第12卷 第36期 2012年12月
1671—1815(2012)36-9919-05

科 学 技 术 与 工 程
Science Technology and Engineering

Vol. 12 No. 36 Dec. 2012
ⓒ 2012 Sci. Tech. Engrg.

数学

带不规则费用函数项目排序扰动恢复问题

李艳芳

(山东电子职业技术学院基础部,济南 250200)

摘 要 考虑一个已经获得最优决策的PSIC问题。由于费用函数、完成事件所需时间和项目中事件总数三个参数或函数发生变化后,在保证费用最小化和尽可能只对原计划做局部修改的前提下,解决扰动恢复问题。首先对问题进行数学描述、分析和建模。然后再用扰动恢复理论对各种情况进行讨论。最后给出了各种情况的解决方案。

关键词 项目排序 扰动 整数规划 多项式时间 组合优化

中图法分类号 O224; **文献标志码** A

20世纪90年代美国德州大学奥斯汀分校于刚教授提出AIRDSS™现代整体实时决策支持系统[1—3],该系统就是在受到外界干扰,系统参数发生扰动的时候,对原有最优计划进行局部修改,使得系统在短时间内以最小代价对原计划恢复,以达到新的最优或近似最优的过程。例如航空系统的实时调度问题[4,5]就是以短时间内最小代价寻找在原有基础上的新的飞机飞行计划,以适应受到扰动了的网络。扰动恢复问题[6]就是由此而来的。

带有不规则费用函数的项目排序问题(PSIC)在现实生活中用途广泛,1977年S. E. Elmaghraby在文献[7]中给出PSIC问题的整数规划模型,1999年V. M. A. M.在文献[8]中讨论得到PSIC问题的整数规划模型可以在多项式时间内解决。我们试图将受到扰动的系统进行调整转化成已有模型,从而可以利用已有的算法来解决。以下将对PDPSIC(Possible disruptions about PSIC problem)的模型算法进行讨论。

1 带有不规则费用函数的项目排序问题(PSIC)

一个项目有 n 件事件要完成,用集合 $V=\{1,2,\cdots,n\}$表示。完成事件 i 需要花费时间 d_i 天,这里 d_i 是一个非负整数。集合 $S_i=\{i\mid$ 事件 i 必须在事件 j 开始之前完成$\}$。如果我们令 $E=\{(i,j)\mid i\in S_j, j\in V\}$,则可以用一个无圈有向图 $G=(V,E)$ 表示出所有的 n 件事件之间的先后关系。不失一般性,我们可以给事件编号,并且满足当事件 i 必须在事件 j 之前完成时,有 $i<j$。定义集合 $\Gamma_i=\{j\mid(i,j)\in V\}$。事件1和事件 n 是虚拟的事件,用来代表整个项目的开始和结束。事件1必须是在集合 $V\backslash\{1\}$ 中的所有事件之前完成,事件 n 则是在集合 $V\backslash\{n\}$ 中所有事件结束之后开始。我们假设 $d_1=d_n=0$,并且 $V'=V\backslash\{1,n\}$。整个项目的完成有一个时间限制,我们用 $T_{\max}$ 表示,$T_{\max}$ 也是一个整数。这样对于事件 i,我们通常认为它可以在 $\{1,2,\cdots,T_{\max}\}$ 中的某一天开始。通过对上述的图 G 进行计算[1],对每一事件 i,我们可以都可以得到一个时间窗 $[e_i,u_i]$,其中 e_i 是事件 i 可以最早开始的时间,u_i 是事件 i 最迟必须开始的时刻,$e_i,u_i\in\{1,2,\cdots,T_{\max}\}$ 当事件 i 从时刻 $t[\,t\in(e_i,u_i)\,]$ 开始时,将有花费 $c_i(t)$。我们认为 $c_1(0)=0$,$c_1(t)=\infty, t\in[e_1,u_1]$。一般地,费用函数 $c_i(t)$ 可以是任意的,既不随时间 t 增加,也不单调等等。

