

动力技术

基于孔喉模型的多孔介质对流换热系数的分形研究

郑坤灿¹ 侯戎彬¹ 王景甫² 任雁秋¹ 李保卫¹ 姜亚玲¹ 武文斐¹

(内蒙古科技大学, 内蒙古自治区白云鄂博矿多金属资源综合利用重点实验室: 省部共建国家重点实验室培养基地¹, 包头 014010;
北京工业大学环境与能源工程学院², 北京 100124)

摘要 多孔介质作为一种良好的蓄热和换热材料, 在工农业生产中有着广泛应用, 获取准确和适用范围广的多孔介质对流换热系数有重要的研究价值。本文先介绍了多孔介质分形理论基础, 然后基于多孔介质孔喉模型并结合分形理论、渗流理论及对流换热理论对多孔介质对流换热系数关联式进行理论推导, 最后将得出的对流换热系数与传统对流换热系数进行对比并进行了修正。修正后的分形解与传统解比较一致, 在孔隙率 0.25~0.5 的范围偏差较小, 而其形式也验证了外部绕流比内部管流更接近多孔介质流动本质。

关键词 多孔介质 对流换热系数 分形理论

中图分类号 TK121; **文献标志码** A

多孔介质对流换热的研究涉及面广且具有重要的工程应用价值, 而获取准确和适用范围广的对流换热系数一直是研究的主要任务、核心和关键。对流换热是多孔介质内部流动过程热传递的主要方式之一, 在强制流动情况下往往占据主导作用, 影响多孔介质内部对流换热过程的因素很多, 包括惯性效应、界面效应、黏性耗散、浮升力、变物性、变孔隙率、颗粒形状和颗粒粒径等, 这给对流换热系数的确定带来了很大困难, 目前主要靠经验公式或者大量简化后得到的一些理论结果。

Hwang 和 Chao^[1] 实验研究了空气流经由青铜颗粒烧结成的多孔槽道时的换热, 给出了局部努谢尔特数和充分发展的努谢尔特数的一般关联式。Polyaev^[2] 依据测得的多孔介质表面和流体的温度, 结合理论分析, 给出了不均匀多孔介质内部对流换热系数的计算关联式。Kuwahara 等^[3] 推导得出一个对流换热系数的理论解析式, 公式没有任何经验常数, 适合于多孔介质层流流动。Saito 等^[4] 针对单元网格热平衡得到了湍流下的对流换热系数, 不过必须根据较复杂的数值求解得到。Pallare 等^[5] 通过研究发现, 将 Kuwahara 公式乘以 2 以后, 能更好

的与实验吻合, 继而得到了另一对流换热系数关联式。胥蕊娜和姜培学^[6] 根据实验结果拟合出了微细多孔介质内对流换热系数的两个经验关联式, 并给出了考虑速度滑移和温度跳跃影响的修正。

可见, 对流换热关联式主要通过实验和数值模拟方法得到, 不同情形关联式形式不一, 系数有别, 选用时需要特别注意。理论解析解只在层流时被研究, 湍流理论关联式很难得到, 这仍是该领域研究的难点, 可能需要借助新的工具和研究方法。另外可以看出, 小于 20 μm 的颗粒填充床需要考虑尺度效应, 即考虑速度滑移和温度跳跃。分形理论在推导多孔介质对流换热系数方面的研究还少, 而通过近年来的研究发现, 分形理论在研究多孔介质方面体现了巨大的优越性。陈永平和施明恒等^[7,8] 推导得到了土壤等效热导率的分形模型式, 郁伯铭^[9] 基于分形理论, 推导得出一个适用范围较广的多孔介质渗流关系式。郑坤灿^[10] 基于分形理论、多孔介质渗流理论和对流换热理论, 理论推导了层流和湍流分形对流换热系数准则方程, 其结果指出, 无论是层流还是湍流, 采用充分发展管流模型得到的分形对流换热系数准则方程的结果和传统准则方程相比均偏小, 且偏差较大, 而考虑未充分发展的入口效应修正后则更加与传统准则方程吻合, 而修正方程的形式更接近流体外掠平板和外掠球体的努谢尔准数形式。因此, 本文基于孔喉模型, 通过分形理论, 来推导多孔介质对流换热系数关联式。

