

# 一类非线性不确定系统的鲁棒自适应控制

李桂芳 黄圣国

(南京航空航天大学飞行学院, 南京 210016)

**摘要** 针对一类同时含未建模动态、非线性不确定性和参数不确定性的非线性系统,研究它的鲁棒自适应控制问题。系统所含有的未建模动态是更广泛的输入到状态实践稳定,非线性不确定性满足三角界条件。在李雅普诺夫第二方法框架下,应用自适应反演技巧,显式地构造出光滑的部分状态反馈控制器。该鲁棒自适应控制器能保证对所有允许的不确定性闭环系统的信号全局一致径向有界,且输出收敛于原点的小领域。仿真结果验证了所得结论的有效性。

**关键词** 非线性系统 不确定性 反演法 自适应控制 状态反馈

**中图分类号** TP273.2; **文献标志码** A

在过去二十多年里,非线性系统的自适应控制已经得到足够的重视,并取得了重要的研究成果<sup>[1-4]</sup>。文献[5]研究了一类可以转化为参数化严格反馈型非线性系统的自适应控制问题,首次提出了backstepping自适应控制器的设计方法,但该方法设计的控制器存在过参数问题。文献[6]在前者的基础上进行了改进,突破性地解决了过参数问题。在非线性系统的自适应控制研究中,带有调节函数的自适应反演算法除了能解决过参数等问题,还能够提供系统稳态性能的一些信息<sup>[1]</sup>。随后,文献[7,8]在这方面展开了深入地研究,完全解决了这类非线性系统的状态反馈自适应调节和跟踪问题。尽管非线性系统的自适应控制已经取得较大的成就,但这些自适应控制方案仅局限于具有参数不确定性的非线性系统。对系统存在的其他不确定性的情形,如未建模动态和非线性不确定性,为了获得更好的系统性能,需要讨论自适应控制器的鲁棒性,即鲁棒自适应控制问题。这方面的研究也出现了一些代表性的工作。文献[9]研究了一类带

有参数不确定性和非线性不确定性系统的鲁棒自适应控制问题。利用反演法和光滑自适应控制策略构造出保证闭环系统信号全局一致径向有界的控制器。文献[10]研究一类同时含未建模动态、非线性不确定性和参数不确定性的扰动严格反馈系统的鲁棒自适应控制问题,其 $z$ 子系统是指数稳定的,利用自适应反演算法设计出期望的控制律。文献[11,12]也针对同时带有未建模动态、非线性不确定性和参数不确定性的一类扰动严格反馈系统,分别利用引入动态控制信号及小增益定理的方法保证了自适应控制器的鲁棒性,获得的控制器使得系统信号全局有界,且输出收敛于原点的小领域。其中李雅普诺夫函数的构造要求较高的理论基础。

本文研究一类同时包含未建模动态、非线性不确定性和参数不确定性的非线性系统的鲁棒自适应控制问题,但这里我们所讨论的未建模动态是更为广泛的输入到状态实践稳定。系统中所含的非线性不确定性满足三角界条件。构造出简单的李雅普诺夫函数,利用Lyapunov第二方法并结合自适应反演算法,获得期望的部分状态反馈鲁棒自适应控制器。该控制器保证闭环系统的信号全局一致径向有界,且输出收敛于原点的小领域。

2011年6月17日收到,6月29日修改 中国博士后科学基金  
资助项目(20080431094)、江苏省博士后  
科研计划(0801020B)资助

第一作者简介:李桂芳(1978—),女,汉族,山西省大同市人,副教授,硕士研究生导师,研究方向:非线性系统控制,智能控制。  
E-mail:huangsg@nuaa.edu.cn。

# 1 问题描述

考虑如下不确定非线性系统:

$$\begin{cases} \dot{z} = q(t, z, x_1). \\ \dot{x}_i = x_{i+1} + \theta^T \varphi_i(x_1, \dots, x_i) + \Delta_i(t, z, x) \\ \dot{x}_n = u + \theta^T \varphi_n(x_1, \dots, x_n) + \Delta_n(t, z, x) \\ y = x_1; 1 \leq i \leq n-1 \end{cases} \quad (1)$$

