

基于 PM 和 Root-MUSIC 的 MIMO 雷达波达方向估计

汪 伟¹, 曹 宁¹, 刘伟伟²

(河海大学计算机与信息学院¹, 能源与电气学院², 南京 211100)

摘要 提出了基于传播算子(Propagator Method, PM)和求根 MUSIC(Root-MUSIC)算法的单基地 MIMO(Multiple – Input Multiple-Output)雷达多目标定位方法。该方法将上述两种方法结合, 利用接收数据协方差得到传播算子矩阵, 该矩阵可替代所需的噪声矩阵, 避免了特征值分解。再利用多项式求根对方位角进行估计, 从而无需谱峰搜索, 大大降低了计算复杂度。仿真结果表明了该算法的有效性。

关键词 多输入多输出雷达 传播算子 多项式求根 多目标定位

中图法分类号 TN958. 91; **文献标志码** A

多输入多输出(MIMO)雷达^[1]是近年来雷达技术领域的一个研究热点, 该雷达系统的发射阵列发射相互正交的信号, 在接收端通过匹配滤波分离出各个通道中的信号。MIMO 雷达模型主要有两类: 第一类是发射阵元间距较大, 而接收阵元则可采用较大间距设置以实现收、发全分集, 从而获得空间分集增益, 提高闪烁目标的检测性能^[2]; 或者接收阵元间距设置较小, 仅实现发射分集, 则通过发射分布阵获得空间分集增益, 通过接收密布阵的波束形成来实现波达方向估计^[3]。第二类是发射阵元和接收阵元的间距都较小, 主要利用波形分集, 从而增加系统的自由度, 提高系统的角度分辨率和参数的估计性能^[4]。

本文主要研究的是第二类单基地 MIMO 雷达的波达方向(DOA)估计。波达方向估计的任务就是从接收数据中提取目标的空间信息, 以实现对空间目标的检测及分辨。经典 MUSIC^[5](Multiple Signal Classification 多重信号分类)算法的基本思想是: 对接收数据协方差进行特征值分解, 将其划分为两个相互正交的子空间, 即由噪声导向矢量张成的噪声子空间和由信号导向矢量张成的信号子空间。利

用两个空间的正交性构造空间扫描谱, 通过谱峰搜索来获得信号的 DOA, 该算法的缺点是特征值分解和谱峰搜索的计算复杂度高。文献[6]提出了一种基于传播算子的多目标定位方法, 利用线性运算代替特征值分解, 降低了计算量。文献[7]提出了一种求根 MUSIC 多目标定位算法, 采用多项式求根对方位角进行估计, 避免了谱峰搜索, 大大降低了计算量。本文将上述两种算法结合, 避免了特征值分解和谱峰搜索, 大大降低了计算复杂度。通过 Monte-Carlo 实验对本文算法在不同信噪比和阵元数目情况下进行了仿真, 证实了该方法的有效性, 通过在不同阵元数目情况下, 本文方法与求根 MUSIC 方法的仿真程序运行时间进行比较, 证明了本文方法大大降低了计算量。

1 信号模型

单基地 MIMO 雷达系统结构如下图所示, 发射阵和接收阵均采用均匀线阵, 发射阵元数目为 M , 阵元间距为 d_t , 接收阵元数目为 N , 阵元间距为 d_r , 并令 $d_t = kd_r$ 。

假设远场目标数目为 P , 则系统模型可以表示为:

$$X = \sum_{p=1}^P \beta_p a_r(\theta_p) a_t^T(\theta_p) S + Z, \quad (1)$$

式(1)中, $X = [X_1, X_2, \dots, X_N]^T$ 为接收信号矩阵, $X_j (j=1, 2, \dots, N)$ 表示第 j 个接收阵元的合成波形信号, $S = [S_1, S_2, \dots, S_M]^T$ 是发射阵列发射正交编

2011年11月9日收到

第一作者简介: 汪 伟(1985—), 男, 汉族, 安徽省芜湖人, 硕士研究生, 研究方向: 面向复杂电磁环境下信号传输与处理的关键理论创新, 以及系统建模和软硬件联合仿真。

