

基于全排序与混沌多样性的高维目标进化算法

石林江¹ 田建勇²

(安顺学院电子与信息工程学院¹, 安顺 561000; 山东大学信息科学与工程学院², 济南 250100)

摘要 当前大部分多目标进化算法采用 Pareto 排序为种群个体指定适应度值;然而随着优化目标个数增加,种群中非支配个体的比例越来越大,造成上述算法的搜索能力迅速下降。针对高维(4个以上)目标优化问题,提出了一种全排序方法;该排序方法与 Pareto 排序具有一致性,并且能够对非支配解进行比较;因此基于全排序的多目标进化算法不受目标个数增加的影响。为了提高算法的优化效果,设计了一个混沌映射算子,用来周期性地初始化种群,以保证种群的多样性与均匀分布。最后,采用标准测试问题对所提算法与著名的非支配快速排序遗传算法(NSGA2)进行了实验比较。结果表明在高维目标优化问题中,所提算法无论在收敛精度,还是算法运行效率上都高于 NSGA2 算法。

关键词 多目标进化 高维目标 全排序 混沌

中图分类号 TP391.9; **文献标志码** A

在现实世界里,大多数优化问题都是多目标的;即需要优化的目标函数不是一个,而是由多个目标函数构成的向量^[1];这些目标之间相互冲突,在优化一些目标的同时,可能会造成另一些目标恶化,因此如何比较决策空间中解个体之间的优劣,实现适应度的赋值成为求解多目标优化问题的关键与难点。

当前大部分多目标进化算法都是基于 Pareto 排序^[2]进行个体解之间的比较与选择,如 MOGA^[3]、NSGA2^[4]、SPEA^[5]以及 PAES^[6]等。与早期提出的非 Pareto 方法如聚合法^[7]、向量评估法^[8]相比,这些方法能够使种群逐渐收敛到 Pareto 非劣最优解集。这些多目标进化算法成功地用于求解两个或三个目标优化问题^[9,10]。然而,当目标个数增加到4个或以上时,这些基于 Pareto 排序的算法优化效果将大大下降^[11]。这是因为随着目标个数的增加,种群中的非支配个体的数量将迅速增加,因此大大削弱了基于 Pareto 排序选择的搜索能力。文献[12]选择了具有2、4、6、…、目标个数的多目标背包问题,从而通过实验证明了随着目标个数的增加,非支配个体在所有个体中所占比例迅速上升,并且当目标个数大于10后几乎所有个体都是非支配的。文献[13]通过实验证明了基于 Pareto 排序的方法求解高维目标优化问题时,其效果大大下降,并且其性能远远差于基于非 Pareto 排序的进化算法。

因此,研究非 Pareto 排序方法,使之提高进化算法求解高维目标优化问题的效果,具有重要意义。文献[14]提出了偏爱关系(favour relation)方法,即如果 s 在更多的目标上好于 t ,则说 s 偏爱于 t ,以此确定非支配解集中个体的优先顺序。文献[15]提出了“ k -最优(k -optimal)”概念,即忽略一个或几个目标的情况下,非支配解被支配的情况,以此来判断非支配解之间的优劣情况。文献[16]对应用非 Pareto 排序方法求解高维多目标优化问题进行了深入、全面的综述研究。

现提出了一种新的非 Pareto 排序方法,称为全排序方法,基于全排序的多目标进化算法能够很好地求解高维目标优化问题。首先给出全排序方法的定义与计算公式,并分析了该方法的合理性与优越性。由于基于全排序的多目标进化算法在演化过程中很容易收敛,因此常规的多样性策略难以奏效,因此设计了基于混沌的种群多样性保持策略。最后通过仿真实验验证了所提方法的效果。

1 全排序

1.1 定义

在多目标优化问题中,每个目标具有不同的属性与量度单位,因此不能将它们简单地聚合成一个目标以对种群个体进行比较与排序。全排序方法的思想是将种群个体在每一个目标上分别排序,从而每一个个体在每一个目标上都有一个排序值,它反映了这个个体在对应目标上的优劣程度。个体在各个目标上的排序值即优劣程度具有相同的属性与量

