



物理学

# 声光耦合理论用于对小角度布拉格衍射的研究

盛 虹 李芳菊

(渭南师范学院物理与电子工程系,渭南 714000)

**摘要** 利用声光耦合理论,得出了小角度布拉格衍射的近似解析解。通过实验测量了不同声功率和驱动频率下的衍射光强,结合理论分析了影响衍射效率的因素,为声光效应实验的研究和理论的应用提供了一定的依据。

**关键词** 声光效应 布拉格衍射 耦合波方程

中图法分类号 O436; 文献标志码 A

声光效应是指光通过某一受到超声波扰动的介质时发生衍射的现象,这种现象是光波与介质中声波相互作用的结果。若声光相互作用的距离较大,光束斜入射通过声场后,出射光除了0级,还出现一侧较强的1级衍射光,这就是布拉格衍射。利用布拉格声光衍射制成的声光器件,如声光调制器、声光偏转器和可调谐滤光器等<sup>[1,2]</sup>,在激光技术、光信号处理和集成光通讯技术等方面有着广泛的应用前景<sup>[3—5]</sup>。本文从声光耦合理论出发,导出了小角度布拉格衍射的近似解,确定了衍射光的能量分配;并结合实验分析了影响衍射光强的因素。

## 1 小角度布拉格衍射耦合方程

当频率为 $\Omega$ ,波矢为 $\vec{k}_s$ 的超声行波沿 $z$ 方向通过晶体时,晶体介电张量 $\varepsilon$ 产生一微扰 $\Delta\varepsilon$ :

$$\Delta\varepsilon = -[\varepsilon(PS)\varepsilon]/2\varepsilon_0 [e^{j(\Omega t-k_s z)} + e^{-j(\Omega t-k_s z)}] \quad (1)$$

式(1)中, $k_s = \frac{2\pi}{\Lambda}$ , $\Lambda$ 表示超声波波长, $P$ 表示介质弹光系数张量, $S$ 表示介质应变张量,( $PS$ )是张量 $PS$ 的矩阵表示。如有光波也进入介质,按照声光耦合理论,入射光波与介质内超声波相互作用,产生衍射极化波,并激发衍射光波。与此同时,衍射光波

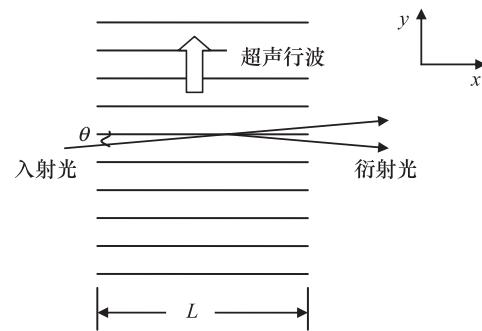


图1 布拉格声光衍射原理图

也可与超声波相互作用,产生入射极化波,并激发入射光波,通过极化波的作用使入射光波与衍射光波之间相互耦合。

入射光场与衍射光场在介质中表示为:

$$E_m(x, z, t) = A_m(x, z) \hat{e}_m \exp[j(\omega_m t - \vec{k}_m \cdot \vec{r})]; m = 1, 2 \quad (2)$$

式(2)中, $m = 1, 2$  角标分别表示入射场和衍射场, $\hat{e}_m$  表示介质中光场的单位向量; $A_m$  表示本征模电场的振幅; $\omega_m$  表示相应光波的圆频率; $\vec{k}_m$  是相应光波的波矢。极化波的表达式为:

$$P_m = \Delta\varepsilon E_n; m = 1, 2; n = 2, 1 \quad (3)$$

$m = 1, 2$  表示产生的入射极化波和衍射极化波,该附加微扰极化波作为一种分布源,可把晶体中一种模的能量馈入另一种模。这样,电介质微扰 $\Delta\varepsilon$ 使入射模式和衍射模式发生了能量耦合。

将式(1)、式(2)、式(3)式代入下面非线性波动方程:

$$\nabla^2 E_m - \epsilon\mu \frac{\partial^2 E_m}{\partial t^2} = \mu \frac{\partial^2 P_m}{\partial t^2}.$$

展开后忽略小的二阶导数,并利用本征模的波动方程化简后得到:

$$\left(2j\beta_m \frac{\partial}{\partial z} + 2j\alpha_m \frac{\partial}{\partial x}\right) A_m \hat{e}_m e^{j(\omega_m t - k_m \cdot r)} = -\omega_n^2 \mu \Delta \epsilon A_n(x, z) \hat{e}_n e^{j(\omega_n t - k_n \cdot r)} \quad (4)$$

