

# 基于对称最大间距准则的人脸识别方法

程 国<sup>1</sup> 刘亚亚<sup>1</sup> 丁正生<sup>2</sup>

(商洛学院数学与计算科学系<sup>1</sup>,商洛 726000;西安科技大学理学院<sup>2</sup>,西安 710054)

**摘要** 在最大间距准则算法中引入对称性思想,提出了基于对称最大间距准则(SMMC)的人脸识别算法。该算法首先引入镜像变换,将人脸图像生成镜像图像。依据奇偶分解原理,把人脸图像分解成镜像奇、偶对称图像。然后分别对奇偶对称图像进行最大间距准则,提取所需的鉴别特征。在 ORL 和 Yale 标准人脸库上的实验结果表明,该算法通过利用镜像变换扩大了样本容量,发挥了最大间距准则算法的优点,提高了人脸识别率。

**关键词** 人脸识别 对称最大间距准则 水平镜像变换

**中图法分类号** TP391.41; **文献标志码** A

近年来,人脸识别已成为模式识别领域中的一个非常活跃的研究方向<sup>[1]</sup>。特征提取是人脸识别系统中的重要步骤。线性判别分析<sup>[2]</sup>是一种经典的提取技术,它通过构造样本的类间离散度矩阵和类内离散度矩阵,在 Fisher 准则下计算鉴别矢量,使高维人脸图像样本变换到低维空间后有更好的类可分性。然而在人脸识别中,由于存在小样本问题而使得类内离散度矩阵奇异。针对该问题,文献[3]提出了基于最大间距准则的特征提取方法。该方法基于特征空间的类间离散度矩阵和类内离散度矩阵的差的最大化,从理论上解决了 Fisher 准则中因类内离散度矩阵奇异而无法求解的问题。文献[4]基于正面人脸对称的思想,引入镜像样本扩大了样本容量,然后结合线性判别分析与奇偶分解原理,提出了对称线性判别分析方法。本文在已有方法的基础上,考虑人脸对称特点的同时结合最大间距准则方法的优点,提出了基于对称最大间距准则的方法。

## 1 最大间距准则方法

设  $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_c$  为  $C$  个类别,  $X = \{X_1, X_2, \dots, X_M\}$  为这  $C$  类的  $M$  幅人脸图像训练样本集, 则类间离散度矩阵  $S_b$  和类内离散度矩阵  $S_w$  定义为:

2011年11月21日收到 陕西省教育厅科研计划项目(11JK0517)、  
商洛学院科研基金项目(11SKY003)、商洛学院教育  
教学改革项目(10jyjx02006)资助  
第一作者简介:程 国(1983—),男,商洛学院数学与计算科学系  
讲师、硕士,研究方向:计算智能和模式识别。

$$S_b = \sum_{i=1}^c \frac{M_i}{M} (\mu_i - \mu)(\mu_i - \mu)^T \quad (1)$$

$$S_w = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^c \sum_{j=1}^{M_i} (X_j - \mu_i)(X_j - \mu_i)^T \quad (2)$$

式(1)和式(2)中,  $M_i$  是第  $i$  ( $i = 1, 2, \dots, C$ ) 类的训练样本数目,且  $M = \sum_{i=1}^c M_i$ ,  $\mu_i = \frac{1}{M_i} \sum_{j=1}^{M_i} X_j$  为第  $i$  ( $i = 1, 2, \dots, C$ ) 类的样本均值向量,  $\mu = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^c X_i$  为整个训练样本的均值向量。设矩阵  $W = [\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_d] \in R^{n \times d}$  是由最优鉴别矢量  $\varphi_i \in R^n$  所构成的投影矩阵。设  $\bar{S}_b$  和  $\bar{S}_w$  分别表示经过  $Y = W^T X$  投影变换后,特征空间中样本的类间离散度矩阵和类内离散度矩阵。Li<sup>[3]</sup> 提出的最大间距准则(MMC)函数定义为:

$$J(W) = \text{tr}(W^T (S_b - S_w) W) = \sum_{i=1}^d \varphi_i^T (S_b - S_w) \varphi_i \quad (3)$$

式(3)中

$$\bar{S}_b = W^T S_b W, \bar{S}_w = W^T S_w W \quad (4)$$

最佳投影方向  $W$  由式(5)给出:

$$W = \underset{w}{\operatorname{argmax}}(\text{tr}(W^T (S_b - S_w) W)) \quad (5)$$

即  $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_d$  可通过特征方程  $(S_b - S_w) X = \lambda X$  的前  $d$  个最大的非零特征值所对应的单位特征矢量得到。