式(1)中:  $u \in R, y \in R$  分别是系统的输入和输出。 $x \in R^n$  是可量测的状态, 而  $z \in R^{n_0}$  代表未建模动态。 $\theta \in R^l$  是未知常向量参数。 $\varphi_i, 1 \leq i \leq n$  是已知光滑函数, 且  $\varphi_i(0, \dots, 0) = 0$ 。而  $\Delta_i, 1 \leq i \leq n$  是未知利普希兹连续函数。

现对系统作如下假设。

**假设 1**  $z$  子系统关于输入  $x_1$  是 ISpS (input-to-state practical stable)<sup>[11]</sup>, 即存在光滑的正定且适定的李雅普诺夫函数  $V_0(z)$  使得

$$\begin{cases} a_0 |z|^2 \leq V_0(z) \leq a_1 |z|^2 \\ \frac{\partial V_0(z)}{\partial z} q(t, z, x_1) \leq -c_0 |z|^2 + \gamma_0(|x_1|) + d_0 \end{cases} \quad (2)$$

式(2)中,  $a_0, a_1, c_0$  是正常数,  $\gamma_0$  是  $K_\infty$  函数,  $d_0$  是非负常数。

**假设 2** 对所有  $1 \leq i \leq n$ , 以及所有  $(t, z, x) \in R_+ \times R^{n_0} \times R^n$ , 存在未知正常数  $p_i^*$ , 且有  $p^* \geq \max\{p_1^*, p_1^{*2}, \dots, p_n^*, p_n^{*2}\}$ , 使得下面的不等式成立。

$$|\Delta_i(t, z, x)| \leq p_i^* (|x_1| + \dots + |x_i|) \varphi_{i1}(x_1, \dots, x_i) + p_i^* |z| \varphi_{i2}(x_1, \dots, x_i) \quad (3)$$

式(3)中,  $p^*$  是已知常数,  $\varphi_{i1}, \varphi_{i2}$  都是已知非负光滑函数。

为给出本文的主要结论, 下面给出几个重要引理。

**引理 1** 对任意  $\varepsilon > 0$ , 存在光滑函数  $\hat{\psi}$ , 且  $\hat{\psi}(0) = 0$  满足:

$$|x| \psi(|x|) \leq x \hat{\psi}(x) + \varepsilon, \forall x \in R \quad (4)$$

**引理 2**<sup>[13]</sup> 对正实数  $n, m$ , 以及实值函数

$$\pi(x, y) > 0 \text{ 有}$$

$$|x|^m |y|^n \leq \frac{m}{m+n} \pi(x, y) |x|^{m+n} + \frac{n}{m+n} \pi^{-\frac{m}{n}}(x,$$

$$y) |y|^{m+n} \quad (5)$$

**引理 3** 对任意  $\varepsilon > 0$ , 及连续函数

$f: R \rightarrow R$ , 且  $f(0) = 0$ , 存在非负光滑函数  $\alpha$  满足:

$$|f(x)| \leq f(x) \alpha(x) + \varepsilon, \forall x \in R. \quad (6)$$

注: 不等式(6)可由 Young 不等式直接得到。

本文的目的是: 构造鲁棒自适应控制器使得闭环系统的信号全局一致径向有界, 且输出收敛于原点的一个小领域。

# 2 主要结论

下面给出鲁棒自适应控制器的设计步骤:

第 1 步 考虑子系统

$$\begin{cases} \dot{z} = q(t, z, x_1) \\ \dot{x}_1 = x_2 + \theta^T \varphi_1(x_1) + \Delta_1(t, z, x) \end{cases} \quad (7)$$

这里  $x_2$  是虚拟控制输入。令  $\xi_1 = x_1, \tilde{\theta} = \theta - \hat{\theta}$ , 取

$$V_1(t, z, x_1) = \frac{1}{\lambda} V_0(z) + \frac{1}{2} \xi_1^2 + \frac{1}{2} \tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} \tilde{\theta} \quad (8)$$

式(8)中  $\lambda > 0, \Gamma > 0$  是待定的设计参数。

结合假设 1, 对  $V_1$  求导得

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= \frac{1}{\lambda} \dot{V}_0 + \xi_1 \dot{\xi}_1 - \tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} \dot{\tilde{\theta}} \leq -\frac{c_0}{\lambda} |z|^2 + \frac{1}{\lambda} \gamma_0(|x_1|) + \\ &\frac{d_0}{\lambda} + \xi_1 (x_2 + \theta^T \varphi_1(x_1) + \Delta_1(t, z, x)) - \tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} \dot{\tilde{\theta}} \end{aligned} \quad (9)$$