2014年4月21日收到

第一作者简介:石林江(1980—),女,博士,副教授。研究方向:多目标进化算法。E-mail: shilinjia@163.com。

度单位,因此可以将其叠加起来作为该个体在所有目标上的综合表现。比如在两目标优化问题中存在两个非支配个体解 a 与 b ,其中个体 a 在两个目标上分别排在种群中的第 1 位与第 10 位,而个体 b 分别排在第 2 位与第 3 位,按照平均排序方法个体 b 在两个目标上的综合表现要优于个体 a ,而按照 Pareto 方法它们是不能比较的。

对于一个多目标优化问题 $\min [f_1(x), f_2(x), \dots, f_k(x)]$, $f_i(x)$ 表示第 i 个目标函数, k 为目标个数, $x \in \Omega^n$ 表示 n 维决策变量,其中 Ω^n 为决策空间, $f(x) \in \Phi^k$ 表示 k 维目标向量, Φ^k 为目标空间,解个体 x 在决策空间中的全排序值 $rank(x)$ 定义为

$$rank(x) = \frac{1}{k} * \sum_{i=1}^k \sum_{y \in \Omega, y \neq x} [f_i(x) - f_i(y)] \quad (1)$$

式(1)中,

$$[f_i(x) - f_i(y)] = \begin{cases} 1, & f_i(x) - f_i(y) > 0 \\ 0, & f_i(x) - f_i(y) \leq 0 \end{cases} \quad (2)$$

1.2 性质

全排序方法基于各个目标具有同样的重要性这一前提,事实上对于不同重要程度的各个目标可以通过加权进行处理。根据其计算公式,全排序通过综合种群个体在所有目标上的表现从而真正实现了对多个目标的均衡与折中。与其他排序方法相比,具有如下合理性与优越性。

1.2.1 指标评价的全面性

对于多目标优化问题,评价决策解优劣的指标有两个:一个是它在某个目标上的优越程度;一个是它在多少个目标上都表现优越。全排序的方法综合考虑了两个指标,因此比其他文献提出的非 Pareto 排序方法如偏爱关系更全面、更合理。

1.2.2 与 Pareto 排序的一致性

对于任意两个解 x 与 y ,如果按照 Pareto 排序 x 优于 y ,则按照全排序 x 也优于 y ,即全排序与 Pareto 排序具有一致性。根据全排序计算公式,其获得的种群最优解一定属于 Pareto 最优解,可见基于平均排序的非 Pareto 方法也是在搜索 Pareto 最优解,而且是 Pareto 最优解集中在所有目标上综合最优的一个最佳解。如图 1 所示,基于全排序得到的最优解。

1.2.3 可完全排序性

基于全排序的多目标进化算法,能够对决策空间中的所有个体进行比较、排序,因此可以得到唯一的最优解,所以其搜索效率不会受到目标个数增加的影响,并且所得到的结果有利于决策者做出最后决策。

2 基于混沌的多样性保持策略

保持种群多样性是保证多目标进化全局搜索能

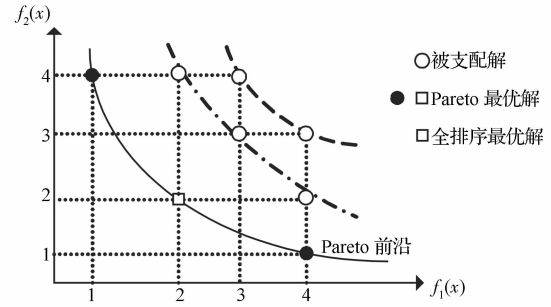


图 1 全排序与 Pareto 排序比较

Fig. 1 Comparison of all ranking and Pareto ranking

力的关键,尤其是基于全排序的多目标进化算法。全排序能够对任何两个个体比较优劣,从而能够在种群中找出一个最优解,然而带来的问题是种群在进化过程中更容易收敛,从而影响优化精度。

为了解决这一问题,提出了基于混沌的多样性保持策略。设计了一个新的混沌映射算子,该算子能够迭代生成分布均匀且不重复的点,补充到种群中,保证其多样性。

2.1 混沌映射算子

混沌映射能够产生非重复的、遍历的、伪随机的迭代解^[17],因此非常适合于初始化种群。不同的混沌映射具有不同的分布特性,而用于初始化种群的混沌映射需要满足以下条件:① 具有均匀分布;② 周期点或不动点越少越好。