## 2 对称最大间距准则方法

### 2.1 基本原理

任何函数  $f(x)$ , 若对  $\forall x$ , 有  $f_m(x) = f(-x)$ , 称  $f_m(x)$  为  $f(x)$  的镜像函数。则  $f(x)$  可分解为<sup>[5]</sup>:

$$f(x) = f_e(x) + f_o(x) \quad (6)$$

式(6)中  $f_e(x) = \frac{f(x) + f_m(x)}{2}$  为偶对称函数,

$f_o(x) = \frac{f(x) - f_m(x)}{2}$  为奇对称函数。 $f_e(x)$  和  $f_o(x)$

可以进一步分解, 并分别表示为一组奇、偶对称基函数的线性组合。因此任何函数均可由一组偶对称基函数和奇对称基函数线性构成。

由奇偶分解原理, 对人脸图像  $X$  可分解为:

$$X = X_e + X_o \quad (7)$$

$$X_e = \frac{X + X_m}{2} \quad (8)$$

$$X_o = \frac{X - X_m}{2} \quad (9)$$

其中  $X_e$ 、 $X_o$  和  $X_m$  分别为镜像偶对称、镜像奇对称和镜像图像。

设给定属于  $C$  类的  $M$  幅人脸图像训练样本集  $X = \{X_1, X_2, \dots, X_M\}$ ,  $M_i$  是第  $i$  ( $i = 1, 2, \dots, C$ ) 类的样本数。 $X_{ij}$  表示第  $i$  类的第  $j$  幅图像, 其大小为  $m \times n$ , 奇偶对称分解后对应的偶对称图像和奇对称图像分别为  $X_{ij}^e$  和  $X_{ij}^o$ , 记偶对称图像集和奇对称图像集分别为  $X_e = \{X_1^e, X_2^e, \dots, X_M^e\}$  和  $X_o = \{X_1^o, X_2^o, \dots, X_M^o\}$ 。分别定义  $X_e$  和  $X_o$  的类内散度矩阵和类间散度矩阵分别为:

$$S_b^e = \sum_{i=1}^c \frac{M_i}{M} (\mu_i^e - \mu^e)(\mu_i^e - \mu^e)^T \quad (10)$$

$$S_w^e = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^c \sum_{j=1}^{M_i} (X_j^e - \mu_i^e)(X_j^e - \mu_i^e)^T \quad (11)$$

$$S_b^o = \sum_{i=1}^c \frac{M_i}{M} (\mu_i^o - \mu^o)(\mu_i^o - \mu^o)^T \quad (12)$$

$$S_w^o = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^c \sum_{j=1}^{M_i} (X_j^o - \mu_i^o)(X_j^o - \mu_i^o)^T \quad (13)$$

其中  $\mu_i^e = \frac{1}{M_i} \sum_{j=1}^{M_i} X_j^e$  为第  $i$  ( $i = 1, 2, \dots, C$ ) 类偶对称

图像的样本均值向量,  $\mu^e = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^c X_i^e$  为整个偶对称

图像的均值向量;  $\mu_i^o = \frac{1}{M_i} \sum_{j=1}^{M_i} X_j^o$  为第  $i$  ( $i = 1, 2, \dots, C$ ) 类奇对称图像的样本均值向量,  $\mu^o = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^c X_i^o$  为整个奇对称图像的均值向量。

### 2.2 对称最大间距准则算法流程

基于对称最大间距准则(SMMC)特征提取算法的基本步骤如下:

Step1 对原始人脸图像集  $X$  经镜像变换得到镜像图像集  $X_m$ , 根据奇偶分解原理, 将  $X$  分解为镜像奇偶对称样本  $X_e$  和  $X_o$ 。

Step2 按式(10)、式(11)计算  $X_e$  的类内散度矩阵  $S_w^e$  和类间散度矩阵  $S_b^e$ ; 按式(12)、式(13)计算  $X_o$  的类内散度矩阵  $S_w^o$  和类间散度矩阵  $S_b^o$ 。

Step3 分别对  $X_e$  和  $X_o$  进行最大间距准则分析, 得到偶镜像样本的最优鉴别矢量  $\varphi_1^e, \varphi_2^e, \dots, \varphi_{d_1}^e$ , 由  $\varphi_1^e, \varphi_2^e, \dots, \varphi_{d_1}^e$  构成投影矩阵  $W_e$ ; 得到奇镜像样本的最优鉴别矢量  $\varphi_1^o, \varphi_2^o, \dots, \varphi_{d_2}^o$ , 由  $\varphi_1^o, \varphi_2^o, \dots, \varphi_{d_2}^o$  构成投影矩阵  $W_o$ 。

