

通信技术

信道极化与极化码的研究进展与展望

李桂萍 任 华 刘小航

(西安翻译学院,西安 710105)

摘 要 Turbo 码、LDPC 码等编码技术虽然具有优越的纠错性能,但其编译码的理论基础尚不完备。而极化码由于利用了序列互信息链规则,具有丰富的代数结构与优秀的分析特性,故掀起了理论研究的热潮。本文综述了信道极化原理,分析了其能够达到优异性能的原因,总结了极化码目前的研究成果,指出了未来需要解决的一些关键问题。这些分析和结论对进一步研究极化码提供了理论基础和新思路。

关键词 极化码 信道极化 连续删除译码

中图法分类号 TN911. 22; **文献标志码** A

构造逼近信道容量的编码是多年来信道编码学术界的中心课题。近 20 年来,以 Turbo 码^[1]、LDPC^[2]码为代表的信道编码技术被统一纳入因子图^[3]的理论框架,采用迭代译码技术,能够逼近仙农信道容量^[4],尽管这些先进编码技术具有优越的纠错性能,但其编译码的理论基础尚不完备,如何证明这些码具有渐进最优性能非常困难。2009 年,Arıkan 在 IEEE Transaction on Information Theory 期刊发表的论文提出信道极化码(polar codes)的设计思想^[5],基于信道极化(channel polarization)现象,首次以构造性的方法分析了编码的渐进性能。该论文获得了 2011 年的 IEEE 信息论分会最佳论文奖,立即引起了信息论与编码学术界的极大关注。由于巧妙的利用了序列互信息链规则^[6],具有丰富的代数结构与优秀的分析特性,所以自从信道极化码提出以来,理论界就掀起了研究热潮,近两年的 ISIT、ITW 等国际会议上,很多学者对极化码的构造、渐进性能进行了细致探讨,在信源压缩、多用户编码、中继通信中的应用也开展了初步的研究。本

文首先介绍了信道极化原理和极化码的编码方法,然后总结了极化码目前的研究成果,并指出极化码研究中需要解决的关键问题,最后对极化码的发展前景及研究方向进行展望。

1 信道极化原理

Arıkan 针对一组独立的二进制对称输入离散无记忆信道(B-DMC)^[5],提出了采用编码的方法,使各个子信道呈现出不同的可靠性,随着码长(即信道数目)的增加,这些子信道呈现两极分化现象,称为信道极化。

假设 B-DMC 信道 W :对于两个信道极化, $u_1, u_2 \in \{0, 1\}$ 是输入信道的两比特, $x_1, x_2 \in \{0, 1\}$, 是经过模 2 加编码后的两比特,分别送入信道后得到 $y_1, y_2 \in Y$ 两个输出信号,如图 1 所示。

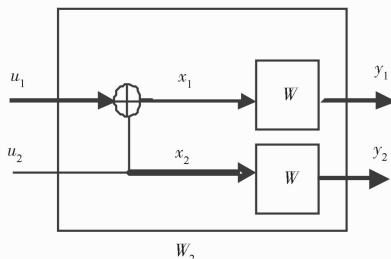


图1 两个信道极化实例

其对应的编码过程可表示为式(1)。

$$(x_1, x_2) = (u_1, u_2) \begin{bmatrix} 10 \\ 11 \end{bmatrix} \quad (1)$$

令 B-DMC 信道转移概率为 $W(y|x)$, 信道容量与可靠度 (Bhattacharyya 参数) 分别定义为式(2)和式(3)。

$$I(W) = \sum_{y \in Y} \sum_{x \in X} \frac{1}{2} W(y|x) \times \lg \frac{W(y|x)}{\frac{1}{2} W(y|0) + \frac{1}{2} W(y|1)} \quad (2)$$

$$Z(W) = \sum_{y \in Y} \sqrt{W(y|0)W(y|1)} \quad (3)$$

参数 $Z(W)$ 的值越小, 则信道 W 越可靠; 反之, 信道 W 这越不可靠。

一对独立的信道 (W, W) 经编码矩阵变换后得到两个相关子信道 $(W_2^{(0)}, W_2^{(1)})$, 其中 $W_2^{(0)}: X \rightarrow Y^2$, $W_2^{(1)}: X \rightarrow Y^2 \times X$ 。这两个子信道的转移概率分别为式(4)和式(5)。

$$W_2^{(1)}(y_1^2 | u_1) \stackrel{\Delta}{=} \sum_{u_2} \frac{1}{2} W_2(y_1^2 | u_1) = \sum_{u_2} \frac{1}{2} W(y_1 | u_1 \oplus u_2) W(y_2 | u_2) \quad (4)$$

$$W_2^{(2)}(y_1^2, u_1 | u_2) \stackrel{\Delta}{=} \frac{1}{2} W_2(y_1^2 | u_1^2) = \frac{1}{2} W \times (y_1 | u_1 \oplus u_2) W(y_2 | u_2) \quad (5)$$