1 多孔介质的分形理论基础

郁伯铭^[11]运用分形理论用于描述多孔介质的孔隙数量和孔隙直径的关系,建立了多孔介质分形渗流理论。该理论认为多孔介质孔隙分布与孔隙大小服从分形理论,即

$$N(>\lambda) = \left(\frac{\lambda_{\max}}{\lambda}\right)^{D_f} \quad (1)$$

式(1)中, λ 为孔隙直径(m); $\lambda_{\max}$ 为孔隙最大直径(m); N 为直径大于 λ 孔隙的数量; D_f 为分形维数。

由式(1)可以得到孔隙总数为

$$N_t(>\lambda_{\min}) = \left(\frac{\lambda_{\max}}{\lambda_{\min}}\right)^{D_f} \quad (2)$$

式(2)中, $\lambda_{\min}$ 为孔隙最小直径(m); N_t 为直径大于 $\lambda_{\min}$ 孔隙的数量,即孔隙总数。

而式(1)对 λ 微分可以得到 λ 和 $\lambda + d\lambda$ 间的孔隙数目,即

$$-dN(\lambda) = D_f \lambda_{\max}^{D_f} \lambda^{-D_f-1} d\lambda \quad (3)$$

式(3)除以式(2)得

$$-\frac{dN(\lambda)}{N_t} = D_f \lambda_{\min}^{D_f} \lambda^{-D_f-1} d\lambda = f(\lambda) d\lambda \quad (4)$$

式(4)中, $f(\lambda)$ 为孔隙分布的概率密度函数,它应满足归一化的条件

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(\lambda) d\lambda = \int_{-\lambda_{\min}}^{\lambda_{\max}} f(\lambda) d\lambda = 1 - \left(\frac{\lambda_{\min}}{\lambda_{\max}}\right)^{D_f} = 1 \quad (5)$$

要让式(5)成立,必须 $\left(\frac{\lambda_{\min}}{\lambda_{\max}}\right)^{D_f} = 0$, 而事实上

通常的随机多孔介质均近似满足这一条件,因为其最大与最小孔隙直径比值一般在 2 ~ 3 个数量级, D_f 分形维数在 2 ~ 3。

另外,由多孔介质分形理论^[12]可以得到多孔介质结构参数的计算方法。

1.1 孔隙和管束分布分形维数 D_f 的计算

$$D_f = D + \frac{\ln \varepsilon}{\ln[24 \sqrt{1/2(1-\varepsilon)}]} \quad (6)$$

式(6)中, ε 为孔隙率; D 为拓扑维数,三维时等于 3,二维时等于 2。

1.2 平均孔隙(或毛细管)直径 λ_{av}

$$\lambda_{av} = \int_{\lambda_{\min}}^{\lambda_{\max}} \lambda f(\lambda) d\lambda = \lambda_{\min} \frac{D_f}{D_f - 1} \left[1 - \left(\frac{\lambda_{\min}}{\lambda_{\max}}\right)^{D_f-1} \right] \quad (7)$$

1.3 平均迂曲度 τ_{av}

$$\tau_{av} = \frac{1}{2} \left[1 + \frac{1}{2} \sqrt{1-\varepsilon} + \sqrt{1-\varepsilon} \sqrt{\left(\frac{1}{\sqrt{1-\varepsilon}}\right)^2 + \frac{1}{4}} \right]$$

1.4 迂曲度分形维数 D_T 计算

$$D_T = 1 + \frac{\ln \tau_{av}}{\ln \frac{L_0}{\lambda_{av}}} \quad (8)$$

式(9)中, $L_0 = 2R + \Delta L = R \sqrt{\frac{2\pi}{\sqrt{3}} \frac{1}{1-\varepsilon}}$, 其中 R 为颗粒平均半径, ΔL 为相邻颗粒间缝隙的最短距离。