二维非线性波动方程一般情况下没有解析解,但在一些近似条件下化简可以得出近似解。在图 1 中,当入射光以小角度  $\theta$  入射,声束的扩展角  $\frac{\Lambda}{L}$  较小时,可以认为模电场振幅  $A_m$  只是  $x$  的函数,则式(4)可以略去对  $z$  的偏导。然后等式两边标乘以  $E_m^*$ ,得到耦合方程组:

$$\frac{dA_1}{dx} = j\Gamma_{12} A_2(x) e^{-j\Delta\alpha x} \quad (5a)$$

式(5a)中,  $\Gamma_{12} = \frac{\omega^2}{2\alpha_1} \hat{e}_1^* \epsilon' \hat{e}_2$ 。

$$\frac{dA_2}{dx} = j\Gamma_{21} A_1(x) e^{j\Delta\alpha x} \quad (5b)$$

式(5b)中,  $\Gamma_{21} = \frac{\omega^2}{2\alpha_2} \hat{e}_2^* \epsilon' \hat{e}_1$ 。式(5)中  $\omega_1 \approx \omega_2 = \omega$ ;  $\epsilon' = \epsilon(PS)\epsilon/2\epsilon_0$ ;  $\alpha_{1,2}, \beta_{1,2}$  分别为各光波波矢在  $x, z$  方向的分量,即  $\vec{k} = \alpha \hat{i}_x + \beta \hat{i}_z$ ,  $\Delta\alpha = \alpha_2 - \alpha_1$ 。耦合方程组的成立必须满足条件:  $\beta_2 = \beta_1 \pm k_s$ ,  $\omega_2 = \omega_1 \pm \Omega$ 。

## 2 布拉格声光衍射的衍射效率

联立方程式(5a)、式(5b)可以得出入射、衍射光波振幅所满足的微分方程为:

$$A''_1 + j\Delta\alpha A'_1 + \Gamma^2 A_1 = 0 \quad (6a)$$

$$A''_2 - j\Delta\alpha A'_2 + \Gamma^2 A_2 = 0 \quad (6b)$$

式(6)中  $\Gamma^2 = \Gamma_{12} \Gamma_{21}$ 。设声光介质有效长度为  $L$ ,  $L=0$  为入射端,两光波的初始条件为:

$$A_1(0) = A_0, A'_1(0) = 0; A_2(0) = 0, A'_2(0) = j\Gamma_{21} A_0.$$

定义  $r^2 = \left(\frac{\Delta\alpha}{2}\right)^2 + \Gamma^2$ , 相应耦合方程组的解为:

$$A_1(x) = A_0 \left[ \cos(rx) + j \frac{\Delta\alpha}{2r} \sin(rx) \right] e^{-j\Delta\alpha x/2} \quad (7a)$$

$$A_2(x) = jA_0 \frac{\Gamma_{21}}{r} \sin(rx) e^{j\Delta\alpha x/2} \quad (7b)$$

在出射端  $L$ , 衍射光的能量与  $|A_2(L)|^2$  成正

比,由式(7)可以求出,在  $\Delta\alpha = 0$  情况下的一级衍射光最强,相应的衍射效率为:

$$\eta = \frac{|A_2(L)|^2}{|A_1(0)|^2} \approx \sin^2(rL) \quad (8)$$

介质中超声波功率为<sup>[6,7]</sup>

$$P_a = \frac{1}{2} \rho v^3 \bar{S}^2 H L \quad (9)$$

式(9)中  $H$  为压电换能器的宽度,  $M$  为反映声光介质本身性质的常数, 定义为介质的衍射品质因数<sup>[8]</sup>

$$M = \frac{n^6 \bar{P}^2}{\rho v^3} \quad (10)$$

$\bar{P}, \bar{S}$  分别表示有效光弹性系数和有效应变分量;  $\rho, v$  分别表示介质质量密度和超声波在介质中的速度。求得布拉格衍射效率为

$$\eta = \sin^2 \left( \frac{\pi}{\lambda_0} \sqrt{\frac{MLP_a}{2H}} \right) \quad (11)$$

由式(11)可以知道,当衍射较小时,衍射效率与声功率近似成正比。

## 3 布拉格衍射实验结果及分析

实验中所用的声光介质为钼酸铅,压电换能器为铌酸锂晶体;声光介质有效长度(换能器长)  $L = 1.7$  cm,换能器宽 1.4 cm,有效通光孔径 1.8 mm,介质中心频率为 150 MHz;所用激光波长为 632.8 nm,驱动源输出频率为 80 MHz—180 MHz,驱动功率不大于 1 W;衍射光强用光强仪测定。

固定驱动频率为 150 MHz,调节驱动功率在 0—1 W 之间变化,测出的一级衍射光强变化如图 2,由图中可以明显的看出,当驱动功率很小时,衍射光强与声功率近似成正比。