Logistic 映射是应用最广的一种混沌映射,它在整个 $[0, 1]$ 区间内没有稳定的周期点或不动点,因此是一种较理想的混沌运动形式。然而,它的各个迭代点在 $[0, 1]$ 区间呈切比雪夫分布,即在两个边缘处出现的概率较大,其他区域却出现较少。与之相比,Tent 映射在 $[0, 1]$ 区间内概率密度为 1,但是通过计算机计算 Tent 映射时,实际上是将小数部分的二进制数进行无符号左移,由于计算机字长有限,经过一定次数迭代总会趋向于 0。由此可见,上述两种常用的混沌映射均不适用于初始化种群。

本文设计了一种叠加 Logistic 扰动的 Tent 混沌映射模型,它通过微小的 Logistic 扰动消除 Tent 混沌映射本身所具有的不动点,而且几乎不会影响 Tent 映射迭代点的幅值,因此该混沌映射仍然保持了均匀分布性能。其公式见式(3)。

$$x_{n+1} = f(x_n, u_n) = \begin{cases} \min(2x_n + 0.001u_n, 1), & 0 \leq x_n \leq 1/2 \\ \min(2(1 - x_n) + 0.001u_n, 1), & 1/2 < x_n \leq 1 \end{cases} \quad (3)$$

式(3)中, u_n 按照式(4)映射函数迭代。

$$u_{n+1} = f(u_n) = 4u_n(1 - u_n) \quad (4)$$

图2为该混沌映射模型在初值 u_1, x_1 均取 0.1, 迭代 30 000 得到的 $[0, 1]$ 分布图, 其中迭代点出现的最大次数为 328, 最小次数为 254, 平均为 300 次, 具有非常较好的均匀分布性能。

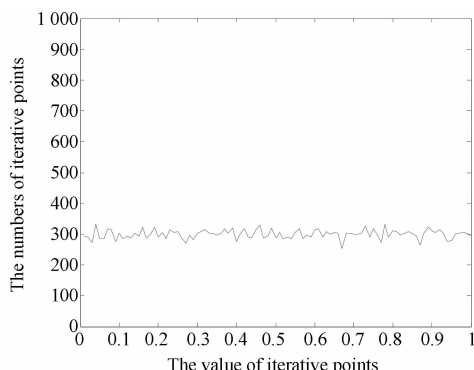


图2 叠加 Logistic 扰动的 Tent 混沌映射迭代点分布

Fig. 2 Distribution of iteration points by Tent overlaid Logistic

2.2 基于混沌的多样性保持

基于混沌的多样性保持策略主要包括两个环节。

第一个为按照式(3)所示混沌映射迭代生成均匀分布且不包含重复点的初始化种群；

第二个为每隔多目标进化算法搜索 k 代(k 值根据问题设定), 随机生成一个新的混沌映射初始值, 并运行式 3, 迭代生成 $Pop/2$ 个迭代点替换种群中全排序值较差的个体, Pop 为种群规模。

3 基于全排序的多目标进化算法

基于全排序的多目标进化算法步骤如下。

Step1: 初始化种群。按照公式 3 所示混沌映射迭代生成 Pop 个均匀分布且不重复的点, 构成初始化种群。

Step2: 评估种群每个个体的目标值, 并基于全排序方法对所有个体进行排序, 依据得到的排序值指定适应度。

Step3: 采用锦标赛选择构造父代种群, 父代种群规模为 $Pop/2$ 。

Step4: 遗传操作。在 $0 \sim 1$ 之间随机生成一个数, 如果小于 0.7, 则在父代中随机选择两个个体进行交叉操作; 如果大于等于 0.7, 则进行变异操作。重复进行遗传操作生成 Pop 个个体构成子种群。

Step5: 将子种群合并到种群中, 并按照全排序方法选择出表现最优的 Pop 个个体。

Step6: 如果算法演化代数 Generations 大于最大代数 Gen 则输出搜索到的结果; 如果小于 Gen 且多

样化处理间隔代数小于 k 代则转入 Step2; 如果小于 Gen 且多样化处理间隔代数等于 k 代则转入 Step7, 进行多样化处理。

Step7: 多样化处理。随机生成一个新的混沌映射初始值, 并运行公式 3, 迭代生成 $Pop/2$ 个迭代点替换种群中全排序值较差的个体, Pop 为种群规模。然后, 转入 Step2。