PSIC问题在现实生活中用途广泛,如飞机着陆。此外,在对带资源约束的项目排序问题和资源有效费用问题进行拉格朗日松弛后,可以由解决

2012年8月22日收到

作者简介:李艳芳,女。山东电子职业技术学院讲师。研究方向:数迷。E-mail:liyanfang5230@163.com。

PSIC 问题得到他们的下界。该问题最终是找到一个事件开始的时刻的集合 $T^* = \{t_1^*, t_2^*, \cdots, t_n^*\}$，使得满足各事件之间的先后顺序关系，并且总费用 $\sum_{i \in X} c_i(t_i^*)$ 最小。

PSIC 问题的整数规划模型：

$$(P)\min z_P = \sum_{i \in V} \sum_{t=e_i}^{u_i} c_i(t) x_{it} \tag{1}$$

$$\text{s.t} \sum_{t=e_i}^{u_i} x_{it} = 1, \quad i \in V, \tag{2}$$

$$\sum_{t=e_j}^{u_j} t x_{jt} - \sum_{t=e_i}^{u_i} t x_{it} \geqslant d_i, \quad (i,j) \in E, \tag{3}$$

$$x_{it} \in \{0,1\}, \quad i \in V, \quad t = e_i, \cdots, u_i \tag{4}$$

约束式(2)强调每一个事件做且只做一次，约束式(3)表示有先后顺序事件的开始时刻要求，约束式(4)是0—1变量，表示当 $x_{it} = 1$ 时，事件 i 在时刻 t 开始，当 $x_{it} = 0$ 时，事件 i 在时刻 t 没有开始。

Rolf H. Möhring, Andreas S. Schulz, Frederik Storkh 和 Marc Uetz 研究发现，上述 PSIC 问题可以在多项时间内解决[9]。

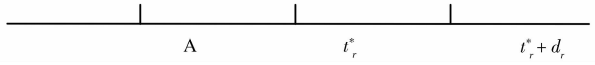
2 PSIC 问题可能出现的扰动

在经过对 PSIC 问题的求解以后，我们可以得到一个事件开始的时刻的集合 $T^* = \{t_1^*, t_2^*, \cdots, t_n^*\}$ 作为我们的项目实施计划，并随后按计划实施。但在现实生活中，由于种种因素的干扰，如由于天气原因，原来安排好的飞机不能降落，或准备用于生产的机器突然损坏，或客户提出新的要求以及事件完成的先后顺序要做变更等等，使得在实施计划的过程中我们不再能按照原来制定的计划来实行，必须实时地对计划进行修正。在一定程度上，我们会考虑得到一个新的计划 $\bar{T}^* = \{\bar{t}_1^*, \bar{t}_2^*, \cdots, \bar{t}_n^*\}$，使得由新计划和原计划的差别造成的费用尽可能地小，及对原计划做尽可能少的改变，而不是去推翻原计划重新得到一个全新的决策。

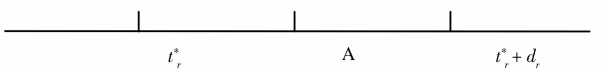
一个项目要完成 n 个事件，用集合 $V = \{1,2,\cdots,n\}$ 表示。已有事件开始时刻的安排表 $T^* = \{t_1^*, t_2^*, \cdots, t_n^*\}$。计划实施一段时间后，已完成事件的集合为 $F = \{1,2,\cdots,k\}$，集合 $V \backslash F$ 是剩下的尚未开始的事件。这时，由于客观原因带来扰动。

2.1 扰动发生的时刻

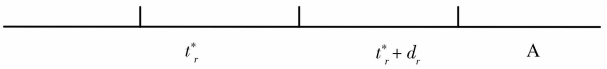
扰动到来的时间，可以参考下面的图，图中点 A 表示扰动发生的时刻，发生扰动的事件是 r：



扰动发生，但是事件 r 还没有开始，例如，我们安排好的工作还没开始做，就预见到价格变化、或知道机器可能损坏，或人员会有调动。



这时，扰动发生在事件 r 实施的过程中。



这时，扰动发生在事件 r 完成之后。例如，公司已完成事件 r，但客户突然取消该事件。

2.2 费用函数变化

在 PSIC 的模型中，函数 $c_i(t)$ 是通过在现实生活中取得的数据，经过处理、挖掘和拟合等手段来获得的。存在一些因素会导致函数 $c_i(t)$ 发生变化，例如，市场上价格的变化，设变化后得到的费用函数是 $\bar{c}_i(t)$。而且，在 PSIC 的模型中，可能出现仅一个事件的费用函数发生变化，或者是多个事件的费用函数同时发生变化。一般地，费用函数的变化不会导致完成事件的时间窗发生变化。