因  $\gamma_0 \in K_\infty$ , 及引理 1 知: 存在光滑函数  $\hat{\gamma}(x)$ ,  $\hat{\gamma}(0) = 0$  和  $\varepsilon_0 > 0$  满足

$$\gamma_0(|x_1|) \leq x_1 \hat{\gamma}(x_1) + \varepsilon_0 \quad (10)$$

根据假设 2 和式(10), 则式(9)可整理为:

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &\leq -\frac{c_0}{\lambda} |z|^2 + \frac{1}{\lambda} x_1 \hat{\gamma}(x_1) + \frac{d_0 + \varepsilon_0}{\lambda} + \xi_1 (x_2 + \tilde{\theta}^T \varphi_1(x_1)) + \\ &P_1^* |x_1| (|x_1| \varphi_{11}(x_1) + |z| \varphi_{12}(x_1)) - \tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} (\dot{\tilde{\theta}} - \tau_1) + \\ &\sigma \tilde{\theta}^T (\tilde{\theta} - \theta^0) \end{aligned} \quad (11)$$

式(11)中,

$$\tau_1 = \Gamma x_1 \varphi_1(x_1) - \Gamma \sigma (\tilde{\theta} - \theta^0) \quad (12)$$

$\sigma, \theta^0$  也是待定的设计参数。

又知存在光滑非负函数  $\hat{\varphi}_{11}$  和  $v_0 > 0$  使得

$$P_1^* |x_1| (|x_1| \varphi_{11}(x_1)) \leq p^* x_1^2 \hat{\varphi}_{11}(x_1) + v_0 \quad (13)$$

此外,由引理 2 知存在非负光滑函数  $\hat{\varphi}_{12}$  满足

$$P_1^* |x_1| |z| \varphi_{12}(x_1) \leq \frac{c_0}{2\lambda} |z|^2 + p^* x_1^2 \hat{\varphi}_{12}(x_1) \quad (14)$$

记  $\bar{\varphi}_1 = \hat{\varphi}_{11} + \hat{\varphi}_{12}$ , 且  $\bar{\varepsilon}_0 = \frac{d_0 + \varepsilon_0}{\lambda} + v_0$ , 并将式 (13)、式 (14) 带入式 (11) 可得

$$V_1 \leq -\frac{c_0}{2\lambda} |z|^2 + \xi_1 \left( x_2 + \frac{1}{\lambda} \hat{\gamma}(x_1) + \tilde{\theta}^T \varphi_1(x_1) + p^* x_1 \bar{\varphi}_1(x_1) \right) + \bar{\varepsilon}_0 - \tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} (\dot{\hat{\theta}} - \tau_1) + \sigma \tilde{\theta}^T (\hat{\theta} - \theta^0) \quad (15)$$

再由引理 3 知, 对任意  $\delta_1 > 0$ , 存在非负光滑函数  $\rho_1(\cdot)$  使得下不等式成立:

$$|\xi_1| \left| \frac{1}{\lambda} \hat{\gamma}(x_1) + \hat{\theta}^T \varphi_1(x_1) + p^* x_1 \bar{\varphi}_1(x_1) \right| \leq \xi_1^2 \rho_1(\xi_1, \hat{\theta}) + \delta_1 \quad (16)$$

记  $\bar{\varepsilon}_1 = \bar{\varepsilon}_0 + \delta_1$ , 并选虚拟控制律为:

$$x_2^* = -\xi_1(k_1 + 1 + \rho_1(\xi_1, \hat{\theta})) = -\xi_1 \beta_1(\xi_1, \hat{\theta}) \quad (17)$$

式 (17) 中,  $\beta_1(\xi_1, \hat{\theta}) > 0$ 。

经整理, 式 (15) 可写成

$$V_1 \leq -\frac{c_0}{2\lambda} |z|^2 - k_1 \xi_1^2 - \xi_1^2 + |\xi_1| |x_2 - x_2^*| + \bar{\varepsilon}_1 - \tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} (\dot{\hat{\theta}} - \tau_1) + \sigma \tilde{\theta}^T (\hat{\theta} - \theta^0) \quad (18)$$

