

利用压汞曲线求取页岩相渗曲线的分形维方法研究

李 军¹ 刘荣和² 彭小东³ 曾 炎⁴

(中海石油(中国)有限公司天津分公司¹,天津 300452;中国石油川庆钻探工程公司
地质勘探开发研究院²,成都 610051;中海石油(中国)有限公司湛江分公司³,湛江 524057;
中国石化西南油气分公司勘探开发研究院⁴,成都 610081)

摘要 相渗曲线作为评价储层岩石的重要指标,在油气田开发过程中具有重要作用。而页岩孔隙结构复杂,泥质含量高,用常规的稳定渗流方法和非稳定法不能测试得到相渗曲线。采用页岩岩心的压汞资料,使用分形维的方法,实现了毛管压力曲线转化为相渗曲线。从而解决了页岩气藏相渗曲线难以得到的问题,对页岩气的开发有重要的意义。

关键词 分形维 相渗曲线 页岩气藏 束缚水饱和度 方法

中图法分类号 TE151; **文献标志码** A

页岩气以吸附或游离状态存在于低孔、低渗的富有机质泥页岩中。张金川等人^[1]认为页岩气主体上以吸附状态存在于干酪根、黏土颗粒及孔隙表面,以游离状态存在于裂缝、孔隙及其他储集空间,中国的页岩气往往具有自生自储的性质。

页岩储层岩石的孔隙结构对油气的储集和渗流具有重要意义。理论实践证明多数沉积岩孔隙是具有分形特征的^[1—4]。Burdine^[5]、贺承祖、冯文光、杨露等人^[6—9]将分形理论运用于研究常规油气储层的孔隙结构特征和相渗研究。分形维是一种新的研究岩石孔隙结构的方法。因此将分形维数运用于页岩气储层的孔隙结构和相渗研究具有重要意义。

由于页岩气储层泥质含量高、孔隙结构复杂,用常规的稳定流法和非稳定法均不能方便地测得页岩气藏的相渗曲线。因此利用分形将压汞曲线转化为相渗曲线,对研究页岩气藏的开发具有重要作用。

2012年10月8日收到,11月14日修改

第一作者简介:李军(1986—),男,工学硕士,研究方向:油气田开发及油气藏数值模拟。E-mail:lijun19860620@126.com。

1 页岩储层的分形维研究

20世纪80年代初,法国著名数学家 Mandelbrot 创立了新兴学科一分形几何学,为解决各种复杂的自然现象开辟了一条简单而有效的途径^[6]。

根据分形理论,在拓扑维数的空间孔隙体积分布表示式^[7]应为:

$$V \propto r^{3-D} \quad (1)$$

式(1)中: V 为半径为 r 的孔隙占有的体积; D 为孔径分布分形维数,其值仍在 2~3 之间变动。

将式(1)对 r 求导,得到孔径分布函数(dV/dr)的表示式:

$$\frac{dV}{dr} \propto r^{2-D} \quad (2)$$

根据分形几何原理,将式(2)进行积分,可以得到孔隙半径大于 r 的累积孔隙体积 $V(>r)$ 的表达式:

$$V(>r) = \int_r^{r_{\max}} ar^{2-D} dr = b(r_{\max}^{3-D} - r^{3-D}) \quad (3)$$

式(3)中: r_{\max} 为储层岩石最大孔隙半径; a 为比例常数, $b = a/(3-D)$ 。

同理,得到孔隙半径小于 r 的累积孔隙体积 $V(<r)$ 的表达式:

$$V(<r) = \int_{r_{\min}}^r ar^{2-D} dr = b(r^{3-D} - r_{\min}^{3-D}) \quad (4)$$

式(4)中: r_{\min} 为储层岩石的最小孔隙半径。

储层的总孔隙体积 V 为:

$$V = b(r_{\max}^{3-D} - r_{\min}^{3-D}) \quad (5)$$

通过式(4)、式(5), 可以得出孔隙半径小于 r 的累积体积分数 S 的表达式:

$$S = \frac{V(<r)}{V} = \frac{r^{3-D} - r_{\min}^{3-D}}{r_{\max}^{3-D} - r_{\min}^{3-D}} \quad (6)$$