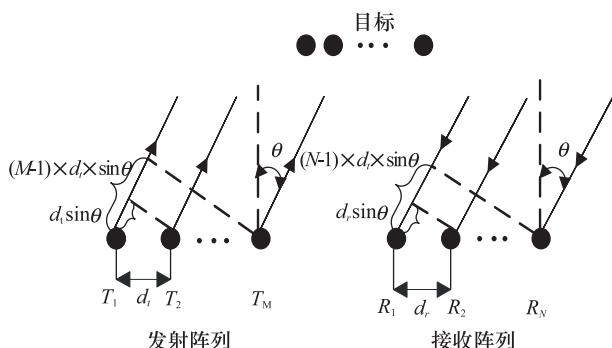


图 1

码脉冲信号, $S_i (i = 1, 2, \dots, M)$ 表示第 i 个发射阵元的发射信号, θ_p 为第 p 个目标的方位角, $a_t(\theta_p)$ 和 $a_r(\theta_p)$ 为发射导向矢量和接收导向矢量, $Z = [Z_1, Z_2, \dots, Z_L]$ 表示噪声矩阵, L 为一个脉冲内的码长, $Z_k (k = 1, 2, \dots, L) \sim N^c(0, \sigma_n^2 I_N)$ 。

因发射阵元发射的信号为正交信号, 故可对接收阵元所接收到的回波信号进行匹配滤波处理, 利用 M 个发射信号分别对每个接收阵元接收的 K 个脉冲的回波信号进行匹配滤波匹配后的信号用向量形式可表示为:

$$Y = AB + W \quad (2)$$

式(2)中, $A = [a_{tr}(\theta_1), a_{tr}(\theta_2), \dots, a_{tr}(\theta_P)]$ 为 P 个目标的联合导向矢量矩阵, 其中 $a_{tr}(\theta_p) = a_t(\theta_p) \otimes a_r(\theta_p)$ 为 $NM \times 1$ 维列向量, \otimes 表示 Kron-ecker 乘积, $B = [\beta(1), \beta(2), \dots, \beta(L)]$, 为 $P \times K$ 维目标反射系数矩阵, $W = [W_1, W_2, \dots, W_L]$, 为 $NM \times K$ 维噪声矩阵。

2 基于传播算子-多项式求根 MUSIC 的 DOA 估计

PM 算法利用线性运算代替特征值分解, 但是仍然需要谱峰搜索, 而求根 MUSIC 算法通过多项式求根对方位角进行估计, 避免了谱峰搜索, 但是需要对匹配滤波后接受信号的协方差矩阵进行特征值分解。为了结合 PM 算法和求根 MUSIC 算法的优点, 本文应用基于传播算子-多项式求根 MUSIC 的 DOA 估计算法估计目标方位角。

通过 PM 算法中所得到的传播算子矩阵估计噪声子空间, 将式(2)中矩阵 A 分块, 可得:

$$A = \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \end{bmatrix}_{(MN-P)P}^{PP} \quad (3)$$

式(3)中, A_1 为非奇异矩阵, 即 A_1 的 P 行互相独立, 则 A_2 为 A_1 的线性变换, 则有: $A_2 = P^H A_1$, 其中 P^H 为传播算子。令:

$$E^H = [P^H - I_{MN-P}] \quad (4)$$

E^H 即为传播算子矩阵, 则有 $E^H A = 0$ 。

由于 P^H 的求解需要源方位信息, 可以由接收数据或者其协方差矩阵求解传播算子, 对接收数据协方差矩阵分别作如下的分块:

$$R = [R_{(:,1:P)} \quad R_{(:,P+1:MN)}] = [G \ H] \quad (5)$$

式(5)中 $R = E\{YY^H\}$ 为接收数据协方差矩阵, $H = GP$, 求解使 $\|H - GP\|_F^2$ 最小的解, 则可以得到传播算子的估计值 $P' = (G^H G)^{-1} G^H H$, 令 $P = P'$, 由公式(4)可得 E^H 。从而可以通过对空间谱函数计算估计出信号到达方向: $P(\theta) = \frac{1}{|a^H(\theta) E E^H a(\theta)|}$ 。

为了避免采用传统的谱峰搜索方法, 降低运算量, 可以利用阵列协方差矩阵的子矩阵得到传播算子矩阵, 该矩阵可作为多项式求根算法中对协方差矩阵进行特征值分解所得的噪声矩阵, 再利用多项式求根方法求解目标方位角来获得空间谱。令 $\Omega = EE^H \in C^{MN \times MN}$, 令 $z_t = e^{\frac{2\pi d_t \sin\theta}{\lambda}}$, $z_r = e^{\frac{2\pi d_r \sin\theta}{\lambda}}$, 则此时联合导向矢量 $A(z_t, z_r) = \text{vec}(a_t(z_t) a_r^T(z_r))$, 将 Ω 其分解成 M^2 个子阵, 其中每个子阵 $\Omega_{ij} \in C^{N \times N}$, $i, j = 1, \dots, M$, 则有:

$$J = a_r^H(z_r) \left| \sum_{i,j=1}^M z_t^{i-j} \Omega_{ij} \right| a_r(z_r) \quad (6)$$