第  $k$  步 假设我们已完成第  $k-1$  步中控制器的设计。

定义新变量

$$\xi_1 = x_1 - x_1^*, x_1^* = 0;$$

$$\xi_i = x_i - x_i^*, x_i^* = -\xi_{i-1} \beta_{i-1}, 2 \leq i \leq k \quad (19)$$

式 (19) 中  $\beta_{i-1} > 0$ 。且存在光滑函数  $\varpi_{i-1}, \tau_{i-1}, 2 \leq i \leq k$ , 及李雅普诺夫函数

$$V_{k-1}(t, z, x) = \frac{1}{\lambda} V_0(z) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{k-1} \xi_i^2 + \frac{1}{2} \tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} \tilde{\theta} \quad (20)$$

关于时间的导数满足:

$$V_{k-1} \leq -\frac{c_0}{2^{k-1}\lambda} |z|^2 - \sum_{j=1}^{k-1} (k_j - (k-1) + j) \xi_j^2 - \xi_{k-1}^2 + |\xi_{k-1}| |x_k - x_k^*| + \bar{\varepsilon}_{k-1} - (\tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} + \varpi_{k-1}) (\dot{\hat{\theta}} - \tau_{k-1}) + \sigma \tilde{\theta}^T (\hat{\theta} - \theta^0) \quad (21)$$

下面, 我们将证明该控制器设计步骤在第  $k$  步也成立。

考虑如下李雅普诺夫函数:

$$V_k = V_{k-1} + \frac{1}{2} \xi_k^2 \quad (22)$$

那么  $V_k$  关于时间的导数为

$$\dot{V}_k = \dot{V}_{k-1} + \xi_k \left[ x_{k+1} + \theta^T \varphi_k + \Delta_k - \sum_{j=1}^k \frac{\partial x_k^*}{\partial x_j} (x_{j+1} + \theta^T \varphi_j + \Delta_j) - \frac{\partial x_k^*}{\partial \hat{\theta}} \dot{\hat{\theta}} \right] \quad (23)$$

又因

$$|\xi_{k-1}| |x_k - x_k^*| \leq \xi_{k-1}^2 + \xi_k^2 \quad (24)$$

将式 (21)、式 (24) 带入式 (23), 得

$$V_k \leq -\frac{c_0}{2^{k-1}\lambda} |z|^2 - \sum_{j=1}^{k-1} (k_j - (k-1) + j) \xi_j^2 + \xi_k^2 + \bar{\varepsilon}_{k-1} - (\tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} + \varpi_{k-1}) (\dot{\hat{\theta}} - \tau_{k-1}) + \sigma \tilde{\theta}^T (\hat{\theta} - \theta^0) + \xi_k \left[ x_{k+1} + \theta^T \left( \varphi_k - \sum_{j=1}^{k-1} \frac{\partial x_k^*}{\partial x_j} \varphi_j \right) - \frac{\partial x_k^*}{\partial \hat{\theta}} \dot{\hat{\theta}} \right] + \xi_k \left( \Delta_k - \sum_{j=1}^{k-1} \frac{\partial x_k^*}{\partial x_j} \Delta_j \right) \quad (25)$$

结合假设 2, 并利用类似于前面第 1 步中使用的放缩技巧, 可得

$$\xi_k \left( \Delta_k - \sum_{j=1}^{k-1} \frac{\partial x_k^*}{\partial x_j} \Delta_j \right) \leq \frac{c_0}{2^k \lambda} |z|^2 + \sum_{j=1}^k \xi_j^2 + p^* \xi_k^2 \varphi_k + v_{k-1} \quad (26)$$