由于 $r_{\min} \ll r_{\max}$, 上式可简化为:

$$S = \frac{r^{3-D}}{r_{\max}^{3-D}} \quad (7)$$

根据油层物理学中对饱和度的定义, 孔隙半径小于 r 的累积孔隙体积百分数 S 就是润湿相的饱和度。

根据 Laplace 方程式^[1]

$$P_c = \frac{2\sigma \cos \theta}{r} \quad (8)$$

式(8)中: P_c 为半径 r 的孔隙对应的毛管压力; σ 为界面张力; θ 为液体与岩石的接触角。

将式(8)代入式(7)中可得到

$$S = \left(\frac{P_c}{P_{c\min}} \right)^{D-3} \quad (9)$$

2 相渗分形维数数学模型的建立

1949 年, Prurcell^[1,6,9] 应用毛细管束模型(10)、Darcy 定律(11)和 Laplace 公式(12), 推导出了应用毛细管压力曲线计算渗透率和相对渗率的公式(13)、式(14)。

$$q = \frac{\varphi A \Delta P}{8\mu L} \sum S_i r_i^2 \quad (10)$$

$$q = \frac{KA \Delta P}{\mu L'} \quad (11)$$

$$P_c = \frac{2\sigma \cos \theta}{r} \quad (12)$$

$$K_{rw} = \frac{\int_0^s ds/P_c^2}{\int_0^1 ds/P_c^2} \quad (13)$$

$$K_{rmw} = \frac{\int_s^1 ds/P_c^2}{\int_0^1 ds/P_c^2} \quad (14)$$

式中: q 为毛管束组成的多孔介质的流量; φ 为多孔介质的孔隙度; K 为多孔介质的渗透率; A 多孔介质横截面积; ΔP 为压差; μ 流体黏度; L 毛细管长度; L' 为多孔介质长度; S_i 为毛细管 i 占总孔隙体积的分数; r_i 为毛细管 i 的半径; K_{rw} 和 K_{rmw} 润湿相及非润湿相相对渗透率。

由于 Purcell 方法所求得的相对渗透率 $K_{rw} + K_{ro}$ 在不同饱和度下都为 1, 这与实验研究结论 $K_{rw} + K_{ro} < 1$ 不相符^[1,6]。Burdine^[1,5] 分析认为: 毛管曲度不是一定值, 而是与润湿相饱和度有关; 润湿相饱和度中毛管束缚润湿相不参与流动, 应扣除。因此, 在计算饱和度区间时, 应从束缚水饱和度 S_i 开始, 除束缚水饱和度以外可以流动的有效润湿相饱和度为:

$$S' = \frac{S - S_i}{1 - S_i} \quad (15)$$

对 Purcell 型相渗曲线求取进行改进^[6,7,9],

$$K_{rw} = s'^2 \frac{\int_0^s ds/P_c^2}{\int_0^1 ds/P_c^2} \quad (16)$$

$$K_{rmw} = (1 - s')^2 \frac{\int_s^1 ds/P_c^2}{\int_0^1 ds/P_c^2} \quad (17)$$

将 $S = \left(\frac{P_c}{P_{c\min}} \right)^{D-3}$ 带入上两式, 积分后得到相渗曲线的分形几何公式为:

$$K_{rw} = S'^2 S^{\frac{5-D}{3-D}} = S^{\frac{11-3D}{3-D}} \quad (18)$$

$$K_{rmw} = (1 - S')^2 (1 - S^{\frac{5-D}{3-D}}) \quad (19)$$

其中: S' 为有效润湿相饱和度; D 为分形维数。

3 分形维数的确定

根据油层物理学饱和度的定义可知: 在压汞曲线测试中, 孔隙半径大于 r 的累积体积百分数为非润湿相(汞)的饱和度 S_m 。

$$S_m = 1 - S = 1 - \left(\frac{P_c}{P_{c\min}} \right)^{D-3} \quad (20)$$

将两边对 P_c 求导有:

$$\frac{dS_m}{dP_c} = (3 - D) P_{c\min}^{3-D} P_c^{D-4} \quad (21)$$

对于压汞曲线有:

$$S = \frac{V_{mp}}{V} \quad (22)$$

式(22)中: V 为岩心的总渗流孔隙体积; V_{mp} 为毛管压力为 P 时, 非润湿相(汞)压入岩心的体积。

式(22)代入式(21)有:

$$\frac{dV_{mp}}{dP_c} = V(3 - D) P_{cmin}^{3-D} P_c^{D-4} \quad (23)$$

两边取对数, 得:

$$\lg\left(\frac{dV_{mp}}{dP_c}\right) = \lg\left[\frac{V(3 - D)}{P_{cmin}^{(D-3)}}\right] + (D - 4)\lg P_c \quad (24)$$