由  $\Delta\alpha = 0$  时一级衍射光最强及耦合方程成立的条件  $\beta_2 = \beta_1 \pm k_s$  可以得出:当满足  $\vec{k}_2 - (\vec{k}_1 \pm \vec{k}_s) = 0$  时一级衍射光最强。在改变驱动源频率时,超声波的波矢大小在变,因此改变入射角的大小才能满足最强衍射光强要求。在给出的实验条件下,测出钼酸铅在驱动频率为 150 MHz 附近时的布拉格衍射效率最高,图 3 为钼酸铅声光介质在 110 MHz—180 MHz 频率驱动下一级衍射光强的变化。

在给出的实验仪器下,测出在驱动频率 150 MHz、驱动功率为 1 W 情况下的衍射效率最大,大小为  $\eta_{max} = 67\%$ 。根据前面的分析,衍射效率除了与

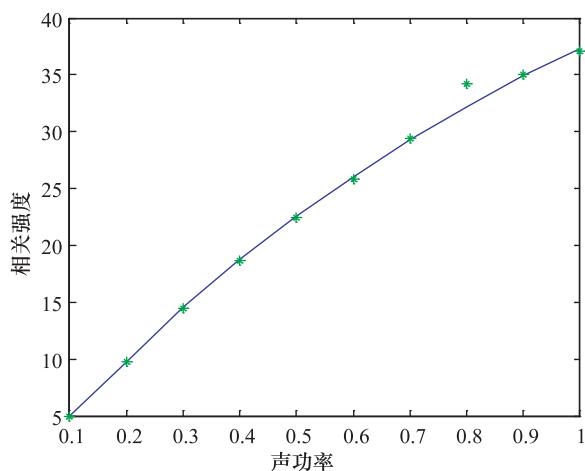


图2 不同声功率下的1级衍射光强

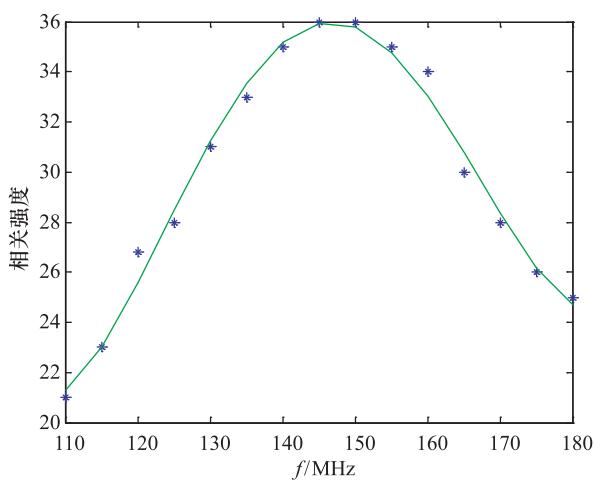


图3 不同驱动频率下的1级衍射光强

声功率、声频率、入射角有关外,由式(11)还可以得出,声光介质的品质因数  $M$  和压电换能器的几何规格对衍射效率也有很大的影响。要达到较高的衍射效率,尽量选择品质因数高的材料作为声光介质,所用换能器的  $L \gg H$ 。

## 4 结论

文章利用声光耦合理论分析了小角度布拉格衍射,得出了近似解析解,通过理论分析和实验测试探讨了影响布拉格衍射效率的各种因素。这为利用声光效应来控制激光方向与强度提供了一定的理论依据。

## 参 考 文 献

- 常凌颖,赵葆常,邱跃洪,等.声光可调谐滤波器成像光谱仪光学系统设计.光学学报,2010;30(10):3021—3026
- 刘 乔,李泽仁,刘 俊.用于冲击和爆轰物理实验中的声光开关.爆炸与冲击,2009;29(1): 45—48
- 赵路明,赵启大.两通道声表面波全光纤声光调制器的研究.光电子·激光,2009;20(8):1000—1003
- 谢文明,李 喆,李志芳,等.利用扫描光声技术测量组织光学参数.激光与光电子学进展,2009;12:103—107
- 徐海全,蒋 跃.利用声光偏转效应的雷达告警实验分析.电光与控制,2006;13(6):7—78
- Maak P,Jakab L,Barocsi A, et al. Improved design method for acoustic-optic light deflectors. Optics Communications,1999;172(1—6):297—324
- 王亚雄,林书玉,薛勇峰.应用声光耦合理论对声光效应的研究.陕西师范大学学报(自然科学版),2005;33(4):36—39
- 季家榕.高等光学教程.北京:科学出版社,2007

## Discussion of Small Angle Bragg Diffraction with Acoustic-optic Coupling Theory

SHENG Hong, LI Fang-ju

(Physics and Electronic Engineering of Department, Weinan Teachers University, Weinan 714000, P. R. China)

[Abstract] By using the acoustic-optic, the approximate analytical expression of small angle Bragg diffraction is obtained. The intensity of diffraction light with different acoustical power and drive frequency are measured. The influence of various factors on diffraction efficiency are discussed. The results may provide foundation for the application of both the acoustic-optic experiment and corresponding theory.

[Key words] acoustic-optic effect      Bragg diffraction      coupled wave equations