根据信号子空间中的导向矢量与噪声子空间正交, 则根据上式可以得到如式(7)的方程。

$$f(z_t) = \det \left| \sum_{i,j=1}^M z_t^{i-j} \Omega_{ij} \right| = 0 \quad (7)$$

此时采用多项式求根法, 可以得到 $N(M-1)$ 对根, 每对根为相互共轭关系, 考虑由于噪声的存在, 接收数据协方差矩阵存在误差, 实际求解中只需求出 P 个接近单位圆的根即可, 从而可以得到 P 个目标的方位角度 $\theta = \arcsin \left[\frac{\lambda}{2\pi d_t} \arg(z_t) \right]$ 。

3 仿真

下面通过 Monte-Carlo 实验验证本文方法的有

效性,实验主要和求根 MUSIC 算法做比较。仿真参数设置:如图 1 所示的单基地 MIMO 雷达系统结构,假设发射阵列数目和接收阵列数目为 $M = N = 3$,阵元间距均为半波长,目标数目 $P = 3$,目标方向角设为: $(-30^\circ, -30^\circ), (0^\circ, 0^\circ), (55^\circ, 55^\circ)$,快拍数 $K = 64$ 。

实验 1:图 2 为采用传播算子-多项式求根 MUSIC 算法仿真的空间谱估计图。从图 2 中可以看到,本文算法可以准确估计出目标所在的方向角。

实验 2:图 3 为本文方法同求根 MUSIC 方法对目标的方向角估计的最小均方误差(MMSE)随着信噪比 SNR 变化的关系。仿真采用 100 次独立 Monte-Carlo 实验, $M = N = 3$ 。从图 3 中可以看出,在 SNR 小于 10 dB 时,本文方法对目标的方向角估计性能较差;当 SNR 大于 10 dB 时,本文方法的性能明显好转,且逐渐与求根 MUSIC 算法性能基本一致。

实验 3:图 4 为本文方法与多项式求根 MUSIC 方法对目标的方向角估计的最小均方误差(MMSE)随发射阵元数目 M 和接受阵元数目 N 变化的关系。仿真采用 100 次独立 Monte-Carlo 实验, $SNR = 10$ dB。从图中可以看出,随着阵元数目的增加,两种方法对目标方位角的估计性能在逐渐变好。

实验 4:图 5 为本文方法与多项式求根 MUSIC 方法仿真的程序运行所需时间随阵元数目变化的关系,图中将仿真程序运行花费时间作归一化处理,从图中可以看出,随着阵元数目的增加,两种算法的仿真程序运行时间都在增加,但本文方法花费的时间要远远低于多项式求根 MUSIC 算法。