4 仿真实验

将基于全排序的多目标进化方法(MOEA-AR)与基于 Pareto 排序的 NSGA2 方法进行比较, 以验证全排序方法的有效性。NSGA2 方法被看作基于 Pareto 排序的多目标进化算法的代表, 具有突出的表现。为了公平比较, 基于全排序的多目标进化方法采用与 NSGA2 相同的遗传算子, 比如使用相同的锦标赛选择策略以及 SBX 交叉算子与多项式变异算子, 并且两种算法的种群规模都为 500, 最大演化代数 $Gen = 500$ 。

4.1 标准测试函数

Deb 等研究了多目标进化算法测试函数需要具备的特征以及构造方法, 并基于这些方法构造出一组测试函数^[18]。这些测试问题的目标个数与决策变量个数可扩展, 并设置了各种障碍检验算法的性能, 因此能够较好的体现实际问题的复杂性。

选择 DTLZ2 问题, 该问题可以用来测试多目标进化算法在许多目标情况下的性能表现。其数学模型为

$$\begin{aligned} \min f_1(X) &= V \cos(x_1 \pi/2) \cdots \cos(x_{M-2} \pi/2) \cos(x_{M-1} \pi/2); \\ \min f_2(X) &= V \cos(x_1 \pi/2) \cdots \cos(x_{M-2} \pi/2) \sin(x_{M-1} \pi/2); \\ \min f_3(X) &= V \cos(x_1 \pi/2) \cdots \sin(x_{M-2} \pi/2); \\ &\vdots \\ \min f_M(X) &= V \sin(x_1 \pi/2); \\ V &= 1 + \sum_{x_i \in X_M} (x_i - 0.5)^2; 0 \leq x_i \leq 1 (i = 1, 2, \dots, n) \end{aligned} \quad (5)$$

式(5)中, n 代表决策变量个数, M 为目标个数, X_M 代表最后的 $n - M + 1$ 个变量。

4.2 性能评价指标

两种算法虽然具有不同的排序准则, 但都是搜索目标空间的 Pareto 最优解。然而不同的是基于平均排序的多目标进化方法能够对 Pareto 最优解集进行比较与排序, 因此最终的优化目标是 Pareto 最优解集中的一个最优解, 而 NSGA2 的目标是尽可能广泛的搜索所有 Pareto 最优解。为了比较两种算法的收敛性, 本文定义真实的 Pareto 最优前沿与算法解之间最近的两点欧式距离作为该算法的收敛距离 Convergence Distance, 其数学公式为

$$Convergence Distance = \min[(m, n) | m \in \psi; n \in \Omega] \quad (6)$$

$$Convergence Distance = \min[(f, n) | n \in \Omega] \quad (7)$$

式中, (m, n) 为点 m 与 n 的欧几里德距离, Ω 为多目标优化问题的真实 Pareto 最优前沿, Ψ 为基于 Pareto 排序的进化算法得到的近似 Pareto 最优解集, $L(\psi)$ 表示其收敛距离, f 为基于综合单目标排序进化算法得到的最优 Pareto 解, $L(f)$ 代表该算法的收敛距离。

4.3 实验结果

分别设置测试问题的参数 $n = 10, M = 2, 4, 5, 6, 8; n = 15, M = 10, 12; n = 20, M = 15$, 以比较两种算法在目标增加情况下的优化结果, 每个问题两种算法都运行 10 次, 求其平均结果, 以消除算法中的随机因素对性能比较的影响。最后结果如图 3 ~ 图 6 所示。

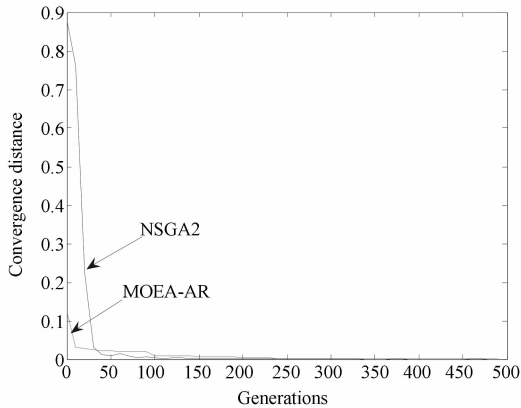


图3 在2目标优化问题中两种算法的收敛过程比较
Fig.3 Comparison between two algorithms in 2-objective optimization problem

