第 12 卷　第 29 期　2012 年 10 月
1671—1815(2012)29-7799-04

科　学　技　术　与　工　程
Science Technology and Engineering

Vol. 12　No. 29　Oct. 2012
© 2012　Sci. Tech. Engrg.

航空航天

基于四位置法旋转调制寻北仪的轴向摆动分析

李险锋[1]　杨海忠[2]

(西京学院基础部[1];西安财经学院统计学院[2], 西安 710123)

摘　要　四位置寻北法是寻北仪寻北方法中精度最高,系统组成最简单的寻北方法。无论转台台面倾斜与否,只需要一个陀螺即可完成寻北。但是在实际中,转台转轴肯定会有一定程度的摆动,这会使寻北精度大大降低。为了分析和解决这一问题,对转轴摆动情况下经过加速度计补偿后分别进行寻北仿真。仿真结果表明,在转轴摆动稍大的情况下,传统旋转调制寻北方法寻北误差很大,无法进行寻北;在经过加速度对摆动角进行补偿后,无论转轴摆动多么剧烈,寻北结果都没有很大波动,可以达到寻北要求。从而可以大大减小对寻北仪样机机械加工的精密程度要求,大大减小加工成本。

关键词　四位置　寻北　轴向摆动　分析补偿

中图法分类号　V241.622;　　**文献标志码**　A

基于旋转调制的寻北仪是一种快速、高精度的全天候自主定向装置,在军事、民用领域都有重要用途。军事上可为导弹、雷达、火炮、鱼雷、飞机、舰船、车辆等提供方位基准,同时在隧道施工、矿山开采、大地测量、资源勘测等民用工程中也越来越显示出广阔的应用前景[1]。

随着光学陀螺的发展,捷联式寻北仪成为研究的热点,其具有结构简单,寻北时间短,寻北精度较高的显著优点。基于旋转调制的寻北方案[2]主要有二位置法,四位置法和连续旋转法。很多文献都对寻北误差进行了详细的分析以及误差补偿方法[3],但是还没有对转台轴向摆动有过较深入的研究。转轴的摆动与转台台面倾斜不同,在没有转轴摆动的情况下,转台台面倾斜旋转过程中台面上陀螺的俯仰角和横滚角自始至终不会有变化。但是如果有转轴轴向摆动,则可能会使旋转过程中每个位置的俯仰角和横滚角都不相同,若按照经典的四位置寻北公式进行结算则会引入很大的寻北误差。本文基于四位置旋转调制方法对转轴摆动情况进行分析并采用加速度计进行补偿,仿真结果表明,在转轴摆动稍大的情况下,旋转调制寻北方法寻北误差很大,无法进行寻北;在经过加速度对摆动角进行补偿后,无论转轴摆动多么剧烈,寻北结果都没有很大波动,可以达到寻北要求,从而可以大大减小对寻北仪样机机械加工的精密程度要求,大大减小加工成本。

1　四位置寻北原理

首先建立四个坐标系,地理坐标系 $OX_nY_nZ_n$,方向为东北天,转台坐标系 $OX_bY_bZ_b$,方向为右前上,以及两个过度坐标系 $OX_1Y_1Z_1$、$OX_2Y_2Z_2$。转台坐标系可以看成是地理坐标系经过三次转动 α、θ、γ 角后产生的。

$$OX_nY_nZ_n \xrightarrow{\alpha} OX_1Y_1Z_1 \xrightarrow{\theta} OX_2Y_2Z_2 \xrightarrow{\gamma} OX_bY_bZ_b。$$

可以求得旋转矩阵为:

$$C_n^b = C_2^bC_1^2C_n^1 = \begin{bmatrix} \cos\gamma & 0 & -\sin\gamma \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\gamma & 0 & \cos\gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & \sin\alpha \\ 0 & -\sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix} \times$$