于是式 (25) 进一步可化为

$$V_k \leq -\frac{c_0}{2^k \lambda} |z|^2 - \sum_{j=1}^{k-1} (k_j - (k-1) + j) \xi_j^2 + \sum_{j=1}^k \xi_j^2 + \bar{\varepsilon}_{k-1} + \xi_k \left[ x_{k+1} + \xi_k + \hat{\theta}^T \left( \varphi_k - \sum_{j=1}^{k-1} \frac{\partial x_k^*}{\partial x_j} \varphi_j \right) + p^* \xi_k \bar{\varphi}_k - \Gamma \varpi_{k-1} \left( \varphi_k - \sum_{j=1}^{k-1} \frac{\partial x_k^*}{\partial x_j} \varphi_j \right) - \frac{\partial x_k^*}{\partial \hat{\theta}} \tau_k \right] - (\tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} + \varpi_k) (\dot{\hat{\theta}} - \tau_k) + \sigma \tilde{\theta}^T (\hat{\theta} - \theta^0) \quad (27)$$

式 (27) 中,

$$\begin{cases} \tau_k = \tau_{k-1} + \Gamma \xi_k \left( \varphi_k - \sum_{j=1}^{k-1} \frac{\partial x_k^*}{\partial x_j} \varphi_j \right) \\ \varpi_k = \varpi_{k-1} + \xi_k \frac{\partial x_k^*}{\partial \hat{\theta}} \end{cases} \quad (28)$$

又因对任意  $\delta_k > 0$ , 存在非负光滑函数  $\rho_k(\cdot)$  有

$$|\xi_k| \left| \xi_k + \hat{\theta}^T \left( \varphi_k - \sum_{j=1}^{k-1} \frac{\partial x_k^*}{\partial x_j} \varphi_j \right) + p^* \xi_k \bar{\varphi}_k - \right|$$

$$\Gamma \varpi_{k-1} \left( \varphi_k - \sum_{j=1}^{k-1} \frac{\partial x_k^*}{\partial x_j} \varphi_j \right) - \frac{\partial x_k^*}{\partial \theta} \tau_k \Big| \leq \xi_k^2 \rho_k(\xi_1, \dots, \xi_k, \hat{\theta}) + \delta_k \tag{29}$$

记  $\bar{\varepsilon}_k = \bar{\varepsilon}_{k-1} + \delta_k$ , 并取虚拟控制律为

$$x_{k+1}^* = -\xi_k(k_k + 1 + \rho_k(\cdot)) = -\xi_k \beta_k(\cdot) \tag{30}$$

经整理后,式(27)可得:

$$V_k \leq -\frac{c_0}{2^{k-1}\lambda} |z|^2 - \sum_{j=1}^k (k_j - k + j) \xi_j^2 - \xi_k^2 + |\xi_k| |x_{k+1} - x_{k+1}^*| + \bar{\varepsilon}_k - (\bar{\theta}^T \Gamma^{-1} + \varpi_k)(\dot{\theta} - \tau_k) + \sigma \bar{\theta}^T (\dot{\theta} - \theta^0) \tag{31}$$

于是可得控制器设计步骤在第  $k$  步成立。

第  $n$  步 取

$$\dot{\hat{\theta}} = \tau_n(x, \hat{\theta}, \hat{p}), u = x_n^*(x, \hat{\theta}, \hat{p}) \tag{32}$$

则李雅普诺夫函数

$$V_n = \frac{1}{\lambda} V_0 + \sum_{j=1}^n \frac{1}{2} \xi_j^2 + \frac{1}{2} \bar{\theta}^T \Gamma^{-1} \bar{\theta} \tag{33}$$

关于时间的导数为:

$$V_n \leq -\frac{c_0}{2^n \lambda} |z|^2 - \sum_{j=1}^n (k_j - n + j) \xi_j^2 - \frac{1}{2} \sigma \times |\dot{\theta} - \theta|^2 + \bar{\varepsilon}_n + \frac{1}{2} \sigma |\theta - \theta^0|^2 \tag{34}$$

下面给出本文的主要结论。

**定理** 若系统(1)满足假设 1 和假设 2,在控制器式(32)的作用下,所得闭环系统的信号全局一致径向有界,且对任意给定的  $l^*$ , 输出  $y$  满足下面的性质:

$$|y| \leq e^{-\frac{L(t-t_0)}{2}} \sqrt{2V_n(t_0)} + l^* \tag{35}$$

式(35)中,

$$L = \min \left\{ \frac{c_0}{2^n a_0}, 2(k_j - n + j), 1 \leq j \leq n, \frac{\sigma}{\max(\Gamma^{-1})} \right\} \tag{36}$$