互信息分别为式(6)和式(7)。

$$I(W_2^{(0)}) = I(U_0; Y_0^1) \quad (6)$$

$$I(W_2^{(1)}) = I(U_1; Y_0^1 | U_0) = I(U_1; Y_0^1 U_0) \quad (7)$$

可以证明式(8)成立

$$I(W_2^{(0)}) + I(W_2^{(1)}) = I(U_0 U_1; Y_0 Y_1) \quad (8)$$

且满足式(9)关系

$$I(W_2^{(0)}) \leq I(W) \leq I(W_2^{(1)}) \quad (9)$$

可靠度满足式(10)和式(11)

$$Z(W_2^{(0)}) + Z(W_2^{(1)}) \leq 2Z(W) \quad (10)$$

$$Z(W_2^{(0)}) \geq Z(W) \geq Z(W_2^{(1)}) \quad (11)$$

因此这两个子信道产生了分化, 一个子信道较好, 另一个较差。从上述关系式中还可看到, 分割后得到的子信道其码率之和与分割前信道的码率保持不变, 但其可靠性比分割前提高了。

上述编码转换过程可以递推到 $N = 2^n, n \geq 0$ 个子信道, 令 $u_1^N = (u_1, u_2, \dots, u_N)$ 表示信息比特序

列, $x_1^N = (x_1, x_2, \dots, x_N)$ 表示编码比特序列。Arikan 证明编码满足关系式 $x_1^N = u_1^N G_N$, 其中编码生成矩阵 $G_N = B_N F^{\otimes n}$, B_N 是排序矩阵用于完成比特反序操作, $F^{\otimes n}$ 表示矩阵 F 进行 n 次 Kronecker 积操作, $F = \begin{bmatrix} 10 \\ 11 \end{bmatrix}$ 。其中矩阵 G_N 是 Hadamard 变换矩阵, 因此信道极化码与 RM 码编码^{[7][8]}类似。这里 G_N 是 $F^{\otimes n}$ 的子矩阵。

根据经典的序列互信息链规则原理, 信息序列与输出序列满足如下关系

$$I(U_1^N; Y_1^N) = \sum_{i=1}^N I(U_i; Y_1^N | U_1^{i-1}) = \sum_{i=1}^N I(U_i; Y_1^N U_1^{i-1}) = \sum_{i=1}^N I(W^{(i)N}).$$

因此整个序列的互信息可以分解为多个子信道容量 $I(W_N^{(i)})$ 之和。由于存在有信道极化, 这些子信道的容量或者趋于 0 或者趋于 1, 在 BEC 信道下, 这个比例近似为 0.5。图 2 给出了码长为 1 024, BEC 信道下各个子信道容量的统计图。

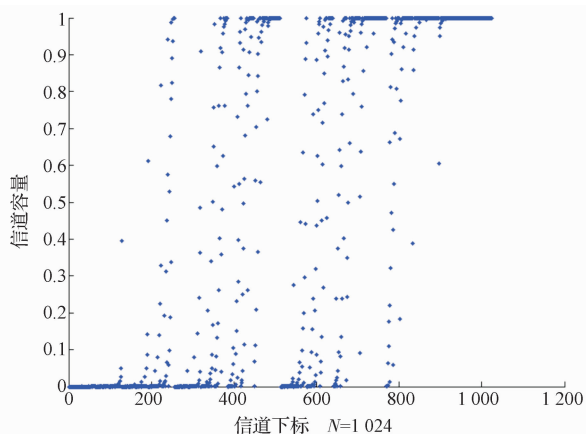
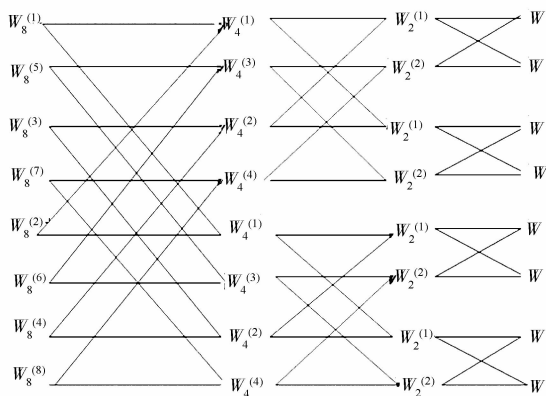