1.5 最大孔隙或者毛细管半径 $r_{\max}$

$$r_{\max} = \frac{R}{2} \sqrt{\frac{2\varepsilon}{1-\varepsilon}} \quad (10)$$

1.6 最小孔隙或者毛细管半径 $r_{\min}$

$$\frac{r_{\min}}{r_{\max}} = \frac{\sqrt{2(1-\varepsilon)}}{d^+} \quad (11)$$

式(11)中, d^+ 为平均粒子簇的直径与最小粒径之比,一般取 24 或 18。

1.7 迂曲长度 L_t

$$L_t = L_0^{D_T} \lambda^{1-D_T} \quad (12)$$

2 多孔介质对流换热系数分形准则方程的推导

2.1 多孔介质结构模型建立

多年来人们研究了很多多孔介质孔隙的模型,最为经典的主要有毛细管模型、确定性模型和平均水力半径模型。孔喉模型可以说是毛细管模型中最简单的一种,很多科研工作者都尝试过用孔喉模型来解释多孔介质内部流动机理。在考虑孔喉模型时,将孔隙的形状看成是圆形的,往往忽略了孔隙的形状是不规则的。所以采取孔喉模型时,还考虑到孔喉的形状,也就是在孔喉模型中采用平均水力半径的方法,把孔喉模型和平均水力半径模型结合起来,可以得到和厄根方程类似的结果,但不含任何经验常数,从而建立最简单的多孔介质的流动阻力模型^[11]。在多孔介质实际流动过程中,以孔隙来看,可视为管内流动,而以固体颗粒来看,则视为外掠球体的绕流,从郑坤灿^[10]的研究结果看出,绕流可能更好描述多孔介质内部流态,也是为了对此进行验证,故本文在推导分形关联式时采用管流与绕流相结合的孔喉模型,即分别根据绕流计算换热并根据管流确定流量。

2.2 选取 REV 特征单元

假设多孔介质孔隙或固体颗粒随机分布,但各向同性且具有周期特征。如图 1 所示,一个 REV 特征单元内部固体温度(T_s)物性均匀,流体温度(T_g)和热物性均匀,固体温度和流体温度不相等,其内部传热以对流换热为主,导热和辐射先予以忽略,最后

给予修正。根据前面建立的结构模型,其 REV 特征单元分别由不同当量直径的孔和喉构成。

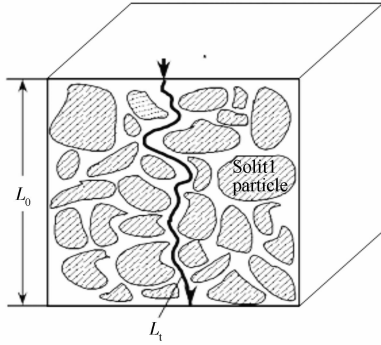


图 1 多孔介质 REV 特征单元

Fig. 1 Representative elementary volume of porous media

2.3 分形准则方程的理论推导

2.3.1 计算单管换热热量

流体外掠圆球的平均表面传热系数可以用以下关联式来确定

$$Nu = 2 + (0.4Re^{1/2} + 0.06Re^{2/3})Pr^{0.4};$$

$$h = \frac{Nu \cdot k}{\lambda}; Re = \frac{u\lambda}{\gamma} \quad (13)$$

式(13)中, Nu 为努赛尔数; Re 为雷诺数; Pr 为普朗特数; h 为表面换热系数; λ 为颗粒的直径; k 为颗粒导热系数; γ 为黏滞力; u 为流速。

故单管换热热量 q_h

$$\begin{aligned} q_h &= h\pi L_t \lambda (T_s - T_g) = \\ &= \frac{Nuk}{\lambda} \pi L_t \lambda (T_s - T_g) = \\ &= [2 + (0.4Re^{1/2} + 0.06Re^{2/3})Pr^{0.4}] \cdot \\ &= k\pi L_t (T_s - T_g) = \{2 + [0.4\left(\frac{u\lambda}{\lambda}\right)^{1/2} + \\ &= 0.06\left(\frac{u\lambda}{\lambda}\right)^{2/3}]Pr^{0.4}\} k\pi L_t (T_s - T_g) \quad (14) \end{aligned}$$