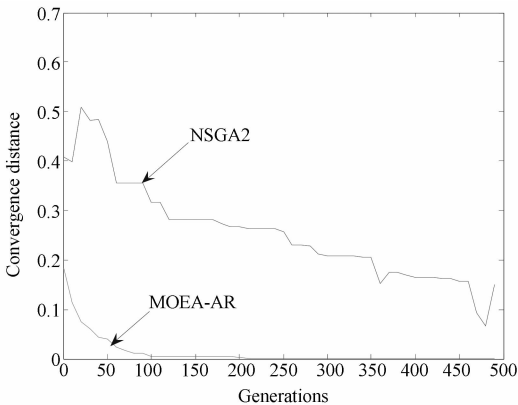


图4 在5目标优化问题中两种算法的收敛过程比较
Fig.4 Comparison between two algorithms in 5-objective optimization problem

由实验结果可以发现, 在优化问题具有两个目

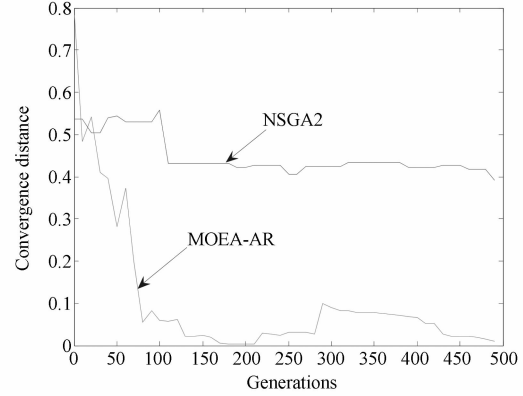


图5 在15目标优化问题中两种算法的收敛过程比较
Fig.5 Comparison between two algorithms in 15-objective optimization problem

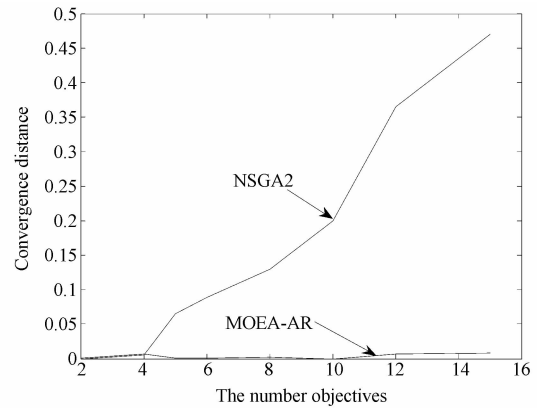


图6 随着目标个数增加两种算法的收敛性能变化
Fig.6 Comparison between two algorithms with the increase of objectives

标时, 两种方法都具有较好的优化效果, 然而随着目标的增多, 基于 Pareto 排序的多目标进化算法优化效果越来越差, 而基于全排序的多目标进化算法能够始终保持较好的优化效果, 因此对于高维目标优化问题本文所提方法远好于基于 Pareto 排序的 NSGA2 算法。

除此之外, 全排序方法计算复杂度为 $O(MPop)$, 而 Pareto 排序方法计算复杂度为 $O(MPop^2)$, 因此基于全排序的多目标进化算法其运行速度比基于 Pareto 排序的算法更快。

5 结论

对于低维(2个或3个)多目标优化问题, 基于 Pareto 排序的多目标进化算法具有令人满意的优化效果, 然而随着目标个数增加, 该方法优化效果大大下降。为了解决这一问题, 提出了全排序方法, 并设计了基于全排序的多目标进化算法, 通过与基于 Pareto 排序的多目标进化算法进行比较实验, 表明了所提算法的有效性。