图2 子信道容量分布图

图3给出 $N=8$ 时极化码的编码过程, 即 8 个 W 信道经过极化变换后得到另一组 8 个子信道, 图3最左边这一组信道的容量和可靠度出现了极化, 其中第 1、5、3、7 信道的可靠性较高, 而第 2、6、4、8 信道的可靠性最差。

Arikan 指出利用好信道传输信息比特, 而对于差信道则设定固定值 (比如设置为 0), 根据图 3 的极化变换, 信息比特在 1、5、3、7 四个子信道上传输,

图3 信道转换过程($N=8$)

而2、6、4、8四个子信道上传固定值,比如0,这样可得到编码前的8个比特序列,再根据 $x_1^8 = u_1^8 G_8$ 即可得到编码后的序列。因为极化码利用好信道传输信息比特,而差信道传输固定比特,固定比特以及差信道对于接收端来讲是已知的,因此极化码具有较优的性能。

由于极化码具有良好的构造特性,目前对极化码的研究分为极化码理论研究和极化码应用研究两个方面。

2 信道极化码理论研究

尽管极化码具有丰富的代数结构与优秀的分析特性,但是有限长的极化码其性能不如Turbo码和LDPC码,为了改善极化码在中短码长下的性能,国外学者在编码构造、译码算法和极化码的理论性能上展开研究。

2.1 编码构造

最初的极化码采用矩阵 $F = \begin{bmatrix} 10 \\ 11 \end{bmatrix}$ 作为核矩阵进行编码^[5],Korada等人推广了核矩阵维数,研究了 $l \times l$ 维变换核矩阵^[9-11],引入了部分距离概念,并优选BCH编码矩阵作为核矩阵,并且指出任何一个没有上三角的矩阵都可以用于极化二进制输入信道,即可以作为构造极化码的核矩阵。Mori等提出采用RS码、代数几何编码矩阵作为核矩阵,来进一步提高渐进性能^[12,13]。极化码与RM码具有密切的联系,RM码可以看做广义极化码,Arikan比较了RM与极化码的性能^[14],并进一步推广了极化概

念,讨论了二维极化码的基本性质^[15]。这些研究表明,信道极化是编码技术的普遍现象,只要满足某些约束条件,任意矩阵都可以作为编码核矩阵,但目前在编码矩阵构造方面,只是基于代数编码理论的简单应用,还没有系统的构造理论和通用低复杂度的子信道选择准则。Arikan最初提出的子信道选择准则基于Bhattacharyya参数,只适用于BEC等简单信道;而对于AWGN信道,Arikan建议可以通过蒙特卡罗仿真的方法进行子信道的选择^[5],然而这种方法由于计算量大导致计算时间很长,并且时间复杂度随码长指数增加。为了减少计算时间,Mori基于密度进化方法^[16,17],得到了BSC、AWGN信道下更好的子信道选择准则。但是密度进化的方法,会因为量化带来误差,Peter采用高斯近似^[18,19]的方法解决了密度进化而带来的误差问题,能够更加精确地预测子信道的错误概率,而且计算的复杂度大大的降低。然而高斯近似下的子信道选择准则信道极化速度较慢,译码时会因为严重的错误传播问题导致连续删除译码算法的性能大大降低,所以如果采用这种选择准则就必须进一步改进极化码的编码和译码算法。文献^[20-22]也采用量化的方法设计了极化信道的方法,但是寻找通用的、最优的信道选择准则仍然是个重要的研究内容。

2.2 译码算法

对于极化码,Arikan的另一个重要贡献是提出了连续删除(SC)译码算法^[5],由于编码非常规则,因此SC算法可以按照自然顺序,对发送比特进行逐级判决译码,先判决的比特作为可靠信息参加后译比特的判决。极化码的编码和译码算法复杂度都是 $O(N \log N)$ ^[5],因此复杂度都非常低。但是对于中等长度的极化码其性能并不理想,不如Turbo码、LDPC码。文献[23,24]提出在极化码因子图上进行置信传播(BP)算法^[25],研究了BP算法调度机制的优化,并根据极化码的因子图结构,设计了多重图BP译码算法,进一步提高了译码性能,但大大增加了算法复杂度。文献[26]提出一种使用内码块来改进SC译码性能的算法,通过选取若干信息位和固定位作为内码位,构造内码块的方法使得译码性能有所提高,而额外的复杂度也随选取的信息