2.3.2 REV 内总换热热量

$$\begin{aligned} Q_h &= \int_{\lambda_{\min}}^{\lambda_{\max}} q_h [-dN(\lambda)] = \\ &= \int_{\lambda_{\min}}^{\lambda_{\max}} \left\{ 2 + \left[0.4\left(\frac{u\lambda}{\lambda}\right)^{1/2} + 0.06\left(\frac{u\lambda}{\lambda}\right)^{2/3} \right] Pr^{0.4} \right\} \times \\ &= k\pi L_t (T_s - T_g) D_f \lambda_{\max}^{D_f} \lambda^{-(D_f+1)} d\lambda = \\ &= k\pi L_t (T_s - T_g) D_f \lambda_{\max}^{D_f} \left\{ 2 \int_{\lambda_{\min}}^{\lambda_{\max}} \lambda^{-(D_f+1)} d\lambda + \right. \\ &= \left[0.4\left(\frac{u}{\gamma}\right)^{1/2} \int_{\lambda_{\min}}^{\lambda_{\max}} \lambda^{1/2} \lambda^{-(D_f+1)} d\lambda + \right. \\ &= \left. 0.06\left(\frac{u}{\gamma}\right)^{2/3} \int_{\lambda_{\min}}^{\lambda_{\max}} \lambda^{2/3} \lambda^{-(D_f+1)} d\lambda \right] Pr^{0.4} \} \quad (15) \end{aligned}$$

式(15)中, $-dN(\lambda)$ 为直径在 $\lambda \sim \lambda + d\lambda$ 间的管数或球数,由式(3)得到; L_t 为迂曲度长度,由式(12)计算。

2.3.3 确定流速

假设局部能量损失是由孔喉引起的,流体通过单位体积的多孔介质的总流量为 Q , 并且将流体在多孔介质中的流动看作是在弯弯曲曲的毛细管孔道中的流动,毛细管孔道的大小分布满足分形分布,则理想的孔喉模型如图 2 所示。

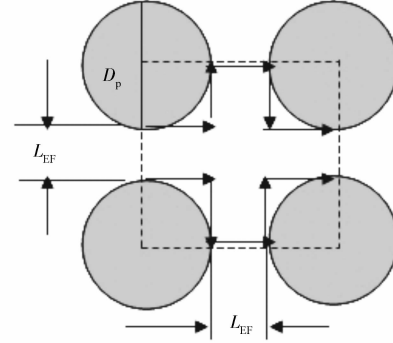


图 2 孔喉模型^[10]

Fig. 2 Pore-throat model

图 2 中, $D_p = \lambda$ 为理想球的直径, L_{BF} 为喉的直径, $D_p + L_{BF}$ 为孔的直径,则如图 2 所示孔喉的面积为

$$A = \frac{\pi \lambda^2}{4(1 - \phi)} \quad (16)$$

则 REV 总面积为

$$\begin{aligned} A_p &= \int_{\lambda_{\min}}^{\lambda_{\max}} \frac{\pi \lambda^2}{4(1 - \phi)} [-dN(\lambda)] = \\ &= \frac{\pi D_f \lambda_{\max} (\lambda_{\max}^{2-D_f} - \lambda_{\min}^{2-D_f})}{4(1 - \phi)(2 - D_f)} \quad (17) \end{aligned}$$

可以得到孔和喉的直径分别为

$$L_{BF} + \lambda = \sqrt{A} = \lambda \sqrt{\frac{\pi}{4(1 - \phi)}} \quad (18)$$

$$L_{BF} = \lambda \sqrt{\frac{\pi}{4(1 - \phi)}} - \lambda = \lambda \left(\sqrt{\frac{\pi}{4(1 - \phi)}} - 1 \right) \quad (19)$$

则孔的面积为

$$A_1 = \frac{\pi}{4} (L_{BF} + \lambda)^2 = \frac{\pi^2 \lambda^2}{16(1 - \phi)} \quad (20)$$

喉的面积为

$$A_2 = \frac{\pi}{4} L_{BF}^2 = \frac{\pi}{4} \lambda^2 \left(\sqrt{\frac{\pi}{4(1 - \phi)}} - 1 \right)^2 \quad (21)$$