证明:由式(36)知

$$V_n \leq -\frac{c_0}{2^n \lambda} |z|^2 - \sum_{j=1}^n (k_j - n + j) \xi_j^2 - \frac{1}{2} \sigma |\dot{\theta} - \theta|^2 + \bar{\varepsilon}_n + \frac{1}{2} \sigma |\theta - \theta^0|^2 \leq -LV_n + \pi \tag{37}$$

于是

$$V_n(t) \leq e^{-L(t-t_0)} V_n(t_0) + \frac{\pi}{L} \tag{38}$$

因为  $V_n$  关于  $(z, t, x_1, \dots, x_n, \hat{\theta})$  是径向无界的,

于是由式(38)知闭环系统的信号都是全局一致径向有界。又由式(38)可知

$$|y(t)| \leq \sqrt{2e^{-L(t-t_0)} V_n(t_0)} + \frac{2\pi}{L} \tag{39}$$

即可得式(35)。设计步骤中的待定参数可以任意选取,所以输出  $y$  收敛于原点的一个小领域。

### 3 仿真算例

考虑如下 3 阶非线性系统

$$\begin{cases} \dot{z} = -z + x_1 \\ \dot{x}_1 = x_2 + \theta_1 x_1 - z \sin t \\ \dot{x}_2 = u + \theta_2 x_2 \\ y = x_1 \end{cases} \tag{40}$$

取  $V_0(z) = z^2$ , 并取函数

$$V_1(t, z, x_1) = \frac{1}{\lambda} V_0(z) + \frac{1}{2} \xi_1^2 + \frac{1}{2} (\theta_1 - \hat{\theta}_1)^2, \text{ 这$$

里  $\lambda = \frac{1}{4}, \Gamma = 1, \sigma = 0$ , 于是

$$\dot{V}_1 \leq -\frac{1}{4} z^2 + \xi_1(x_2 + \hat{\theta}_1 x_1 + 4.5 x_1) - \bar{\theta}_1(\dot{\hat{\theta}}_1 - \tau_1)。$$

其中,  $\tau_1 = x_1^2$ 。取  $k_1 = 1$ , 从而可得虚拟控制器

$$\alpha_2 = -\xi_1 \left( 7 + \frac{1}{2} \hat{\theta}_1^2 \right)。$$
再取李雅普诺夫函数

$$V_1(t, z, x_1) = V_1(t, z, x_1) + \frac{1}{2} \xi_2^2 + \frac{1}{2} (\theta_2 - \hat{\theta}_2)^2。$$

取  $k_2 = 1$ , 经计算整理,可得系统获得期望性能的参数更新律和控制律分别为:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\theta}}_1 &= \tau_1 - \xi_2 x_1 \frac{\partial \alpha_2}{\partial x_1}; \\ \dot{\hat{\theta}}_2 &= \xi_2 x_2; \\ \rho_2(\cdot) &= 1 + \left( \frac{\partial \alpha_2}{\partial x_1} \right)^2 + 12 \hat{\theta}_2^2 x_2^2 + 12 \left( \frac{\partial \alpha_2}{\partial x_1} \right)^2 \times \\ &\quad (x_2 + \hat{\theta}_1 x_1)^2 + 12 \left( \frac{\partial \alpha_2}{\partial \hat{\theta}_1} \right)^2 \left( x_1^2 - \xi_2 x_1 \frac{\partial \alpha_2}{\partial x_1} \right)^2; \\ u &= -\xi_2 (2 + \rho_2(\cdot)) \end{aligned} \tag{41}$$

仿真中,初始状态取值如下: $z(0) = 1$ ,

$x_1(0) = 3, x_2(0) = 0, \theta_1(0) = -1, \theta_2(0) = -2$ 。从图 1 中可以看出本文方法所设计的鲁棒自适应控制器能保证闭环系统所有信号都