根据式(24)可以看出: 在双对数图上, $\frac{dV_{mp}}{dP_c}$ 与 $\lg P_c$ 存在线性关系, 与国外研究^[8]相同。因此根据毛管压力曲线数据作 $\lg\left(\frac{dV_{mp}}{dP_c}\right)$ - $\lg P_c$ 关系图, 根据斜率可以求得页岩分形维数^[10]。

在使用实际的压汞曲线求取分形维数时, 也可以采用中心差商法^[6]:

$$\frac{dV_{mp}}{dP_c} \Big|_{p'_k} = \frac{V_{mp}(P_{c(k+1)}) - V_{mp}(P_{ck})}{P_{c(k+1)} - P_{ck}} \quad (25)$$

式(25)中: $P'_{ck} = \frac{P_{c(k+1)} + P_{ck}}{2}$, $P_{c(k+1)}$ 、 P_{ck} 为毛管曲线上相邻两点的压力; P'_{ck} 为相邻两点毛管压力的平均值; $V_{mp}(P_{c(k+1)})$ 、 $V_{mp}(P_{ck})$ 为毛管曲线上, 相邻两点对应的注入汞的体积。

4 束缚水饱和度的确定

束缚水饱和度是研究岩石孔隙结构的重点。一般情况下通过以下两种方法确定:一, 利用常规压汞曲线确定束缚水饱和度;二, 通过实验测得很多数据点得到相对渗透率曲线, 再确定束缚水饱和度。但对于页岩气储层来说, 测试相对渗透率曲线困难。因此基于毛细管压力曲线, 可以采用插值计算的方法得到束缚水饱和度, 该方法可操作性强, 所得束缚水饱和度可信度高^[9]。

一般情况下, 测定岩石的毛细管压力与饱和度关系时运用压汞法, 因此需要将汞的毛细管压力换算成真实地层条件下的毛管压力(油水或气水), 其公式如下^[1]:

$$P_{wg} = P_{Hg} (\sigma_{wg} \cos \theta_{wg} / \sigma_{Hg} \cos \theta_{Hg}) \quad (26)$$

理论情况下:

$$\sigma_{Hg} = 480 \text{ mN/m}, \theta_{Hg} = 140^\circ, \sigma_{wg} = 25 \text{ mN/m}, \theta_{wg} = 0^\circ。$$

假设转换后曲线上两点为 (P_{c1}, S_1) 和 (P_{c2}, S_2) , 第三点为 (P_{c3}, S_3) , 取

$$P_{c3} = \sqrt{P_{c1} P_{c2}} \quad (27)$$

S_3 则采用三次样条差值求取, 则束缚水饱和度为^[9]:

$$S_{wi} = \frac{S_1 S_2 - S_3^2}{S_1 + S_2 - 2S_3} \quad (28)$$

5 实例分析

选取川西凹陷页岩岩心 1 个进行压汞实验分析。压汞实验所用仪器为美国麦克仪器公司生产的 9500 全自动压汞仪, 该仪器所能承受的最大压力为 228 MPa, 孔径测量范围 5 nm—360 μm。实验结果如图 1 所示。