Step4 将  $W = [W_e \quad W_o]$  作为样本最优投影矩阵, 训练样本可提取特征  $Y_{\text{train}} = W^T X_{\text{train}}$ , 测试样本可提取特征  $Y_{\text{test}} = W^T X_{\text{test}}$ 。

Step5 根据所选特征采用三近邻分类器进行分类识别。

## 3 实验结果与分析

为验证 SMMC 算法的性能, 分别在 ORL 和 Yale 人脸数据库进行仿真实验。ORL 人脸库由 40 人、每人 10 种不同的姿态及表情、共 400 幅图像组成, 为  $112 \times 92$ , 灰度级为 256。经图像预处理<sup>[6]</sup>后, 人脸库中的图像分辨率调整为  $28 \times 23$ 。Yale 人脸数据库包括 15 位志愿者的 165 张图片包含光照、表情和姿态的变化, 经图像预处理将 Yale 人脸库中的图像大小都调整为  $25 \times 25$  的标准图像。为更有效的评估 SMMC 算法, 将其与 LDA、MMC 算法的识别效果进行比较。

实验一: 比较 LDA、MMC、SMMC 算法随训练样本数变化时的识别率。在 ORL 和 Yale 人脸库中, 分别取每个人的训练样本数为  $2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$ , 人脸库中除训练样本之外的人脸样本集均作为测

试样本集。实验结果如表 1 和表 2 所示,表中识别率和识别时间为 10 次实验的平均值。

从表 1 和表 2 中可以看出,SMMC 算法随着每类训练样本数的增加,识别率也不断的增加。在相同数量的训练样本数下 SMMC 算法能得到较 LDA 算法和 MMC 算法更高的识别率。LDA 法由于受“小样本问题”的困扰,识别率较低且表现很不稳定。MMC 法是 LDA 的改进算法,避免了类间离散度矩阵的求逆计算,在相同训练样本数目下,识别率较 LDA 算法优势更加明显。在取得最高识别率时,SMMC 算法识别时间比 MMC 算法慢上 0.1 s 左右,但同时识别率提高了 2% 以上,这一结果还是可以接受的。

表 1 ORL 人脸库中 LDA、MMC、SMMC 算法在不同训练样本数下的识别率

每类训练 样本数	LDA 算法		MMC 算法		SMMC 算法	
	识别 率/%	识别 时间/s	识别 率/%	识别 时间/s	识别 率/%	识别 时间/s
2	60	1.509	70.94	1.498	74.38	1.563
3	63.21	1.339	67.14	1.349	67.5	1.433
4	68.75	1.246	82.08	1.193	85	1.365
5	71.5	1.052	80.5	1.037	88.5	1.272
6	75	0.815	86.88	0.877	89.38	1.151
7	75	0.642	85.83	0.674	94.17	0.785
8	75	0.439	86.25	0.473	93.75	0.586
9	70	0.268	85	0.253	87.5	0.458

表 2 Yale 人脸库中 LDA、MMC、SMMC 算法在不同训练样本数下的识别率

每类训练 样本数	LDA 算法		MMC 算法		SMMC 算法	
	识别 率/%	识别 时间/s	识别 率/%	识别 时间/s	识别 率/%	识别 时间/s
2	46.67	0.541	55.56	0.531	61.48	0.554
3	54.17	0.503	48.33	0.494	80	0.502
4	56.19	0.446	82.86	0.621	84.76	0.677
5	58.89	0.384	83.33	0.569	83.33	0.597
6	67.33	0.326	81.33	0.423	92	0.456
7	76.67	0.271	93.33	0.414	93.33	0.432
8	81.11	0.205	95.56	0.316	97.78	0.404
9	83.33	0.155	93.33	0.228	96.67	0.368

实验二:比较 LDA、MMC、SMMC 算法随样本类别数变化时的识别率。在 ORL 人脸库,取每个人的前 5 张图像作为训练样本,后 5 张图像作为测试样本,样本类别数分别取 5,10,15,20,25,30,35,40。在 Yale 人脸库,取每个人的前 6 张图像作为训练样本,后 5 张图像作为测试样本,样本类别数分别取 3,5,7,9,11,13,15。实验结果如图 1 和图 2 所示。