2012 年 6 月 25 日收到　　陕西省自然科学基础研究计划项目(SJ08A26)、中小企业技术创新基金(08C26226102372)资助

第一作者简介:李险峰,男(1969—),硕士,讲师,研究方向:物理。

* 通信作者简介:杨海忠(1980—),男,山东郓城人,讲师,硕士,研究方向:数理统计方法及应用。E-mail: 438770196@qq.com。

$$\begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha & 0 \\ -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} \cos\alpha\cos\gamma - \sin\alpha\sin\theta\sin\gamma & \sin\alpha\cos\gamma + \cos\alpha\sin\theta\sin\gamma & -\cos\theta\sin\gamma \\ -\sin\alpha\cos\theta & \cos\alpha\cos\theta & \sin\theta \\ \cos\alpha\sin\gamma + \sin\alpha\sin\theta\cos\gamma & \sin\alpha\sin\gamma - \cos\alpha\sin\theta\cos\gamma & \cos\theta\cos\gamma \end{bmatrix}。$$

其中 α、θ、γ 分别为北向角、俯仰角和横滚角[4]。

在地理坐标系 $OX_nY_nZ_n$ 中，地球自转角速度在各轴上的分量可表示为：

$$\omega_{ie}^n = [0 \quad \omega_{ie}\cos L \quad \omega_{ie}\sin L]^{\mathrm{T}}。$$

陀螺仪所敏感到的地球自转角速度分量为：

$$\omega_g = C_n^b\omega_{ie}^n = k\omega_{ie}\begin{bmatrix} \cos L(\sin\alpha\cos\gamma + \cos\alpha\sin\theta\sin\gamma) - \sin L\cos\theta\sin\gamma \\ \cos L\cos\alpha\cos\theta + \sin L\sin\theta \\ \cos L(\sin\alpha\sin\gamma - \cos\alpha\sin\theta\cos\gamma) + \sin L\cos\theta\cos\gamma \end{bmatrix} \tag{1}$$

陀螺敏感轴与转台坐标系 Y_b 轴重合，考虑陀螺的常值漂移和随机漂移旋转定点采样算法中，转台从开始初始位置开始，每次按顺时针方向转动固定角度 φ，转动多个位置时，其中 k 为标度因数，ω_{ie} 为地球自转角速率，ε_0 为常值漂移，ε_i 为陀螺的随机漂移项，L 为当地地理纬度。

四位置寻北算法是基于上式，在不考虑轴向摆动的情况下，假设转台俯仰角为 θ，转台旋转到四个位置 θ 不变，故四位置寻北陀螺输出公式为：

$$\begin{cases} \omega_1 = k\omega_{ie}(\cos L\cos\alpha\cos\theta + \sin L\sin\theta) + \varepsilon_0 \\ \omega_2 = k\omega_{ie}(\cos L\cos\left(\alpha + \dfrac{\pi}{2}\right)\cos\theta + \sin L\sin\theta) + \varepsilon_0 \\ \omega_3 = k\omega_{ie}(\cos L\cos(\alpha + \pi)\cos\theta - \sin L\sin\theta) + \varepsilon_0 \\ \omega_4 = k\omega_{ie}(\cos L\cos\left(\alpha + \dfrac{3\pi}{2}\right)\cos\theta - \sin L\sin\theta) + \varepsilon_0 \end{cases} \tag{2}$$

由此可以推出寻北结算公式为：

$$\alpha = \arctan\left[\frac{\omega_4 - \omega_2}{\omega_1 - \omega_3}\right] \tag{3}$$

下面为对转轴轴向摆动通过加速度计进行补偿后的四位置寻北算法：

引入加速度计对转台四个位置的俯仰角进行测量，转台在四个位置时的俯仰角分别为：θ_1、θ_2、θ_3、θ_4，故陀螺在此种情况下四个位置的输出为：

$$\omega_i = \omega_{ie}[\cos L\cos\theta\cos(\alpha + i\phi) + \sin\theta\sin L] + \varepsilon_0 + \varepsilon i;\quad i = 1,2,\cdots,n \tag{4}$$

$$\begin{cases} \omega_1 = k\omega_{ie}(\cos L\cos\alpha\cos\theta_1 + \sin L\sin\theta_1) + \varepsilon_0 \\ \omega_2 = k\omega_{ie}(\cos L\cos\left(\alpha + \dfrac{\pi}{2}\right)\cos\theta_2 + \sin L\sin\theta_2) + \varepsilon_0 \\ \omega_3 = k\omega_{ie}(\cos L\cos(\alpha + \pi)\cos\theta_3 - \sin L\sin\theta_3) + \varepsilon_0 \\ \omega_4 = k\omega_{ie}(\cos L\cos\left(\alpha + \dfrac{3\pi}{2}\right)\cos\theta_4 - \sin L\sin\theta_4) + \varepsilon_0 \end{cases} \tag{5}$$