则流体流过模型的平均面积为

$$A = \frac{A_1 + A_2}{2} = \frac{\pi \lambda^2}{8} \left[\frac{\pi}{4(1 - \phi)} + \left(\sqrt{\frac{\pi}{4(1 - \phi)}} - 1 \right)^2 \right] \quad (22)$$

郁伯铭^[10]的阻力公式为

$$\Delta p = \rho gh = \left(\frac{3}{2} + \frac{1}{\beta^4} - \frac{5}{2\beta^{-5}} \right) \frac{\rho u^2}{2} \quad (23)$$

式(23)中, β 为孔喉比, 有 $\beta = \frac{L_{BF} + D_p}{L_{BF}} = 1/(1 - 2\sqrt{(1-\phi)/\pi})$, 可以得到

$$u = \frac{\sqrt{2\Delta P}^{\frac{1}{2}}}{\rho^{\frac{1}{2}} \left(\frac{3}{2} + \frac{1}{\beta^4} - \frac{5}{2\beta^{-5}} \right)^{\frac{1}{2}}} \quad (24)$$

则通过单管流量为

$$q_v = uA = \sqrt{\frac{2\Delta P}{\rho \left(\frac{3}{2} + \frac{1}{\beta^4} - \frac{5}{2\beta^{-5}} \right)}} \frac{\pi \lambda}{8} \times \left[\frac{\pi}{4(1-\phi)} + \left(\frac{\pi}{4(1-\phi)} - 1 \right)^2 \right] \quad (25)$$

REV 内总流量为

$$Q_v = \int_{\lambda_{\min}}^{\lambda_{\max}} q_v [-dN(\lambda)] = \int_{\lambda_{\min}}^{\lambda_{\max}} \sqrt{\frac{2\Delta P}{\rho \left(\frac{3}{2} + \frac{1}{\beta^4} - \frac{5}{2\beta^{-5}} \right)}} \times \left[\frac{\pi}{4(1-\phi)} + \left(\frac{\pi}{4(1-\phi)} - 1 \right)^2 \right] \times \frac{\pi}{8} D_f \lambda_{\max}^{D_f} \lambda^{-D_f-1} d\lambda = \sqrt{\frac{2\Delta P}{\rho \left(\frac{3}{2} + \frac{1}{\beta^4} - \frac{5}{2\beta^{-5}} \right)}} \frac{\pi}{8} \times \frac{D_f \lambda_{\max}^{D_f} (\lambda_{\max}^{2-D_f} - \lambda_{\min}^{2-D_f})}{2 - D_f} \quad (26)$$

于是多孔介质表观速度 $\bar{u}$ 为 Q_v/A_p , 即

$$\bar{u} = \frac{Q_v}{A_p} = \sqrt{\frac{2\Delta P}{\rho \left(\frac{3}{2} + \frac{1}{\beta^4} - \frac{5}{2\beta^{-5}} \right)}} \frac{\pi}{8} \frac{D_f \lambda_{\max}^{D_f} (\lambda_{\max}^{2-D_f} - \lambda_{\min}^{2-D_f})}{2 - D_f} \frac{\pi D_f \lambda_{\max}}{4(1-\phi)} \frac{(\lambda_{\max}^{2-D_f} \lambda_{\max}^{2-D_f})}{(2 - D_f)} = \sqrt{\frac{2\Delta P}{\rho \left(\frac{3}{2} + \frac{1}{\beta^4} - \frac{5}{2\beta^{-5}} \right)}} \times \frac{(1-\phi)}{2} \times \left[\frac{\pi}{4(1-\phi)} + \left(\frac{\pi}{4(1-\phi)} - 1 \right)^2 \right] \quad (27)$$

将式(24)与式(27)相除可得

$$\frac{u}{\bar{u}} = \frac{2}{(1-\phi) \left[\frac{\pi}{4(1-\phi)} + \left(\sqrt{\frac{\pi}{4(1-\phi)}} - 1 \right)^2 \right]} \quad (28)$$

