第 11 卷 第 32 期 2011 年 11 月
1671—1815(2011)32-7995-03

科 学 技 术 与 工 程
Science Technology and Engineering

Vol. 11 No. 32 Nov. 2011

管理科学

基于信用支付的易腐品的 EPQ 模型

戴更新[1] 张晓建[2] 韩广华[3]*

(青岛大学国际商学院管理科学与工程系[1],青岛 266071; 南京大学工程管理学院[2],南京 210093;
上海交通大学中美物流研究院[3], 上海 200030)

摘 要 传统的库存问题多基于 EOQ 模型进行研究,且多假设补货率无限。在单级信用支付条件下,考虑有限补货率,建立了易腐品的 EPQ 模型,给出了零售商最优订货周期和最大收益的求解算法。最后,给出算例及最优解,以说明本模型及求解过程。

关键词 信用支付 EPQ 最优订货周期

中图法分类号 F253.4; **文献标志码** A

传统的库存问题多基于 EOQ 模型进行研究,且忽略时间和补货率对库存的影响。最先研究信用支付模型的是 Haley 和 Higgins[1]。Goyal[2] 提出了信用支付情况下单一物品的 EOQ 模型。Teng[3] 等给出了信用支付条件下的最优定价和最优批量。

在存贮过程中,很多物品会发生一定程度的损坏、腐烂、分解、过时等变质现象,这类物品即易腐品。Aggarwal 和 Jaggi[4] 及 Chung[5] 等将 Goyal[2] 的模型扩展到允许易腐品。Jamal[6] 等将此模型进一步扩展到允许缺货。Sarker[7] 等研究了在通货膨胀,信用支付和允许缺货情况下易腐品的最优订购策略。Chang[8] 提出了基于信用支付,变动易腐率和线性需求的 EOQ 模型。

已有信用支付文献多是基于经济订货批量 EOQ 框架进行分析,对信用支付 EPQ 模型的研究较少。Chung[9] 等引入了 EPQ 框架下,同时考虑补货速度和需求消费速度的单级信用支付模型。Yung-FuHuang[10] 给出了两级信用支付条件下基于 EPQ 模型的零售商的补货策略。

经典的库存模型忽略了库存同时受时间和补货率的影响,本文考虑有限补货率,建立了信用支付条件下易腐品的 EPQ 模型,给出了零售商最优订货周期和最大收益的决策算法。并通过算例进行了验证。

1 基本假设与说明

符号说明:

A_b—零售商一次订货费用;

I_b—年库存持有成本率;

I_p—零售商利息收入率;

I_c—零售商利息支付率;

D—年需求率;

P—年补货率,$P \geqslant D$;

ρ—$1 - \dfrac{D}{P} \geqslant 0$;

θ—易腐率;

S—零售商单位售价;

Q—零售商的订购批量;

T—周期;

v—零售商单位采购价格;

t_1—库存水平达到最高值的时刻;

2011 年 7 月 25 日收到 国家自然科学基金项目(70871063)资助
第一作者简介:戴更新,男,青岛大学国际商学院管理科学与工程系,教授,研究方向:物流与供应链管理、运作管理。
* 通信作者简介:韩广华,男,上海交通大学中美物流研究院,博士生,研究方向:库存管理,E-mail:hanguanghua@sjtu.edu.cn。

M—供应商提供给零售商的信用期。

基本假设：

1）仅考虑单一供应商，单一零售商；

2）需求已知为常数；

3）补货率已知为常数；

4）不允许缺货；

5）$S \geqslant v, I_c \geqslant I_p, vI_c \geqslant SI_p$。

2 模型建立

补货发生在 $0 \leqslant t \leqslant t_1$ 时间段，在 $t = t_1$ 时刻停止补货，库存达到最大值，在 $t_1 \leqslant t \leqslant T$ 时间段库存由于变质和需求逐渐减小到零。

所以，在 $0 \leqslant t \leqslant t_1$ 时间段，补货，需求和变质会影响库存水平，即：

当 $0 \leqslant t \leqslant t_1$ 时，$\dfrac{\mathrm{d}I_1(t)}{\mathrm{d}t} + \theta I_1(t) = P - D$，