2.3 完成事件所需时间发生变化

原来完成事件 i 需要的时间是 d_i(天，周)，而由于受到干扰，现在完成事件 i 则需要 d'_i(天，周)，这可能导致在时刻 t 开始的事件 i 不能按时完成，带来惩罚，设惩罚函数为 $u_i(t)$，例如，由于工作人员的减少，使得任务完成的时间增加，则公司不能在客户要求的时间内完成事件。惩罚函数 $u_i(t + d_i)$ 关于 t 是单调不减的，且 $u_i(t + d_i) = 0$，$t \leqslant t_i^*$。同样，也可能出现仅一个事件的完成时间发生变化，或者是多个事件的完成时间同时发生变化。另外，也可能会引起事件 i 的时间窗及 $T_{\max}$ 发生变化，我们令变化后的事件 i 的时间窗为 $[e'_i, u'_i]$，同时有

相应的 $T'_{\max}$ 。

2.4 项目包含的事件总数变化

项目中包含的事件总数 n 可能发生变化,例如,客户提出新的要求,或者某合同被取消,或者签定新合同,在上述的图 G 中,表现为增加边及节点的增减。增加一个节点 m ,会带来事件 m 的费用 $c_m(t)$,时间窗的变化以及相应的惩罚。减少一个节点 i ,会因此减少项目的费用,也会产生相应的惩罚或者补偿。

小结:上述各种扰动只有一个事件且一种情况发生,我们称之为简单扰动;多个事件多种情况发生扰动,我们称之为复杂扰动。由于扰动的到来经常地具有离散性质,即相邻两个扰动之间存在一定的时间间隔(天、周),我们可以将其复杂化为一个一个的简单扰动,并逐个解决。

3 简单扰动的恢复

3.1 事件 r 的费用函数 $c_i(t)$ 发生变化时的扰动恢复

3.1.1 事件 r 的费用下降,即 $\bar{c}_r(t) \leqslant c_r(t)$

这时,我们可以看到

$$\sum_{i\in V\backslash F}\bar{c}_i(t_i^*) = \sum_{\substack{i\in V\backslash F\\ i\neq r}} c_i(t_i^*) + \bar{c}_r(t_i^*) \leqslant \sum_{\substack{i\in V\backslash F\\ i\neq r}} c_i(t_i^*) + c_r(t_i^*) = \sum_{i\in V\backslash F} c_i(t_i^*)。$$

这说明如果我们不改变计划,扰动后完成项目的费用会比原计划的费用还要少。这时,不管扰动产生于什么时刻,我们都可以做出决策:$\bar{t}_i^* = t_i^*$, $i \in V\backslash F$ 。

3.1.2 事件 r 的费用上升,即 $\bar{c}_r(t) > c_r(t)$

如果事件 r 已经开始或者完成,显然地,我们可以不改变原计划。

如果事件 r 没有开始,则我们先求得 $\hat{t} = \operatorname{argmin}\bar{c}_r(t)$,发现 $\hat{t} \leqslant t_r^*$,即事件 r 的最小费用开始时刻比原计划提前,我们认为 $\bar{t}_i^* = t_i^*$, $i \in V\backslash F$ 且 $i \neq r$; $\bar{t}_r^* = \hat{t}$ 是合理的。如果发现 $\hat{t} > t_r^*$,我们要考虑集合 $\Gamma_r = \{j|(r,j) \in E\}$,当集合 $\Gamma_r = \varphi$ 时, $\bar{t}_i^* = t_i^*$, $i \in V\backslash F$ 且 $i \neq r$; $\bar{t}_r^* = \hat{t}$ 仍然是合理的;否则, $\Gamma_r \neq \varphi$,有可能不满足约束(3),则需要检查 $t_j - \hat{t} \geqslant d_r$, $(r,j) \in \Gamma_r$ 是否都成立。如果全部成立,我们可以得到 $\bar{t}_i^* = t_i^*$, $i \in V\backslash F$ 且 $i \neq r$; $\bar{t}_r^* = \hat{t}$ 。