另外,所提出的全排序方法不仅可以应用于多目标进化算法中,而且也可以应用于多目标粒子群优化算法、多目标免疫算法等其它仿生算法中,用于求解高维目标优化问题。

参 考 文 献

- Coello A C, Lamont G B. Applications of multi-objective evolutionary algorithms. Singapore: World Scientific, 2004:213—215
- 吴坤安, 严宣辉, 陈振兴. 一种基于 Pareto 排序的混合多目标进化算法. 计算机工程与应用, <http://www.cnki.net/kcms/detail/11.2127.TP.1542.024.html>. 2013-06-26
- Wu K A, Yan X H, Chen Z X. A hybrid multi-objective evolutionary algorithm based on Pareto ranking. Computer engineering and application, <http://www.cnki.net/kcms/detail/11.2127.TP.20130626.1542.024.html>
- Eskandari H, Geiger C D. A fast Pareto genetic algorithm approach for solving expensive multiobjective optimization problems. Journal of Heuristics, 2008; 14(3):203—241
- Deb K, Amrit P, Sameer A, A fast and elitist multi-objective genetic algorithm: NSGA-II. IEEE Trans Evol Comp, 2002; 6(2):182—197
- Zitzler E, Thiele L. Multiobjective evolutionary algorithms: a comparative case study and the strength pareto approach. IEEE Trans Evol Comp, 1999; 3(1):257—271
- Knowles J D, Corne D W. Approximating the nondominated front using the Pareto archived evolution strategy. Evolutionary Computation, 2000; 8(1):149—172
- Hajela P, Lin C Y. Genetic search strategies in multicriterion optimal design. Structural Optimization, 1992; 4(1):99—107
- Ponsich A. A survey on multiobjective evolutionary algorithms for the solution of the portfolio optimization problem and other finance and economics applications. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2013; 17(3):321—344
- 王 宏, 林 丹, 李敏强. 一种求解多目标资源受限项目调度的遗传算法. 计算机工程与应用, 2008; 44(07):1—4
- Wang H, Lin D, Li M Q. A kind of solving multi-objective resource-constrained project scheduling genetic algorithm. Computer Engineering and Application, 2008; 44(07):1—4
- 姚金涛, 林亚平, 张明武, 等. 一种基于决策图贝叶斯网络的强度 Pareto 进化算法. 计算机学报, 2005; 28(12):1993—1999
- Yao J T, Lin Y P, Zhang M W, Tong T S. A decision diagram bayesian network based on the strength Pareto evolutionary algorithm. Journal of Computer, 2005; 28(12):1993—1999
- Purshouse R C. Evolutionary many-objective optimisation: an exploratory analysis. IEEE Congress on Evolutionary Computation, 2003:2066—2073
- Ishibuchi H, Nojima T N. Evolutionary many-objective optimization: a short review. Congress on Evolutionary Computation, IEEE, 2008:2424—2431
- Hughes E J. Evolutionary many-objective optimization: Many once or one many. Congress on Evolutionary Computation, IEEE, 2005:222—227
- Cavin L, Fischer U. Multi-objective process design in multi-purpose batch plants using a Tabu Search optimization algorithm. Computers & Chemical Engineering, 2004; 28(4):459—478
- Pierro F D. Many-objective evolutionary algorithms and applications to water resources engineering. UK: University of Exeter, 2006:124—128
- 孔维健, 柴天佑, 丁进良. 高维多目标进化算法研究综述, 控制与决策, 2010; 25(3):321—326
- Kong W J, Chai T Y, Ding J L. Review on High-dimensional multi-objective evolutionary algorithms. Control and Decision, 2010; 25(3):321—326
- 郝柏林. 从抛物线谈起-混沌动力学引论. 上海:上海科技教育出版社, 1993:6—8
- Hao B L. From a parabolic-an introduction to chaos dynamics. Shanghai: Shanghai Science and Technology Education Publishing Press, 1993:6—8
- Deb K, Thiele L, Laumanns M, et al. Scalable test problem for evolutionary multiobjective optimization. Evolutionary Multiobjective Optimization: Theoretical Advances and Applications, Springer, 2005:105—145

Many-objective Evolutionary Algorithm Based on Full Ranking Computer Engineering and Applications

SHI Lin-jiang¹, TIAN Jian-yong²

(Department of Electronic and Information Engineering, Anshun University¹, Anshun 561000, P. R. China;

Department of Information Science and Engineering, Shandong University², Jinan 250100, P. R. China)

[**Abstract**] Most of multiobjective evolutionary algorithm adopt Pareto-ranking and their searching ability decrease rapidly with the increase of objective number. That is because the proportion of nondominated individuals in the population is big. For high-dimensional multi-objective optimization problem, it proposes a full ranking method. The ranking is consistent with Pareto ranking, and the nondominated solution can be compared by the full ranking. In order to improve the efficiency of optimization algorithm, it designs a chaotic model to periodically initialize population. Finally, the proposed algorithm and a well-known nondominated sorting genetic algorithm (NSGA2) are compared using the standard test problems. The experiment results show that the proposed algorithm is better than NSGA2 algorithm both in convergence accuracy and efficiency of the algorithm.

[**Key words**] multiobjective evolutionary algorithm high-dimension objective full ranking
chaotic model