由式(5)经过化简可以得到航向角的算公式为：

$$\alpha = \arctan\left(\frac{(\cos\theta_1 + \cos\theta_3)[\omega_4 - \omega_2 - k\omega_{ie}\sin L(\sin\theta_4 - \sin\theta_2)]}{(\cos\theta_4 + \cos\theta_2)[\omega_1 - \omega_3 - k\omega_{ie}\sin L(\sin\theta_1 - \sin\theta_3)]}\right) \tag{6}$$

在转台倾斜情况下，重力加速度矢量在地理坐标系中的分量可表示为：

$$g_n = [0 \quad 0 \quad -g_0]^{\mathrm{T}}。$$

重力加速度矢量在转台坐标系中的分量为：

$$g_b = C_n^b g_n = \begin{bmatrix} g_0\cos\theta\sin\gamma \\ -g_0\sin\theta \\ -g_0\cos\theta\cos\gamma \end{bmatrix}。$$

假设安装在转台坐标系 X 轴和 Y 轴的加速度计的输出分别为：A_{xb}、A_{yb}。则

$$A_{xb} = g\cos\theta\sin\gamma, A_{yb} = -g\sin\theta。$$

由上式可以解得转台的俯仰角和横滚角分别为[5]：

$$\theta = \arcsin\left(-\frac{A_{yb}}{g}\right), \gamma = \arcsin\left(\frac{A_{xb}}{g\cos\theta}\right)。$$

2 算法仿真与分析

初始仿真条件如表 1。

四位置寻北过程转台动作如表 2。

图 1 为四位置法在初始条件下仿真结果，α 为航向角的变化，ω_y 为 Y 轴方向陀螺输出。

首先用公式(1)的未采用加速度计补偿的算法对寻北进行仿真分析，得到的寻北结果如表 3 所示。

由表 1 结果可以看出：只有当转台四个位置的俯仰角在 2 角分以内时，寻北结果才能满足 1 密位

表 1　初始仿真

仿真参数	仿真数值
地球半径	R_e = 6 378 160 m
地球自转角速率	ω_{ie} = 7.292 × 10^{-5} rad/s
重力加速度	g = 9.780 3 m/s^2
纬度	34°14.762 890 14′N
经度	108°54.579 83′E
高度	1 m;
陀螺常值漂移误差	0.1°/h;
陀螺随机漂移噪声	0.1°/h
初始航向角	80°

表 2　转台动作

时间/s	转台动作
0 ~ 60	转台在位置 1 采样 60 秒
60 ~ 70	转台顺时针旋转 90 度
70 ~ 130	转台在位置 2 采样 60 秒
130 ~ 140	转台顺时针旋转 90 度
140 ~ 200	转台在位置 3 采样 60 秒
200 ~ 210	转台顺时针旋转 90 度
210 ~ 270	转台在位置 4 采样 60 秒
270 ~ 300	寻北结束