位数呈指数增加;文献[27]用线性规划(LP)^[28]算法译码,能够更好的逼近 MAP 译码性能,同时算法的复杂度也成比例的增加。目前 SC 算法是学术界关注的主流,因为 BP 算法性能虽然较好,但复杂度较高,而且 BP 算法在短码下并不能发挥最优的性能。LP 算法比 BP 算法性能好,能够更加接近 MAP 译码性能,但复杂度也高。因此,在原 SC 算法基础上,文献[29]提出采用 List 列表译码^[30,31]和 CRC 检测来改进 SC 性能的算法得到很多学者的关注,在此基础上,文献[32—37]进一步对 list + SC + CRC 的算法进行了深入的研究。牛凯等在文献[38]的基础上提出采用栈译码的方法改进 SC 的性能^[39]。Peter 等在文献[40]从广义级联码^[41]和多层次码^[42]的角度,设计了 BCH 码和极化码的级联方案,由于 BCH 码具有良好的纠错性能,将 BCH 码作为外码而极化码作为内码的级联方案在性能上取得了显著的改进,同时提出了一种用于外码码率分配的算法。文献[43]利用 polar codes 与 RS 码的级联来提高极化码的性能,其中 RS 码作为外码,而极化码是内码,采用传统的级联码译码方法进行译码。然而这种方法实际是不可行的,因为外码可用符号的基数是随着内码的长度呈指数增加的。文献[44]将内码和外码进行交织后编码,并采用动态分配码率的方法为外码选择码率,这种方法大大提高了错误下降的速度,而且外码可用的符号的基数不再是指数增加。以上研究虽然取得了一些成果,然而人们对极化码的译码性能还没有彻底的理解,其构造与优化准则还需要进一步完善。

2.3 理论性能分析

对信道极化码的理论性能,人们主要关注的是误码块率(BLER)与子信道收敛速度。Arikan 基于 SC 算法给出了 BLER 简洁的上界,并且利用鞅与半鞅理论,严格证明了子信道的收敛行为,奠定了信道极化码的基本理论。Arikan 在文献[45]中首次证明了采用 2×2 核变换矩阵,极化码渐进($N \rightarrow \infty$)差错性能 $P_B(N) < 2^{-N^\beta}$, 其中误差指数 $\beta < 1/2$, 换言之,极化码的差错概率随着码长的平方根指数下降。Korada 等在文献[11]上进一步证明,如果推广到 $l \times l$ 核变换矩阵,则渐进性能 $P_B(N) <$

$2^{-NE_G(G)}$, 其中 $E_G(G)$ 是矩阵 G 对应的差错指数^[11]。基于 BCH 编码矩阵,文献^[5]证明 $E_G(G)$ 极限为 1。换言之,极化码渐进差错率随码长指数下降。这样极化码具有与随机编码一致的渐进差错性能,相当于给出了仙农信道编码定理的构造性证明,这是近几年来在编码理论方面最重大的进展。S. H. Hassani 等在文献[46—52]对极化码子信道收敛行为进行了更细致的分析,文献[53]估计了极化码的收敛速度。这些研究都揭示了极化码是逼近信道容量的渐进好码。

3 极化码应用研究

3.1 信源编码

对于极化码而言,信源编码是信道编码的反向应用,即采用信道译码算法进行信源压缩,采用信道编码方法进行信源恢复。Arikan 首先研究了无失真信源编码的应用问题^[54],探讨了采用极化码的信源编码与信道编码的对偶问题,并给出了一些初步分析。文献[55]研究了类似问题,仿真验证了二元离散信源下,极化码是有效的信源压缩方法。文献[56]推广了 SC 算法,基于压缩感知^[57]思想,设计了通用的无失真信源编码算法。Korada 等讨论了限失真信源编码问题^[58],指出信道极化码对于有损信源编码是渐进最优方法,能够达到率失真函数 $R(D)$ 下届。已有研究表明,信源编码中也广泛存在极化现象,极化码是能够逼近熵 $H(U)$ 或率失真 $R(D)$ 函数的有效方法。但这些研究只侧重于理论探讨,对于实用信源编码的设计还有诸多问题留待解决。

3.2 多址接入

多址接入是另一个应用研究的热点,文献[59]讨论了两用户多址信道(2—MAC)的极化问题,文献[60]将两用户推广到多用户,并考虑采用拟阵理论设计极化编码。目前多用户编码的研究刚刚起步,主要集中于 BEC、BSC 等二元简单信道的讨论,对于更一般的高斯信道、衰落信道的多址接入编码的设计还有待研究。