代入式(15)得

$$Q_h = k\pi L_f (T_s - T_g) D_f \lambda_{\max}^{D_f} \left\{ 2 \int_{\lambda_{\min}}^{\lambda_{\max}} \lambda^{-(D_f+1)} d\lambda + \left[\left(\frac{\bar{u}}{\gamma \left\{ \frac{\pi}{4(1-\phi)} + \left(\sqrt{\frac{\pi}{4(1-\phi)}} - 1 \right)^2 \right\} (1-\phi)} \right)^{\frac{1}{2}} \times 0.4 \int_{\lambda_{\min}}^{\lambda_{\max}} \lambda^{\frac{1}{2}} \lambda^{-(D_f+1)} d\lambda + \left[\left(\frac{2\bar{u}}{\gamma \left\{ \frac{\pi}{4(1-\phi)} + \left(\sqrt{\frac{\pi}{4(1-\phi)}} - 1 \right)^2 \right\} (1-\phi)} \right)^{\frac{2}{3}} \right] \times 0.06 \int_{\lambda_{\min}}^{\lambda_{\max}} \lambda^{\frac{2}{3}} \lambda^{-(D_f+1)} d\lambda \right] Pr^{0.4} \right\} \quad (29)$$

2.3.4 表面对流换热系数 h_s

特征单元总表面积下的换热量为

$$Q_h = h_s A_p (T_s - T_g) = \frac{\pi D_f \lambda_{\max}}{4(1-\phi)} \frac{\lambda_{\max}^{2-D_f} - \lambda_{\min}^{2-D_f}}{2 - D_f} h_s (T_s - T_g) \quad (30)$$

由式(29)和式(30)二式相等可以得到表面对流换热系数 h_s

$$h_s = \left\{ \frac{2(\lambda_{\max}^{1-D_f-D_f} - \lambda_{\min}^{1-D_f-D_f})}{(\lambda_{\max}^{2-D_f-D_f} - \lambda_{\min}^{2-D_f-D_f})(1 - D_f - D_f)} + Pr^{0.4} (\lambda_{\max}^{2-D_f-D_f} - \lambda_{\min}^{2-D_f-D_f}) \times \left[0.4 \left(\frac{2\bar{u}}{\gamma \left\{ \frac{\pi}{4(1-\phi)} + \left(\sqrt{\frac{\pi}{4(1-\phi)}} - 1 \right)^2 \right\} (1-\phi)} \right)^{\frac{1}{2}} \times \frac{\lambda_{\max}^{\frac{3}{2}-D_f-D_f} - \lambda_{\min}^{\frac{3}{2}-D_f-D_f}}{\frac{3}{2} - D_f - D_f} + 0.06 \frac{\lambda_{\max}^{\frac{5}{3}-D_f-D_f} - \lambda_{\min}^{\frac{5}{3}-D_f-D_f}}{\frac{5}{3} - D_f - D_f} \times \left(\frac{2\bar{u}}{\gamma \left\{ \frac{\pi}{4(1-\phi)} + \left(\sqrt{\frac{\pi}{4(1-\phi)}} - 1 \right)^2 \right\} (1-\phi)} \right)^{\frac{2}{3}} \right] \right\} \times k(2 - D_f - D_f) \quad (31)$$

转化成 Nu 形式为

$$Nu = 2c_1 + (0.4c_2 Re^{1/2} + 0.06c_3 Re^{2/3}) Pr^{0.4} \quad (32)$$

式(32)中, c_1, c_2, c_3 为分形参数相关的系数, 有

$$c_1 = \frac{\bar{\lambda}(2 - D_f - D_f)(\lambda_{\max}^{1-D_f-D_f} - \lambda_{\min}^{1-D_f-D_f})}{(\lambda_{\max}^{2-D_f-D_f} - \lambda_{\min}^{2-D_f-D_f})(1 - D_f - D_f)} \quad (33)$$

$$c_2 = \frac{\sqrt{2}\bar{\lambda}^{\frac{1}{2}}(2 - D_f - D_f)}{\sqrt{2(1-\phi)} - \phi(\lambda_{\max}^{2-D_f-D_f} - \lambda_{\min}^{2-D_f-D_f})} \times \frac{(\lambda_{\max}^{\frac{3}{2}-D_f} - \lambda_{\min}^{\frac{3}{2}-D_f})}{\left(\frac{3}{2} - D_f - D_f \right)} \quad (34)$$

$$c_3 = \frac{2^{\frac{2}{3}} \bar{\lambda}^{\frac{1}{3}} (2 - D_T - D_f)}{\left[\frac{\pi}{2(1-\phi)} - \phi \right]^{\frac{2}{3}} \left(\frac{5}{3} - D_T - D_f \right)} \times \frac{\lambda_{\max}^{\frac{5}{3}-D_T-D_f} - \lambda_{\min}^{\frac{5}{3}-D_T-D_f}}{\lambda_{\max}^{2-D_T-D_f} - \lambda_{\min}^{2-D_T-D_f}} \quad (35)$$