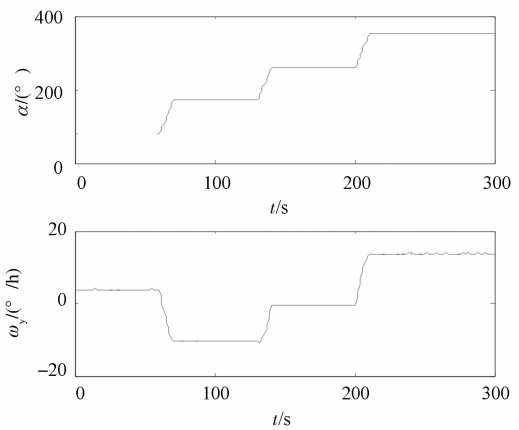

图 1　四位置法仿真结果

表 3　未采用加速度计对轴向摆动补偿寻北结果

θ_1/(′)	θ_2/(′)	θ_3/(′)	θ_4/(′)	α/(°)
0	0	0	0	79.998 3
0.5	−0.5	−0.5	0.5	79.994 2
1	1	−1	−1	80.025 9
1	2	−1	−2	79.990 1
2	2	−2	−2	79.962 7
3	1.5	−3	−1.5	79.956 8
3	2	−2	−3	79.933 8
6	0	−6	0	79.923 4
6	3	−6	−3	79.852 9

的要求,而是实际中应留有一定的余量,故初步要求为 1 角分以内。但是实际机械加工想要做到 1 角分以内的精度是很难的,故此种寻北实际中不可用。

采用加速度计对轴向摆动倾斜角进行补偿后的寻北公式(2)进行仿真分析,得到的寻北结果如表 4 所示。

表 4　采用加速度计对轴向摆动补偿寻北结果

θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	α
20°	30°	−20°	−30°	79.975 5°
10°	−10°	−20°	10°	80.027 1°
5°	0°	−10°	−5°	80.016 6°
1°	−2°	−3°	−1°	79.977 8°
30′	10′	−20′	−10′	80.007 3°
1′	−2′	−1′	1′	79.978 5°

由表 4 结果可以看出,采用加速度计对转台倾角进行测量后,用公式(2)进行寻北结算,可以看出倾斜角范围由 30° 到 1′,最终的寻北结果并无太大差异,都能满足寻北精度要求,此种寻北方法只需多采用一个加速度计对轴向摆动角进行测量,便可很大程度提高寻北精度,大大减小机械加工的要求。

3　总结

本文详细推导了分别在未补偿转轴摆动和补偿转轴摆动的四位置寻北公式,并对此两种情况下进行了仿真分析,仿真结果表明,在转轴摆动稍大的情况下,传统四位置旋转调制寻北方法寻北误差很大,无法进行寻北;在经过加速度对摆动角进行补偿后,无论转轴摆动多么剧烈,寻北结果都没有很大波动,可以达到寻北要求,从而可以大大减小对寻北仪样机机械加工的要求,可以大大减小加工成本,为实际样机的研制提供了可行的参考方案。

参　考　文　献

1　张志君. 基于光纤陀螺的寻北定向技术研究. 北京:中国科学院研究生院博士学位论文,2005

2　刘宇波,高立民,赵天宇. 光纤陀螺寻北仪误差系统分析. 红外与激光工程,2009;36(9):570—573

3　刘兴堂. 精确制导控制与仿真技术. 北京:国防工业出版社, 2006

4　秦永元. 惯性导航. 北京:科学出版社,2006

5　徐海刚,郭宗本. 旋转式光纤陀螺寻北仪研究. 压电与光,2010;

32(1):38—41

Axial Swing Analysis Based on the Four-position France Rotation Modulation North Finder

LI Xian-feng[1], YANG Hai-zhong[2]

(Xi Jing University[1], Xi'an 710123, P. R. China; School of Statistics, Xi'an University of Finance and Economics[2], Xi'an 710100, P. R. China)

[**Abstract**] Four-position north-seeking method is the most accurate in the north-seeking north finder, the easiest system composed to find north. Whether turntable table tilt or not, only one gyro is needed to complete the north-seeking. In practice, however, the turntable shaft will certainly be a certain degree of swing, this causes the north-seeking accuracy greatly reduced. In order to analyze and solve this problem, the north-seeking simulation in the case of shaft swing after accelerometer compensation is maken. The Simulation results show that, shaft wobble slightly larger, conventional rotating modulation north-seeking method will have great north-seeking error, it can't be carried out. After the compensate of acceleration for the swing, no matter how severe the shaft swinging, the north-seeking results are not very great fluctuations, it can reach the north-seeking requirements. so it can greatly reduced north finder prototype machining precision, greatly reduce the processing costs.

[**Key words**] four-position north-find axial swinging analysis of compensation