$I_1(0) = 0$；

在 $t_1 \leqslant t \leqslant T$ 时间段，变质和需求会影响库存水平，即：

当 $t_1 \leqslant t \leqslant T$ 时，$\dfrac{\mathrm{d}I_2(t)}{\mathrm{d}t} + \theta I_2(t) = -D, I_2(T) = 0$ 。

由 $I_1(t_1) = I_2(t_1)$ 得出 $t_1 = \ln(D/Pe^{\theta T} + \rho)/\theta$。

零售商的年收益由以下元素构成：

1）销售收入 $= SD$；

2）进货成本 $= vPt_1/T$；

3）订货费用 $= A_b/T$；

4）库存持有成本 $= \dfrac{I_b}{\theta^2 T}\{(P - D)(e^{-\theta t_1} - 1 + \theta t_1) + D[e^{\theta(T - t_1)} - \theta(T - t_1) - 1]\}$；

5）机会收益分为以下两种情况：

情形1：$M \leqslant T$；

机会收益 $= I_p D(ST/2 - vM + vM^2/T)$。

情形2：$M \geqslant T$；

机会收益 $= I_p SD(M - T/2)$。

6）机会成本分为以下两种情况：

情形1：$M \leqslant T$；

机会成本 $= I_c vD(T - M)^2/T$。

情形2：$M \geqslant T$；

机会成本 $= 0$。

则零售商的年收益可以表示为 $Z_b(S, Q) =$ 销售收入 − 采购成本 − 订货成本 − 库存持有成本 + 机会收益 − 机会成本。

分两种情形表示如下：

情形1：$M \leqslant T$；

$$Z_1(T) = SD - 2vPt_1/T - Ab/T - I_b(Pt_1 - DT)/(\theta T) - vI_c D(T - M)^2/T + DI_p(ST/2 - vM + vM^2/T) + vD \quad (1)$$

情形2：$M \geqslant T$；

$$Z_2(T) = SD - 2vPt_1/T - Ab/T - I_b(Pt_1 - DT)/(\theta T) + DSI_p(M - T/2)/\theta T + vD \quad (2)$$

求收益函数对于 T 的一次导数并令其等于零，可得：

$$\frac{\mathrm{d}Z_1(T)}{\mathrm{d}T} = (1/T^2)\{A_b - (2v\theta + I_b)P[TDe^{\theta T}/(De^{\theta T} + P - D) - t_1]/\theta - vDM^2(I_p - I_c) + DT^2(SI_p - 2vI_c)\} = 2vPt_1/T^2 - 2vP/T(De^{\theta T})/(De^{\theta T} + P - D) + Ab/T^2 + I_b(Pt_1 - DT)/(\theta T^2) - I_b/(\theta T)(P(De^{\theta T})/(De^{\theta T} + P - D) - D) + vI_c D(T - M)^2/T^2 - 2vI_c D(T - M)/T + DI_p S/2 - DI_p vM^2/T^2 = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\mathrm{d}Z_2(T)}{\mathrm{d}T} = (1/T^2)\{A_b - (2v\theta + I_b)P[TDe^{\theta T}/(De^{\theta T} + P - D) - t_1]/\theta - DSI_p T^2/2\} = 2vPt_1/T^2 - 2vP/T(De^{\theta T})/(De^{\theta T} + P - D) + Ab/T^2 + I_b(Pt_1 - DT)/(\theta T^2) - I_b/(\theta T)(P(De^{\theta T})/(De^{\theta T} + P - D) - D) - DSI_p/2 = 0 \quad (4)$$

则由 $S \geqslant v, I_c \geqslant I_p, vI_c \geqslant SI_p$ 和式(3)、式(4)可得，

$$\frac{\mathrm{d}^2 Z_1(T)}{\mathrm{d}T^2} = (-2/T^3)\{A_b - (2v\theta + I_b)P[TDe^{\theta T}/(De^{\theta T} + P - D) - t_1]/\theta - vDM^2(I_p - I_c) + DT^2(SI_p - 2vI_c)\} + 1/T^2[-(2v\theta + I_b)TDP^2 e^{\theta T}\rho/(De^{\theta T} + P\rho)^2 + DT(SI_p - 2vI_c)] < 0 \quad (5)$$

$$\frac{\mathrm{d}^2 Z_2(T)}{\mathrm{d}T^2} = (-2/T^3)\{A_b - (2v\theta + I_b)P[TDe^{\theta T}/(De^{\theta T} + P - D) - t_1]/\theta - DSI_p T^2/2\} - (1/T^2) \times$$

$$[(2v\theta+I_b)TDP^2e^{\theta T}\rho/(De^{\theta T}+P\rho)^2+DSI_pT]<0 \quad (6)$$