事件 r 没有开始, $\hat{t} = \operatorname{argmin}\bar{c}_r(t)$, $\hat{t} > t_r^*$, $\Gamma_r \neq \varphi$, $\Gamma'_r = \{j|t_j - \hat{t} < d_r,\ (r,j) \in \Gamma_r\} \neq \varphi$,这时,我们考虑模型:

$$(\mathrm{PD})\min z_P = \sum_{i\in V\backslash F}\sum_{t=e_i}^{u'_i}(\bar{c}_i(t) + u_i(t+d_i))x_{it} - \sum_{i\in V\backslash F} c_i(t_i^*)$$

$$\text{s.t.} \sum_{t=e'_i}^{u'_i} x_{it} = 1 \quad i \in V\backslash F \tag{5}$$

$$\sum_{t=e'_j}^{u'_j} t x_{jt} - \sum_{t=e'_i}^{u'_i} t x_{it} \geqslant d'_{ij} \quad (i,j) \in E\backslash S_r \tag{6}$$

$$x_{it} \in \{0,1\},\ i \in V\backslash F,\ t = e'_i,\cdots,u'_i \tag{7}$$

其中 $e'_i,\cdots,u'_i$ 是扰动后确定的时间窗。令 $f_i(t) = \sum_{t=e_i}^{u_i}(\bar{c}_i(t) + u_i(t))x_{it} - c_i(t_i^*)$ 。则目标函数为 $z_P = \sum_{i\in V\backslash F} f_i(t)$,可以知道这是一个约束和事件数都减少了的新的 PSIC 问题。解此模型,可以得到尚未开始的事件 $\{k+1,\cdots,n+1\}$ 的新发生时刻。

3.2 完成事件 r 所需要的时间 d_r 发生变化时的扰动恢复

3.2.1 这样的扰动通常是发生在还没开始做的事件中

$d'_r \leqslant d_r$ 。

由于项目的费用不发生变化,只是事件 r 可以提前完成,我们认为可以不改变原计划。

$d'_r > d_r$ 。

由于完成事件 r 的时间延长,将可能使得任务无法按时按要求完成,导致惩罚;也将可能破坏约束式(6)。当时间延长不带来惩罚,并且也不破坏约束式(6),我们认为可以不改变原计划。

3.2.2 现在考虑到由于 $d'_r > d_r$

使得约束式(6)中有一些不等式不成立,即 $\Gamma'_r = \{j|t_j - \hat{t} < d_r,\ (r,j) \in \Gamma_r\} \neq \varphi$,这时,我们也可以得到象(PD)那样的整数规划模型,进一步求得新的计划。

当 $d'_r > d_r$ 引起惩罚却不影响约束不等式(即对其他的事件没有影响的情况)时,我们认为 $u_r(t_r^* + d'_r)$ 一般是很小的,故不对原计划修改,只在原费用中加上 $u_r(t_r^* + d'_r)$ 即可。

3.3 项目中包含的事件总数 n 发生变化

3.3.1 事件减少

被减少的事件通常是在图 $G = (V,E)$ 中的孤立节点或叶节点,此时,由于没有破坏约束,不会引起时间窗的变化,去掉这个事件后不会引起费用的增加,故此后的决策不变。

3.3.2 在项目中增加一个事件 m

考虑 $S_i = \{i \mid$ 事件 i 必须在事件 j 开始之前完成$\}$, $i \in V \cup \{m\}$; $E = \{(i,j) \mid i \in S_j, j \in V \cup \{m\}\}$; $\Gamma_i = \{j \mid (i,j) \in E\}$ 这时,我们通常可以认为 $\Gamma_m = \varphi$。这样,可以给这个事件编号为 $n+1$,即 $m = n+1$。此时,我们可以得到关于事件 $k+1, \cdots, n+1$ 的新的时间窗,仍记为 $[e_i, u_i]$, $i = k+1, \cdots, n+1$。