是有界的,且输出收敛于原点的一个小领域。

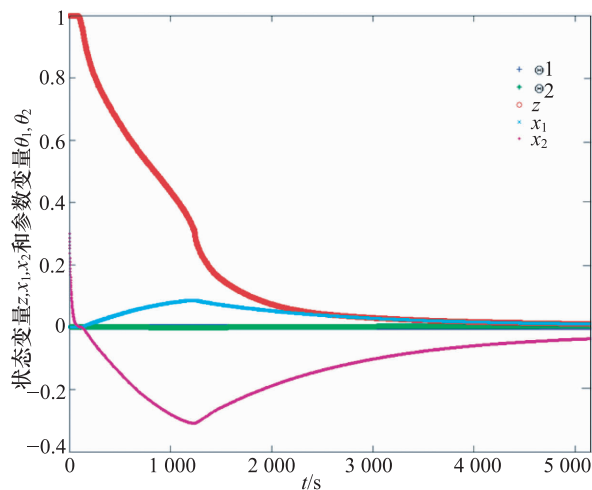


图1 控制律作用下状态变量和参数估计曲线

## 4 结论

本文研究了一类同时带有未建模动态、非线性不确定性和参数不确定性的非线性系统的鲁棒自适应控制问题。基于李雅普诺夫第二方法和自适应反演理论系统地构造出期望的自适应鲁棒控制器,获得的控制器使得闭环系统的信号是全局一致径向有界,且输出收敛于原点的一个小领域。

## 参 考 文 献

- 1 Krstic M, Kanellakopoulos I, Kokotovic P. Nonlinear and adaptive control design. New York; Wiley, 1995

- 2 Isidori A. Nonlinear control systems, 3rd ed. , London; Springer-Verlag, 1995
- 3 Sepulchre R, Jankovic M, Kokotovic P. Constructive nonlinear control. London; Springer-Verlag, 1997
- 4 Marino R, Tomei P. Nonlinear control design: Geometric, adaptive and robust. London, U. K. : Prentice-Hall, 1995
- 5 Kanellakopoulos I, Kokotovic P, Morse A. Systematic design of adaptive controllers for feedback linearizable systems. IEEE Trans Autom Contr, 1991; 36(11): 1241—1253
- 6 Krstic M, Kanellakopoulos I, Kokotovic P. Adaptive nonlinear control without over-parameterization. System and Control Letters, 1992; 19(3): 177—185
- 7 Krstic M, Kanellakopoulos I, Kokotovic P. Nonlinear design of adaptive controllers for linear systems. IEEE Trans Autom Contr, 1994; 39(4): 738—758
- 8 Danbing S, Annaswamy A M, Baillieul J. Adaptive control of nonlinear systems with a triangular structure. IEEE Trans Autom Contr, 1994; 39(7): 1411—1427
- 9 Polycarpou M M, Ioannou P A. A robust adaptive nonlinear control design. Automatica, 1996; 32(3): 423—427
- 10 Jiang Z P, Hill D J. A robust adaptive backstepping scheme for nonlinear systems with unmodeled dynamics. IEEE Trans Autom Contr, 1999; 44(9): 1705—1711
- 11 Jiang Z P, Praly L. Design of robust adaptive controllers for nonlinear systems with dynamic uncertainties. Automatica, 1998; 34(7): 825—840
- 12 Jiang Z P. A robustification tool for adaptive nonlinear control. Int J Adapt Signal Process, 1999; 13: 719—732
- 13 Lin W, Radom P. Nonsmooth adaptive stabilization of cascaded systems with nonlinear parameterization via partial-state feedback, IEEE Trans Autom Contr, 2003; 48(10): 1809—1816

# Robust Adaptive Control for a Class of Uncertain Nonlinear Systems

LI Gui-fang, HUANG Sheng-guo

(Flight college, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, P. R. China)

**[Abstract]** The problem of robust adaptive control is studied for a class of nonlinear systems subject to unmodeled dynamics, nonlinear uncertainties and parameter uncertainties. The more extensive unmodeled dynamics introduced is input-to-state practical stable (ISpS), and unknown nonlinearities satisfy triangular bound conditions. In the framework of Lyapunov second method and applying tuning function adaptive backstepping theory, a smooth partial state feedback controller is explicitly constructed, which guarantees global uniform ultimate boundness for all states of closed-loop systems, and renders the output converge to a small neighborhood of the origin for all admissible uncertainties. Eventually a numerical example is given to illustrate the viability of the conclusion.

**[Key words]** nonlinear system      uncertainty      backstepping algorithm      adaptive control      state feedback