极化码在中继信道^[61]、信息安全^[62—65]、Flash Memory、q-进制信道^[66—68]中的应用也有一些初步

的讨论,但系统的理论还不够完善。

3.3 译码器的设计

对于极化码,国内外学者除了关注其性能的改进而且也在研究如何设计高效的译码器结构。文献^[3]指出极化码在 SC 算法下,译码器所需要的硬件复杂度是 $o(N \lg_2 N)$ 。文献^[3,14,69]研究了极化码在 BP 译码算法下的性能,并指出比极化码在 SC 算法下的性能优,但是由于 BP 算法复杂度较高,因此人们更倾向于使用 SC 算法作为极化码的译码算法。其中文献^[70,71]在 SC 算法下将其硬件实施的复杂度进一步降低到了 $o(N)$,然而这种方法存在两个问题^[72]:其一,当码长超过 2^{10} 会产生较长的译码延迟;其二,在每一个阶段,硬件最高的利用率只有 50%。文献^[73]提出了一种叫做简化的 SC 译码的方法来减少译码延迟,但是这种方法受制于所使用的信道模型,并且对所使用的码有特定要求。在文献^[74]中,通过对极化码利用预计算预取^[75-77]译码时序的方法将译码延迟缩减了一半,然而这种方法无法适应不同实时应用的要求。文献^[72]在数据流图(DFG)^[78,79]的基础上为极化码 SC 译码器首次提出了完全流水线^[80]的硬件结构,这种结构不仅具有其他方法降低译码延迟和低硬件消耗的优点,而且可以满足高速应用的需要。

4 存在问题和展望

尽管极化码的研究已取得一些可喜成果,但是目前所进行的研究大部分停留在理论研究和工程应用仿真方面,极化码的理论研究和实际实现有待人们进一步的深入研究。

极化码存在的问题及今后的研究方向:

(1)针对一般的信道,进一步研究高性能的信道映射准则;

(2)针对编码信道极化特征,研究如何构建性能优越的信道极化编码调制方案;

(3)深入探讨系统的构造理论,设计与优化译码算法。

5 结论

信道极化码开辟了编码理论研究的新方向,初

步研究表明,信道极化现象是通信系统的普遍现象,极化码对于信源压缩、信道编码、多址接入等典型的通信问题都是渐进最优的解决方案。但信道极化码的研究还有待深入,有限码长下极化码的性能还未达到 Turbo 码、LDPC 码的性能,对 Polar Codes 的编码构造与性能优化进行深入研究,丰富其理论基础,对于这个领域具有重要的促进作用。

参 考 文 献

- 1 Berrou C, Glavieux A, Thitimajshima P. Near Shannon limit error-correcting coding and decoding: Turbo codes. Communications, ICC '93 Geneva. Technical Program, Conference Record, IEEE International Conference. 1993
- 2 Gallager R G. Low-density parity-check codes. IRE Trans Inf Theory, 1962; IT-8(1): 21—28
- 3 Richardson T, Urbanke R. Modern coding theory. Cambridge University Press, 2008
- 4 Shannon C E. A mathematical theory of communication. Bell Syst Tech J, 1948; 27: 379—423, 623—656
- 5 Arikan E. Channel polarization; a method for constructing capacity achieving codes for symmetric binary-input memoryless channels. IEEE Trans Inf Theor, 2009; 55(7): 3051—3073
- 6 Gallager R G. Information theory and reliable communication. New York: Wiley, 1968
- 7 Muller D E. Application of Boolean algebra to switching circuit design and to error correction. IRE Trans Electron Comput, 1954; EC-3(9): 6—12
- 8 Reed I. A class of multiple-error-correcting codes and the decoding scheme. IRE Trans Inf Theory, 1954; IT-4(3): 39—44
- 9 Korada S B, Sasolu E. A class of transformations that polarize binary-input memoryless channels. ISIT 2009, 2009; 1478—1482
- 10 Korada S. Polar codes for channel and source coding. Ph. D. dissertation, Ecole Polytechnique Federale de Lausanne, 2009
- 11 Korada S B, Sasolu E, Urbanke R. Polar codes: characterization of exponent, and construction. IEEE Transaction on Information Theory, 2010; 56(12): 6253—6264
- 12 Mori R, Tanaka T. Channel polarization on q-ary discrete memoryless channels by arbitrary kernels. ISIT, 2010; 894—898
- 13 Mori R, Tanaka T. Non-binary polar codes using Reed-Solomon codes and algebraic geometry codes. Information Theory Workshop (ITW), 2010; 1—5
- 14 Arikan E. A performance comparison of polar codes and reed-muller codes. IEEE Communications Letters, 2008; 12(6): 447—449
- 15 Arikan E, Markarian G. Two-dimensional polar coding. ISCTA '09, Ambleside, UK, 2009; 13—17