令 $Y = \{k+1, \cdots, n+1\}$, $E' = E \backslash (\bigcup_{i=1}^{k} \Gamma_i)$,求解

$$(P) \quad \min \quad z_P = \sum_{i \in Y} \sum_{t=e_i}^{u_i} c_i(t) x_{it}$$

$$\text{s.t} \quad \sum_{t=e_i}^{u_i} x_{it} = 1, \quad i \in V,$$

$$\sum_{t=e_j}^{u_j} t x_{jt} - \sum_{t=e_i}^{u_i} t x_{it} \geqslant d_i, \quad (i,j) \in E',$$

$$x_{it} \in \{0,1\}, \quad i \in Y, \quad t = e_i, \cdots, u_i。$$

这是一个 PSIC 问题,解之,我们可以得到出现扰动后,应对剩余事件和添加事件的开始时刻。

4 总结

我们已经介绍了简单扰动的恢复解决,但这还是归结到了已有的算法上,在以后的研究中将试图寻找一种更好的算法来解决 PSIC 问题。

参 考 文 献

1 Yu Gang. Real-time, mission-critical decision support Systems for managing and controlling airline operations. Proceedings of International Conference on Management Science and the Economic Development of China, (July 1996, Hong Kong), 1997;1:46—53

2 Thengvall B, Bard J, Yu Gang. Multiple fleet aircraft schedule recovery following hub closures. Transportation Research, 2001; Part A 35:289—308

3 Thengvall B, Bard J F, Yu Gang. Balancing user preferences for aircraft recovery during airline irregular operations. IIE Transactions on Operations Engineering, 2000;32:181—193

4 Luo S, Yu G. On the airline schedule perturbation problem caused by the ground delay program. Transportation Science, 1997;31(4):298—311

5 Arguello M, Bard J F, Yu G. A GRASP for aircraft routing in response to groundings and delays. Journal of Combinatorial Optimization, 1997;1(3):1—25

6 Golany B, Xia Y, Yang J, *et al*. An interactive goal-programming procedure for operational recovery problems. Optimization and Engineering, 2002;3:109—127

7 Elmaghraby S E. Activity networks: project planning and control by network model. Wiley, New York, 1977

8 Maniezzo V, Mingozzi A. The project scheduling problem with irregular starting time costs. Operation Research Letters, 1999; 25:175—182

9 Möhring R H, Schulz A S, Storkh F, *et al*. On project scheduling with irregular starting time costs . Operation research letters, 2001;28:149—154

Recovery of the Project Scheduling Problem with Irregular Starting Time Costs from Disruptions

LI Yan-fang

(Basic Board, Schoal of Shangdong Elactronic Proffessol Technology, Jinan 250200, P. R. China)

[**Abstract**] In this paper, The project scheduling problem with irregular starting time costs is considered which has optimal solution. Because the parameter or the function in model is changed, furthermore, model is simple disrupted. The problem is solved with minimal cost. First the formulation is presented. Then the problem is discussed with recovery from disruptions, Finaliy, the solution of problem can be got.

[**Key words**] project scheduling integer programming combinatorial optimization disruption

(上接第 9904 页)

4 Song Jian, Wang Weiwei, Li Liang, *et al*. Research status and prospects of automotive safety technology . Journal of Automotive Safety and Energy, 2010; 1(2): 98—106

5 Sun Lijun, Chen Long, Zhao Jingbo, *et al*. Study on EPS assistance characteristics and vehicle tests. Journal of Zhengzhou University (Engineering Science), 2007;28(4): 117—121

6 Zhao Jingbo, Bei Shaoyi, Zhang Lanchun. On reverse control strategy and anti-wind disturbance analysis of automotive EPS system. Applied Mechanics and Materials, 2011;(39): 529—534

On Assistance Characteristic and Pylon Course Slalom Simulation of Electric Vehicle EPS System

FENG Jun-ping[1], ZHOU Bing[2], LIU Hai-mei[2]

(School of Computer Engineering[1], School of Mechanical and Automotive Engineering[2], Jiangsu Teachers University of Technology, Changzhou 213001, P. R. China)

[**Abstract**] The control strategy is one of the key technologies of EPS system, and the assistance characteristic has great importance to the vehicle handiness and road feeling. Based on the EPS dynamic model and the 3-DOF full vehicle model, the EPS control strategy based on curved assistance characteristic is designed. Pylon course slalom situation is executed and the rusults shown that along with the increase in speed the handiness and road feeling are all decreased, and the curved assistance characteristic has the superiority to find the better balance between handiness and road feeling. It has engineering significance to the overall design, function enhancement and optimization and steering manipulation and safety improvement, and also to the electric vehicle and its integrated chassis control system development.

[**Key words**] electric vehicle EPS assistance characteristic pylon course slalom simulation