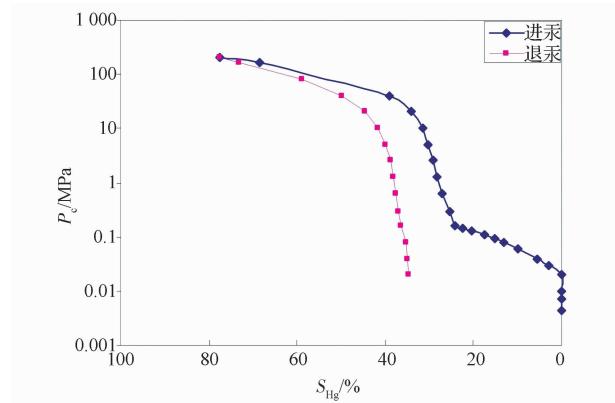


图 1 页岩岩心毛管压力曲线特征

该类曲线特征: 岩样进汞时, 在压力达到 0.04 MPa 之前进汞量快, 之后压力上升速度快, 进汞缓慢, 在压力达到 20 MPa 之后, 进汞量又迅速上升、总进汞量在 70% 以上; 退汞曲线与进汞曲线呈分离状, 退汞效率在 50% 以上。该类曲线表征的孔隙结构是: 大孔与微孔-过渡孔都较发育, 大孔有利于页岩气的渗流, 微孔-过渡孔有利于页岩气的吸附与扩散。这类压汞曲线在所研究的岩心中, 只占约 20%^[10]。

根据页岩岩心毛管压力曲线特征, 采用插值方

法求得束缚水饱和度为 23.3%；根据分形几何理论，在三维欧氏空间内分形维数值一般在 2 到 3 之间。越接近 2，说明孔隙表面越光滑，储层的储集性能越好；反之，分形维数值越接近 3，储层孔隙结构越复杂，储集性能越差。由于岩石的孔隙分布不同，均质程度也不同，它们的孔隙结构分形维数是不同的。在双对数关系曲线上表现为回归直线与实际的数据点有很大的差别，这时不能用整体回归的方法来计算孔隙结构的分形维数，而必须用分段回归的方法来计算^[11]，如图 2 所示。

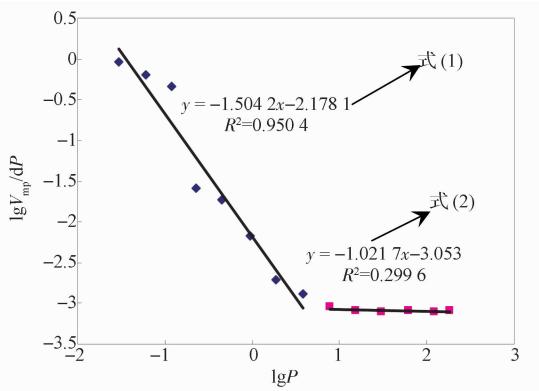


图 2 岩心 $\lg\left(\frac{dV_{mp}}{dP_c}\right)$ 与 $\lg P_c$ 之间关系图

通过对页岩岩样 $\lg\left(\frac{dV_{mp}}{dP_c}\right)$ 与 $\lg P_c$ 的关系分析，结果发现：页岩岩样 $\lg P_c$ 在 0.6 左右，即孔径在 188 nm 左右， $\lg\left(\frac{dV_{mp}}{dP_c}\right)$ 与 $\lg P_c$ 的关系都明显分为两直线段。当 $\lg P_c$ 小于 0.6 时，线性相关性显著，其分形维数 D 为 2.4958，最小毛管力 P_{min} 为 0.0017 MPa [如图 2 中式(1)]。当 $\lg P_c$ 大于 0.6 时，曲线拟后的线性相关性差，计算的分形维数为 3.9783，超出了分形维的合理范围^[8]。造成此现象的原因是孔隙在很高的汞压作用下会发生非弹性变形和孔隙的液固界面的性质发生变化^[10]造成的。所以，在计算分形维数时，必须去掉采用高压力段的数据，否则会对计算的分维数造成较大的影响（如图 2 中式 2）。

根据求取的页岩分形维数带入相渗分形维数数学模型中，可以求得页岩气水两相的相对渗透率

曲线，如图 3 所示。

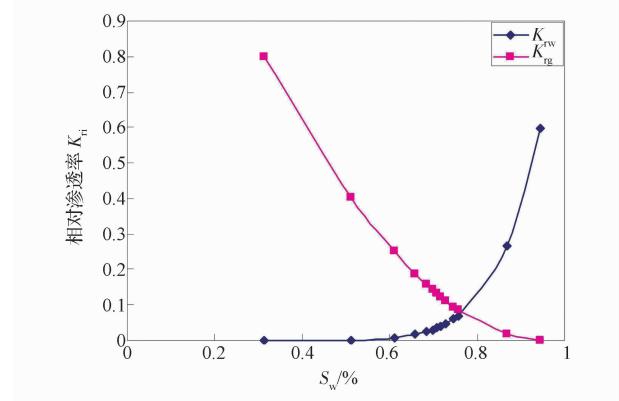


图 3 页岩岩心相对渗透率曲线图

6 结论

- 1) 根据页岩岩心压汞资料显示，该页岩大孔与微孔-过渡孔都较发育，大孔有利于页岩气的渗流，微孔-过渡孔有利于页岩气的吸附与扩散；
- 2) 页岩岩心的孔隙结构具有分形特征，因此利用分形理论研究页岩气储层的孔隙结构特征是可行的；
- 3) 实验方法求取页岩气藏的相渗曲线难度大，将分形维作为桥梁可以很好地实现毛管压力曲线转化为相渗曲线。