式(35)中, $\bar{\lambda}$ 由式(7)确定。

2.4 对流换热系数分形解的验证和修正

式(32)就是多孔介质对流换热系数分形关联式的理论解,从该式可以看出,对流换热关联式与雷诺数和普朗特数有关,将此式与非分形多孔介质对流换热系数关联式传统解及郑坤灿^[10]所得基于管流模型下的对流换热系数分形解进行比较如图3所示。

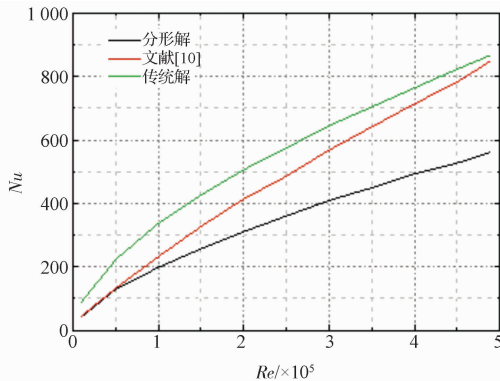


图3 对流换热系数的分形解与传统解的对比

Fig. 3 Comparison between fractal solution and traditional solution of convection heat transfer coefficient

从图3中看出,分形解明显低于传统解,且随着雷诺数的增加,二者偏差越来越大,相对误差近似为0.36,说明未充分发展假设要优于充分发展。因此下面以未充分发展管流与绕流相结合假设为前提,进行入口段的修正,将解析式乘以系数1.5可以得到式(36)。

$$Nu = 1.5 [2c_1 + (0.4c_2 Re^{1/2} + 0.06c_3 Re^{2/3}) Pr^{0.4}] \quad (36)$$

则图4结果看出修正后的结果与传统非分形的经验公式吻合较好,其相对误差近似为0.012。

2.5 修正分形解的适用范围研究

表1是通过数值计算考察孔隙率对修正解的影响。从表中可以看出孔隙率在0.25~0.5其误差较小,且吻合较好。

表1 平均直径、空隙率影响

Table 1 Influence of average diameter and porosity

平均直径/m	0.01	0.02	0.025	0.03	0.04	0.05
空隙率	0.2	0.25	0.3	0.5	0.6	0.65
最大相对偏差/%	17.9	6.72	2.30	10.74	16.55	50.1

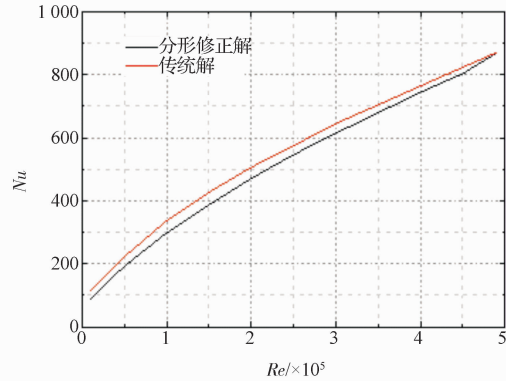


图4 修正分形准则方程与传统解的对比结果

Fig. 4 Comparison between correct fractal formula and traditional solution

3 结论

(1) 基于多孔介质渗流分形理论和对流换热理论,在孔喉模型基础上理论推导了多孔介质内部分形对流换热系数准则方程,经过分析修正后得到了与传统对流换热准则方程较为一致的计算结果:

$$Nu = 1.5 [2c_1 + (0.4c_2 Re^{1/2} + 0.06c_3 Re^{2/3}) Pr^{0.4}]$$

(2) 推导的准则方程在考虑了入口效应修正后,得到了与传统准则方程较为一致的结果。从方程形式可以推测,多孔介质内部流态应更接近于外掠物体(如平板、球体或柱体)绕流,所以外部流动比内部管流更接近于多孔介质渗流的本质,这可以指导对多孔介质渗流和对流换热更深入的研究。