- 16 Mori R, Tanaka T. Performance and construction of polar codes on symmetric binary-input memoryless channels. In: IEEE International Symposium on Information Theory (ISIT), 2009;1496—1500
- 17 Mori R, Tanaka T. Performance of polar codes with the construction using density evolution. Arikani I E, Arikani E. Nication Letters, 2009; 13(7):519—521
- 18 Trifonov P. Efficient design and decoding of polar codes. IEEE Trans on Commuication, 2012;60(11): 3221—3227
- 19 Chung S Y, Richardson T J, Urbanke R L. Analysis of sum-product decoding of low-density parity-check codes using a Gaussian approximation. IEEE Transactions on Information Theory, 2001; 47(2): 657—670
- 20 Tal I, Vardy A. How to construct polar codes. IEEE Transactions on Information Theory, 2011;submitted for publication
- 21 Pedarsani R. On the construction of polar codes. <http://www.arxiv.org/abs/1209.4444v1>, 2012
- 22 Hassani S H, Korada S B, Urbanke R L. The compound capacity of polar codes. Allerton 09 Proceedings of the 47th annual Allerton conference on Communication, control, and computing, 2009: 16—21
- 23 Hussami N, Korada S, Urbanke R. Performance of polar codes for channel and source coding. In: IEEE International Symposium on Information Theory (ISIT), 2009
- 24 Eslami A, Pishro-Nik H. On the analysis and design of finite-length polar codes. submitted to IEEE Trans Commun, April 2011
- 25 Neal M. Near shannon limit performance of low density parity check codes. Electronics Letters, 1997;33(6):457—458
- 26 Eslami A, Pishro-Nik H. A practical approach to polar codes. Information Theory Proceedings (ISIT), 2011 IEEE International Symposium on, 16—20, July 1 2011—Aug. 5 2011
- 27 Seidl M, Huber J B. Improving successive cancellation decoding of polar codes by usage of Inner block codes, Int. Symp on Turbo Codes and Iterative Information Processing, 2010; 6(1):103—106
- 28 Goela N, Korada S B, Gastpar M. On LP decoding of polar codes. Information Theory Workshop (ITW), 2010;1—5
- 29 Feldman J, Wainwright M, Karger D. Using linear programming to decode binary linear codes. IEEE Transactions on Information Theory, 2005; 51:954—972
- 30 Tal I, Vardy A. List decoding of polar codes. Inf Theory Proc, 2011;1—5
- 31 Elias P. List decoding for noisy channels. Institute of Radio Engineers (now IEEE), Tech Rep, 1957
- 32 Wozencraft J. List decoding. Research Laboratory of Electronics Massachusetts Institute of Technology, Tech Rep, 1958
- 33 Chen K, Niu K, Lin J R. List decoding of polar codes. IEEE Int Symp Inform Theory (ISIT), 2011;1—5
- 34 Chen K, Niu K, Lin J R. List successive cancellation decoding of polar codes. Electron Lett, 2012;48(9):500—501
- 35 Chen K, Niu K, Lin J R. Improved successive cancellation decoding of polar codes. <http://arxiv.org/pdf/1208.3598>
- 36 Niu K, Chen K. Crc-aided decoding of polar codes. IEEE Communications Letters, 2012; 16(10): 1668—1671
- 37 Li Bin, Shen Hui, Tse D. An adaptive successive cancellation list decoder for polar codes with cyclic redundancy check. IEEE Communications Letters, 2012; 16(12):2044—2047
- 38 Bonik G, Goreinov S, Zamarashkin N. A variant of list plus CRC concatenated polar code
- 39 Jelinek F. A fast sequential decoding algorithm using a stack. IBM J Res Dev, 1969; 13: 675—685
- 40 Niu K, Chen K. Stack decoding of polar codes. Electron Lett, 2012;48(12):695—696
- 41 Trifonov P, Semenov P. Generalized concatenated codes based on polar codes. Proc 8th Int Symposium on Wireless Comm Systems, OSWCS-2011;442—446
- 42 Blokh E, Zyablov V. Coding of generalized concatenated codes. Problems of Information Transmission, 1974;10(3):45—50
- 43 Imai H, Hirakawa S. A new multilevel coding method using error correcting codes. IEEE Transactions on Information Theory, 1977; 23(3): 371—377
- 44 Bakshi M, Jaggi S, Effros M. Concatenated polar codes. In: IEEE International Symposium on Information Theory (ISIT), 2010: 918—922
- 45 Mahdavi H. On the construction and decoding of concatenated polar codes
- 46 Arikani E, Telatar E. On the rate of channel polarization. Available: <http://arxiv.org/abs/0807.3806>, 2008
- 47 Korada S, Montanari A, Telatar E, *et al.* An empirical scaling law for polar codes. In: IEEE International Symposium on Information Theory (ISIT), June 2010
- 48 Tanaka T, Mori R. Refined rate of channel polarization. In: IEEE International Symposium on Information Theory (ISIT), June 2010
- 49 Hassani S H, Urbanke R. On the scaling of polar codes: I. the behavior of polarized channels. Information Theory Proceedings (ISIT), 2010;874—878
- 50 Hassani S H, Alishahi K, Urbanke R. On the scaling of polar codes: II. the behavior of un-polarized channels. Information Theory Proceedings (ISIT), 2010;879—883
- 51 Guruswami V, Xia P. Polar codes: speed of polarization and polynomial gap to capacity. In: Electronic Colloquium on Computational Complexity, Report No. 50, 2013
- 52 Goli A, Hassani S, Urbanke R. Universal bounds on the scaling behavior of polar codes. In: Proc IEEE Int Symp on Inf Theory