参 考 文 献

- 1 王允诚, 向阳, 邓礼正, 等. 油层物理学. 成都: 四川科学技术出版社, 2006: 168—216
- 2 王玉辉, 廖淑华. 分形与石油. 北京: 石油工业出版社, 1994: 16—49
- 3 张国禄. 应用分形理论评价齐家古潜山裂隙性油气藏的油气富集性. 特种油气藏, 2002; 9(2): 15—17
- 4 陈杰, 周改英, 赵喜亮, 等. 储层岩石孔隙结构特征研究方法综述. 特种油气藏, 2005; 12(4): 11—14
- 5 Burdine N T. Relative permeability calculation from size distribution data. Trans AIMME, 1953; 198: 71—78
- 6 贺承祖, 华明琪. 储层孔隙结构的分形几何描述. 石油与天然气地质, 1998; 19(1): 15—23
- 7 贺伟, 钟孚勋, 贺承祖, 等. 储层岩石孔隙的分形结构研究和应用. 天然气工业, 2000; 20(2): 67—70
- 8 Friesen W I, Laidlaw W G. Porosimetry of fractal surfaces. Journal of Colloid and Interface Science, 1993; 160: 226—235

- 9 杨露,冯文光,李海鹏.毛管压力曲线和相渗曲线相互转化的分形实现.断块油气田,2008;15(2):64—66
- 10 马新仿,张士诚,郎兆新.用分段回归方法计算孔隙结构的分形维数.石油大学学报(自然科学版),2004;28(6):54—56

The Fractal Study of Using Capillary Pressure Curve to Calculate the Relative Permeability Curve of Shale Gas Reservoir

LI Jun¹, LIU Rong-he², PENG Xiao-dong³, ZENG Yan⁴

(CNOOC Ltd. - Tianjin¹, Tianjin 300452, P. R. China; CCDC Geological Exploration & Development Research Institute², Chengdu 610051, P. R. China;
CNOOC Ltd. - Zhanjiang³, Zhanjiang 524057, P. R. China;

Research Institute of Exploration and Development, Southwest Oil and Gas⁴, SINOPEC, Chengdu 610081, P. R. China)

[Abstract] As an important indicator of evaluation of reservoir rock, relative permeability curve plays an important role in the oil and gas field development process. But with the complex pore structure and high shale content, the relative permeability curve of a shale gas reservoir can not be tested by stability permeability method and unsteady state. The capillary pressure curve transforming into relative permeability curve is realized by the fractal dimension method on the basis of the shale core capillary pressure curve, and solve the problem of shale gas relative permeability curves difficult to get. It has great important significance to the development of the shale gas.

[Key words] fractal dimension relative permeability curve shale gas reservoir irreducible water saturation method

(上接第 2192 页)

Study and Application of the Ground Cross-linked Acid with High-temperature Resistance

ZHAO Wen-na¹, WANG Yu-bin¹, ZHANG Ye²

(CNPC Research Institute of Engineering Technology¹, Tianjin 300451, P. R. China;
Engineering and Technology Institute of Northwest Oilfield Branch, SINOPEC², Urumqi 830011, P. R. China)

[Abstract] In order to achieve deep acid fracturing in high temperature carbonate reservoirs, the cross-linked acid with high temperature resistance of 150°C is developed, which is provided with high viscosity, low leak-off, low friction, convenient pump delivery, slow acid-rock reaction, easy to flowback, good rheological property, etc. Deep penetration of the acid system and improved conductivity of the etched fracture can be achieved by compound acid fracturing with ground cross-linked acid. The ground cross-linked acid system has been applied successfully in Tahe oilfield, and also good stimulation effect has been obtained.

[Key words] carbonate reservoirs ground cross-linked acid acid fracturing high-temperature application