system can realize total reflection focusing and imaging by simulating lobster-eye microchannel structure. Compared with traditional way of X-ray imaging, it is provided with large field of detection view, high resolution and energy acquisition ability. This paper studies on two lobster-eye basic structures. Based on the principle of grazing incidence, we analyzed Angel and Schmidt structure of light entering focal plane and space resolution. We use tracepro simulation software to model and verify the several focusing and imaging property parameters of these two lobster-eye structures, such as receiving/transmitting light, maximum/cross arm, maximum/background, cross arm/background. The theoretical analysis and simulation results show, when the focal length is longer and channel length-width ratio is about 50. Due to multiple reflection, focusing and imaging signal-to-noise ratio of some main parameters of Schmidt is higher than Angel model, and the spatial resolution is lower. When the focal length is shorter and channel length-width ratio is about 10. Due to simple reflection, focusing and imaging signal-to-noise ratio of some main parameters of Schmidt is lower than Angel model, and the spatial resolution is almost the same.

[**Key words**] lobster-eye X-ray imaging Schmidt Angel signal-to-noise ratio spatial resolution