- (ISIT), July 2012, 1957—1961. Chris Godsil and Gordon Royle, Algebraic Graph Theory. Springer, 2001
- 53 Korada S B, Montanari A, Telator E, *et al.* An empirical scaling law for polar codes. ISIT 2010; 884—888
 - 54 Arika E. Source polarization. Information Theory Proceedings (ISIT), 2010; 899—903
 - 55 Cronie H S, Korada S B. Lossless source coding with polar codes. Information Theory Proceedings (ISIT), 2010; 904—908
 - 56 Korada S, Urbanke R. Polar codes are optimal for lossy source coding. IEEE Transactions on Information Theory, 2010; 56(4): 1751—1768
 - 57 Donobo D. Compressed sensing. IEEE Trans Inf Theory, 2006; 52(4): 1289—1306
 - 58 Abbe E. Universal source polarization and sparse recovery. Information Theory Workshop, Dublin, August 2010
 - 59 Sasoglu E, Telatar E, Yeh E. Polar codes for the two-user binary-input multiple-access channel. Information Theory Workshop (ITW), 2010
 - 60 Abbe E, Telatar E. MAC polar codes and matroids. Information Theory and Applications Workshop (ITA), 2010; 1—8
 - 61 Andersson M, Rathi V, Thobaben R, *et al.* Nested polar codes for wiretap and relay channels. IEEE Communications Letters, 2010; 14(8): 752—754
 - 62 Mahdavi H, Vardy A. Achieving the secrecy capacity of wiretap channels using polar codes. Information Theory Proceedings (ISIT), 2010; 913—917
 - 63 Koyluoglu O O, ElGamal H. Polar coding for secure transmission and key agreement. Personal Indoor and Mobile Radio Communications (PIMRC), 2010; 2698—2703
 - 64 Sutter D, Renes J M, Renner R. Efficient one-way secret-key agreement and private channel coding via polarization. available at arXiv:1304. 3658, 2013
 - 65 Abbe E. Low complexity constructions of secret keys using polar coding. Proceedings IEEE Information Theory Workshop (ITW), 2012
 - 66 Mahdavi H, Vardy A. Achieving the secrecy capacity of wiretap channels using polar codes. In: IEEE International Symposium on Information Theory (ISIT), June 2010
 - 67 Muri R, Tanaka T. Channel polarization on q-ary discrete memoryless channels by arbitrary kernels. In: IEEE International Symposium on Information Theory (ISIT), June 2010
 - 68 Karzand M, Telatar E. Polar codes for q-ary source coding. In: IEEE International Symposium on Information Theory (ISIT), June 2010
 - 69 Pamuk A. An FPGA implementation architecture for decoding of polar codes. In: Proc Int Symp Wireless Commun Syst (ISWCS), Nov. 2011; 437—441
 - 70 Leroux C, Tal I, Vardy A, *et al.* Hardware architectures for successive cancellation decoding of polar codes. In: Proc IEEE Int Conf Acoust, Speech Signal Process, May 2011; 1665—1668
 - 71 Leroux C, Raymond A J, Sarkis G, *et al.* Hardware implementation of successive-cancellation decoders for polar codes. J Signal Process Syst, 2012; 69(3): 305—315
 - 72 Zhang Chuan, Parhi K K. Low-latency sequential and overlapped architectures for successive cancellation polar decoder. IEEE Transactions on Signal Processing, 2013, 61(10): 2429—2441
 - 73 Alamdar-Yazdi A, Kschischang F R. A simplified successive cancellation decoder for polar codes. IEEE Commun Lett, 2011; 15(12): 1378—1380
 - 74 Zhang C, Yuan B, Parhi K K. Reduced-latency SC polar decoder architectures. In: Proc. IEEE Int Conf Commun (ICC), Jun 2012; 3471—3475
 - 75 Parhi K K. Pipelining in algorithms with quantizer loops. IEEE Trans Circuits Syst, 1991; 38(7): 745—754
 - 76 Parhi K K, Messerschmitt D G. Pipeline interleaving and parallelism in recursive digital filters, Part I: pipelining using scattered look-ahead and decomposition. IEEE Trans Acoust, Speech Signal Process, 1989; 37(7): 1099—1117
 - 77 Parhi K K, Messerschmitt D G. Pipeline interleaving and parallelism in recursive digital filters, Part II: pipelined incremental block filtering. IEEE Trans Acoust Speech Signal Process, 1989; 37(7): 1118—1135
 - 78 Lee E A, Messerschmitt D G. Static scheduling of synchronous data flow programs for digital signal processing. IEEE Trans. Comput., 1987; 36(1): 24—35
 - 79 Ito K, Parhi K K. Determining the minimum iteration period of an algorithm. IEEE J VLSI Signal Process, 1995; 11(3): 229—244
 - 80 Garrido M, Parhi K K, Grajal J. A pipelined FFT architecture for real-valued signals. IEEE Trans Circuits Syst. I, Reg. Papers, 2009; 56(12): 2634—2643