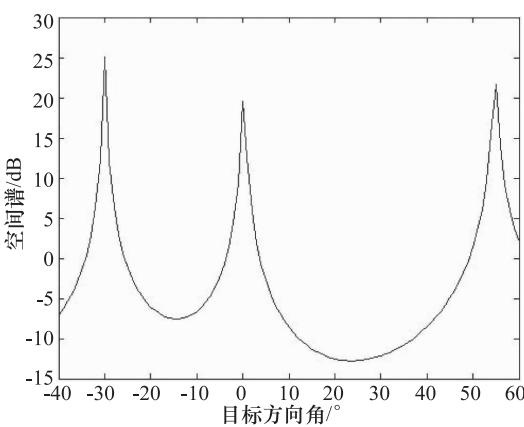


图 2 空间谱

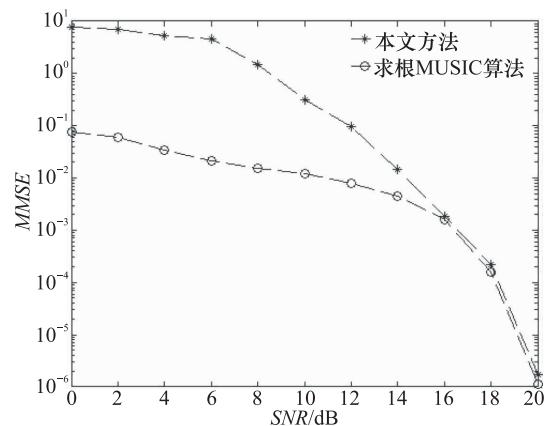


图 3 目标方位角度 MMSE 与 SNR 关系

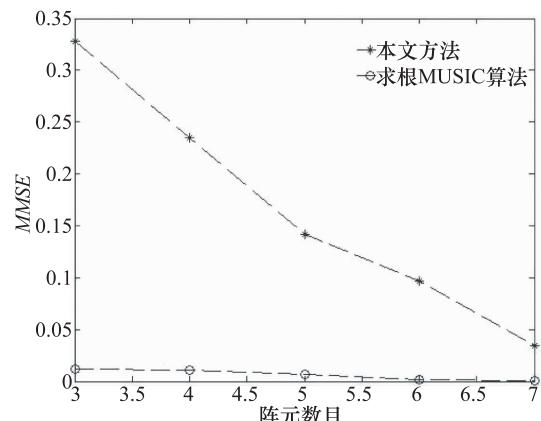


图 4 目标方位角度 MMSE 与阵元数目关系

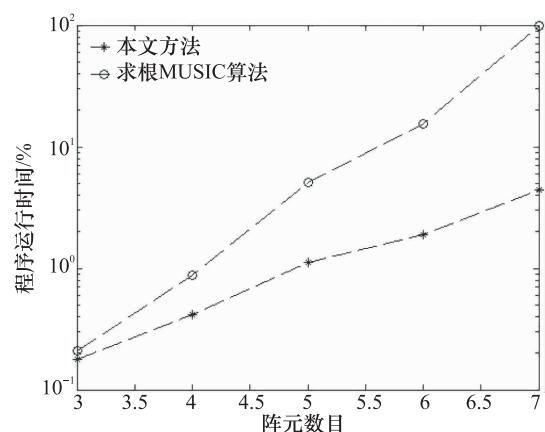


图 5 阵元数目与程序运行时间关系

从实验 2 和实验 3 可知,在 SNR 较高时或阵元数目较大时,本文的方法对目标方位角的估计性能与求根 MUSIC 方法基本一致。从实验 4 可知,与求

根 MUSIC 方法相比,由于本文方法无需对采样协方差矩阵进行特征值分解,随着阵元数的增加,本文方法的计算量虽有所增加,但与多项式求根 MUSIC 方法相比,本文方法大大降低了计算量。

4 结论

本文提出了一种基于传播算子—求根 MUSIC 的单基地 MIMO 雷达多目标定位方法,无需进行特征值分解,同时避免了谱峰搜索,大大降低计算复杂度。计算机仿真表明,在 SNR 较高时,本文方法与多项式求根 MUSIC 算法的估计性能基本一致,可以准确估计出多目标方向角,在阵元数目较大时,本文方法的计算量要远小于多项式求根 MUSIC 算法。

参 考 文 献

1 Fishler E, Haimovich A, Blum R S, et al. MIMO radar: an idea

- whose time has come. In: Proc of IEEE Radar Conference, 2004: 71—78
- 2 Fishler E, Haimovich A, Blum R S, et al. Performance of MIMO Radar system: advantages of angular diversity. Proc 38th Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers. 2004;305—309
 - 3 Lehman N H, Fishler E, Haimovich A M, et al. Evaluation of transmit diversity in MIMO-radar direction finding. IEEE transactions on Signal Processing, 2007; 55(5):2215—2225
 - 4 Li J, Stoica P, Xu L, et al. On parameter identifiability of MIMO radar. IEEE Signal Processing Lett, 2007; 14(2):968—971
 - 5 Schmidt R O. Multiple emitter location and signal parameter estimation. IEEE Trans Antennas Propaga, 1986; 34(3):276—280
 - 6 陈金立, 顾 红, 苏卫民. 一种双基地 MIMO 雷达快速多目标定位方法. 电子与信息学报, 2009; 31(7): 1664—1668
 - 7 谢 荣, 刘 峥. 基于多项式求根的双基地 MIMO 雷达多目标定位方法. 电子与信息学报, 2011; 32(9):2197—2220

Direction of Arrival Based on PM and Root-MUSIC for Monostatic MIMO Radar

WANG Wei¹, CAO Ning¹, LIU Wei-wei²

(Department of Computer and Information, Hohai University¹, Nanjing 211100, P. R. China;

Department of Energy and Electrical Engineering, Hohai University², Nanjing 211100, P. R. China)

[Abstract] A novel method based on propagator method (PM) and Rooting MUSIC (Root-MUSIC) for angle estimation in MIMO radar system is presented. The method combined the advantages of PM and Root-MUSIC, using covariance matrix of receive data to get propagator matrix, the noise subspace can be derived by propagator matrix, then by exploiting Root-MUSIC. Direction of Arrival (DOA) can be estimated separately. The proposed algorithm greatly reduces the computational complexity without the eigenvalue decomposition and spectrum peak searching. The simulation results demonstrate the validity and superiority of the proposed algorithm.

[Key words] MIMO radar PM rooting multi-target localization