由式(5)、式(6)可知存在使年收益 $Z_1(T)$,$Z_2(T)$最大化的唯一周期值 T_1^*,T_2^*,由式(3)、式(4)可求得 T_1^*,T_2^* 的值。

3　算例

算例:设销售商单位采购价格 $v=2$ 元/件,零售商单位售价 $S=3$ 元/件,零售商一次订货费用 $A_b=20$ 元,年需求率 $D=100$ 件,年补货率 $P=2\ 000$ 件,供应商提供给零售商的信用期 $M=0.3$ 发年,易腐率 $\theta=0.1$,年库存持有成本率 $I_b=0.12$,零售商利息支付率 $I_c=0.16$,零售商利息收入率 $I_p=0.10$。由式(3)得出最优周期 $T^*=0.733$ 年(符合 $M\leqslant T$ 的条件),将 $T^*=0.774\ 1$ 年代入式(1)得出最大收益 $Z^*=59.65$ 元。

4　结论

本文给出了有限生产率和有限补货率条件下,基于信用支付的易腐品的库存模型,此模型为计划生产和控制库存的决策者和力图增加年收益的零售商提供了参考,未来的研究可以考虑更接近现实的假设,如多级信用支付,不定需求率等。

参　考　文　献

1　Haley C W, Higgins H C. Inventory policy and trade credit financing. Management Science, 1973;20:464—471

2　Goyal S K. Economic order quantity under conditions of permissible delay in payments. Journal of the Operational Research Society, 1985;36: 335—338

3　Teng J T, Chang C T, Goyal S K. Optimal pricing and ordering policy under permissible delay in payments. International Journal of Production Economics, 2005; 97: 121—129

4　Aggarwal S P, Jaggi C K. Ordering policies of deteriorating items under permissible delay in payments. Journal of the Operational Research Society, 1995;46: 658—662

5　Chung K J, Chang S L, Yang W D. The optimal cycle time for exponentially deteriorating products under trade credit fnancing. The Engineering Economist,2001;46:232—242

6　Jamal A M M, Sarker B R, Wang S. An ordering policy for deteriorating items with allowable shortages and permissible delay in payment. Journal of the Operational Research Society, 1997; 48:826—833

7　Sarker B R, Jamal A M M, Wang S. Supply chain model for perishable products under inflation and permissible delay in payment. Computers and Operations Research, 2000;27: 59—75

8　Chang H J, Hung C H , Dye C Y. An inventory model for deteriorating items with linear trend demand under the condition that permissible delay in payments. Production Planning and Control, 2001;12: 274—282

9　Chung K J, Huang Y F. The optimal cycle time for EPQ inventory model under permissible delay in payments . International Journal of production economics, 2003;84: 307—318

10　Huang Yungfu. Optimal retailer's replenishment decisions in the EPQ model under two levels of trade credit policy. European Journal of Operational Research, 2007;176:1577—1591

An EPQ Model for Deteriorating Items under Trade Credit

DAI Geng-xin[1], ZHANG Xiao-jian[2], HAN Guang-hua[3]*

(Department of Management Science & Engineering, Qingdao University[1], Qingdao 266071, P. R. China;
Department of Management Science and Engineering, Nanjing University[2], Nanjing 210093, P. R. China;
Sino-US Global logistics Institute, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200030, P. R. China)

[**Abstract**]　Most traditional inventory analysis are based on EOQ and assume that the replenishment rate is infinite. An EPQ model with deteriorating items and finite replenishment rate under trade credit is given. Then we determine for the retailer the optimal order cycle to maximize the annual total profit. finally, an example and optimal solution is shown to illustrate the model and solution procedure.

[**Key words**]　trade credit　EPQ　the optimal order cycle