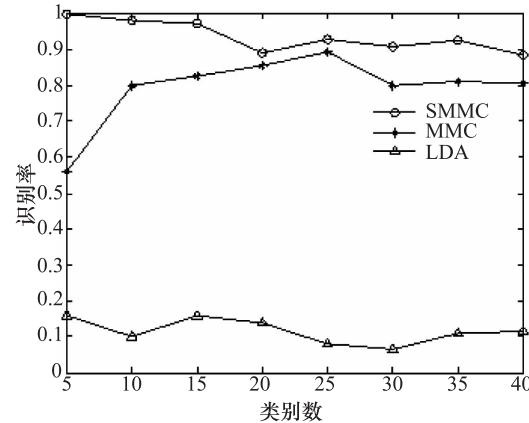


图 1 ORL 人脸库中三种算法样本类别数与识别率的变化关系

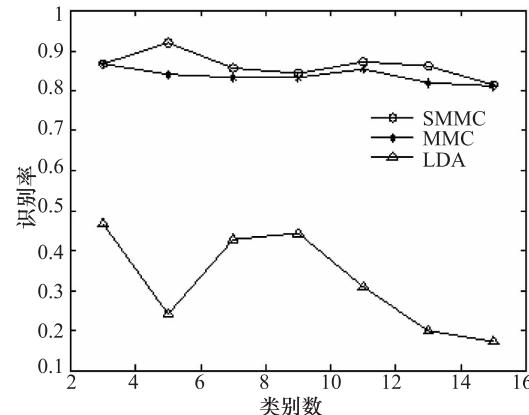


图 2 Yale 人脸库中三种算法类别数与识别率的变化关系

图 1 和图 2 显示了在不同的样本类别数情况下,SMMC 特征抽取方法和 MMC 及 LDA 特征抽取方法在 ORL 和 Yale 人脸数据库上不同类别下的识别率比较图。由于 SMMC 方法能利用奇偶分解克服视角、旋转等带来的影响,因此在识别率上优于 MMC 方法的识别率,更优于 LDA 方法得到的识别率。MMC 法由于避免了“小样本”问题,其识别率较 LDA 的识别率有明显的提高。

## 4 结束语

本文结合人脸图像的镜像对称性,利用奇偶分解原理扩大了样本容量。结合最大间距准则(MMC)方法的优点,提出了对称最大间距准则(SMMC)方法。从实验结果看,SMMC方法能利用奇偶分解克服视角、旋转等带来的影响,在识别率上优于MMC方法的识别率,更优于LDA方法得到的识别率,显著提高了识别性能。

### 参 考 文 献

1 王映辉. 人脸识别——原理、方法与技术. 北京:科学出版社,

- 2010;10—28
- 2 Belhumeur P N, Hespanha J P, Kriegman D J. Eigenfaces vs fisherfaces: recognition using class specific linear projection. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1997; 19 ( 7 ): 711—720
  - 3 Li H F, Jiang T, Zhang K S. Efficient and robust feature extraction by maximum margin criterion. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2006; 17 ( 1 ): 157—165
  - 4 范 燕, 郑宇杰, 吴小俊. 对称 LDA 及其在人脸识别中的应用. *计算机工程*, 2010; 36 ( 1 ): 201—205
  - 5 杨 琼, 丁晓青. 对称主分量分析及其在人脸识别中的应用. *计算机学报*, 2003; 26 ( 9 ): 1146—1151
  - 6 程 国, 丁正生, 刘亚亚. 基于混合投影峰分析的人眼定位方法. *五邑大学学报(自然科学版)*, 2010; 23 ( 3 ): 50—55

## Face Recognition Method Based on Symmetrical Maximum Margin Criterion

CHENG Guo<sup>1</sup>, LIU Ya-ya<sup>1</sup>, DING Zheng-sheng<sup>2</sup>

(Department of Mathematics and Computer Science, Shangluo University<sup>1</sup>, Shangluo 726000, P. R. China;

School of Science, Xi'an University of Science and Technology<sup>2</sup>, Xi'an 710054, P. R. China)

**[Abstract]** A symmetry based maximum margin criterion (SMMC) on the basis of this idea of symmetry is presented, which was introduced into maximum margin criterion (MMC). Firstly, this algorithm is based on the theory of function decomposition and mirror transform. The original face samples are divided into the even symmetrical images and odd symmetrical ones. Then MMC was performed in the even symmetrical images and odd symmetrical images for feature extraction respectively. Experimental results on ORL face database and Yale face database show that the algorithm enlarged sample capacity by using the mirror transform. Therefore, SMMC not only expresses the advantages of MMC, but also remarkably improves the recognition rates.

**[Key words]** face recognition      symmetrical maximum margin criterion      level mirror transform