参考文献

- Hwang G J, Chao C H. Heat transfer measurement and analysis for sintered porous channels. ASME J. Heat Transfer, 1994; 114: 456—464
- Polyaev V M, Mozhaev A P, Galitsevsky B M, et al. A study of internal heat transfer in structures. Experimental Thermal Nonuniform Porous and Fluid Science, 1996; 12(4): 426—432
- Kuwahara F, Sirota M S. A numerical study of interfacial convective heat transfer coefficient in two-energy equation model for convection in porous media. International Journal of Heat and Mass Transfer, 2001; 44: 1153—1159
- Saito M B, DeLemos M J S. Convective heat transfer coefficient for turbulent flow in a porous medium formed by an array of square rods. Latin American Journal of Solids and Structures, 2005; 2: 291—304
- Pallares J, Grau F X. A modification of a Nusselt number correlation for forced convection in porous media. International Communications in Heat and Mass Transfer, 2010; 37: 1187—1190
- 胥蕊娜, 姜培学. 流体在微多孔介质内对流换热实验研究. 工程热物学报, 2008; 29(8): 1377—1379
- Xu R N, Jiang P X. Experimental investigation of convection heat

- transfer in microporous media. *Journal of Engineering Thermophysics*, 2008; 29(8): 1377—1379
- 7 陈永平, 施明恒. 基于分形理论的多孔介质导热系数研究. *工程热物理学报*, 1999; 20(5): 608—612
Chen Y P, Shi M H. Study of thermal conductivity in porous media fractal theory based. *Journal of Engineering Thermophysics*, 1999; 20(5): 608—612
- 8 Yongping C, Mingheng S. Determination of effective thermal conductivity for real porous media using fractal theory. *J Thermal Science*, 1999; 8(2): 102—107
- 9 Yu B M, Tames L, Cao H Q. A fractal in-plane permeability model for fabrics. *Polymers Composites*, 2002; (110): 378—384
- 10 郑坤灿. 基于分形理论的高温散体对流换热研究. 北京: 北京科技大学, 2011
Zheng K C. Convection heat transfer research on high temperature granular with fractal theory. Beijing: Beijing University of Science and Technology, 2011
- 11 吴金随. 多孔介质里流动阻力分析. 武汉: 华中科技大学, 2006; 24
Wu J S. Analysis of flow resistance in porous media. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology, 2006; 24
- 12 Yu B M, Cheng P. A fractal model for permeability of bi-dispersed porous media. *Int J Heat and Mass Transfer*, 2002; 45(14): 2983—2993

Study of Fractal Convection Heat Transfer Coefficient in Porous Media Based on Pore and Throat Model

ZHENG Kun-can¹, HOU Rong-bin¹, WANG Jing-fu², REN Yan-qiu¹,
LI Bao-wei¹, JIANG Ya-ling¹, WU Wen-fei¹

(Inner Mongolia Key Laboratory for Utilization of Bayan Obo Multi-Metallic Resources; Elected
State Key Laboratory, Inner Mongolia University of Science and Technology¹, Baotou 014010, P. R. China;
College of Environment and Energy Engineering, BJUT², Beijing 100124, P. R. China)

[**Abstract**] Porous media has a wide range of applications in the industrial and agricultural production as one kind of good heat storage and exchange material. It has important research value to get an accurate and wide application convection heat transfer coefficient of porous media. The paper introduced the fractal theory foundation of porous media at first. Then it theoretically derived the formula of convection heat transfer coefficient based on pore and throat model, percolation theory, fractal theory and convection theory. Finally, it compared the fractal convection heat transfer coefficient with traditional solution and corrected the fractal convection heat transfer coefficient. It gets a corrected formula in accordance with the tradition formula well when the porosity range from 0.25 to 0.5 and the form of the formula confirms that external flow accords with the nature of porous media better.

[**Key words**] porous media convection heat transfer coefficient fractal theory