tions on Image Processing, 2001; 10 (2): 266—277

6 ArnauOliver J F. A review of automatic mass detection and segmentation in mammographic images. Medical Image Analysis, 2010; 14 (2): 87—110

7 鲜敏,黄剑华,张英涛,等. 乳腺超声图像肿瘤全自动定位方法研究. 计算机应用研究, 2011; 28 (12): 4752—4756

8 Tourassi G D, Vargas-Voracek R, Catarious D M, *et al.* Computer-assisted detection of mammographic masses: a template matching scheme based on mutual information. Medical Physics, 2003; 30: 2123—2130

9 徐伟栋,刘伟,厉力华,等. 基于特性模型与神经网络的乳腺图像肿块自动检测技术. 电子与信息学报, 2009; 31 (7): 1653—1658

10 徐伟栋. 基于模型的乳腺 X 线图像胸肌分割算法研究. 浙江大学工业学报, 2005; 39(3): 427—432

11 Raba D, A O J M. Breast segmentation with pectoral muscle suppression on digital mammograms. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2005; 471—478

Detect Method Research of Infiltrative Breast Cancer

Based Double-size Template

HAN Wei,ZHAO Jun-ling,LI Rong-guo

(Department of Information Engineering, Laiwu Vocational and Technical College, Laiwu 271100, P. R. China)

[Abstract] Breast mass detection accurately is the key to computer aided diagnosis system at present. To accurately detect breast masses in the mammograms, a method is proposed to detect early infiltrative masses from mammographic images based on double-size Sech template matching. First is image preprocessing, including the breast region abstraction from the mammogram and the pectoral muscle detection in the MLO; then template matching based on double-size Sech template, after the images fusion and threshold processing, is the mass-like regions positioning. The test results show the effectiveness of the proposed algorithm, it improved the accuracy rate of mass detection based on single scale, and reduced the positive rate.

[Key words] CAD infiltrative breast cancer breast mass double-size template

(上接第 156 页)

Channel Polarization and Research,Development of Polar Codes

LI Gui-ping, REN Hua, LIU Xiao-hang

(Xi'an Fanyi University, Xi'an,710105)

[Abstract] Although the modern coding technology such as Turbo and LDPC has better correcting error performance, they do not have enough theory basic on coding and decoding. While polar codes have rich algebra structure and excellent analysis property because of using sequence mutual information stream rule. Fundamentals of polarization were summarized and why the polar codes can achieve the optimum performance were analyzed. The analysis and conclusions provide theory basis and new train of thought.

[Key words] polar codes channel polarization successive cancellation