

一种改进的变步长 LMS 自适应滤波算法

张伟伟 李 勇 彭 元

(西北工业大学电子信息学院, 机载电子综合信息系统创新实验室, 西安 710129)

摘 要 在分析传统 LMS(Least Mean Square)算法及其改进算法的基础上,提出了一种新的改进的变步长 LMS 算法。新算法利用误差信号以及误差信号相关值共同调整步长,克服了一般变步长 LMS 算法低信噪比环境下抗噪较差以及高信噪比环境下收敛较慢的缺点。计算机仿真结果表明,与传统 LMS 算法和 VSSLMS 算法相比,该算法收敛速度更快,均方误差更小,同时也具有良好的抗噪性能。

关键词 变步长 LMS 算法 自适应

中图分类号 TN911.72; **文献标志码** A

自适应滤波技术是现代信号处理的重要组成部分。自 1967 年威德诺等人提出自适应滤波器以来,在短短几十年中,自适应滤波技术已广泛应用于系统模式识别、自适应控制、通信信道的自适应均衡以及雷达信号处理等诸多领域。自适应滤波器实质上就是一种能够调节其自身传输特性以达到最优的维纳滤波器,图 1 为自适应滤波器的原理框图^[1]。

1960 年美国斯坦福大学 Widrow 和 Hoff 等提出了最小均方(LMS)自适应算法^[2]。由于 LMS 算法简单、计算量小、易于实现实时处理,广泛用于雷达、通信、声纳、系统辨识及信号处理等领域。然而,传统的固定步长 μ 的 LMS 算法在收敛速度、时变系统的跟踪能力和稳态失调之间的要求存在很大矛盾。小的步长 μ 可以确保稳态时具有小的失调,但是算法的收敛速度慢。如果为了获取快的收敛速度而选取大的 μ ,就会引起失调量的增加。因此,为了获得较快的迭代速度同时保证较小的失调量,人们提出了各种变步长 LMS 算法。这些变步长 LMS 自适应算法基本上

遵循如下的步长调整原则^[3]:在初始收敛阶段或未知系统参数发生变化时,步长应比较大,以便有较快的收敛速度或对时变系统的跟踪速度;而在算法收敛后,不管主输入端干扰信号多大,都保持很小的调整步长以达到很小的稳态失调噪声。本文在分析基本 LMS 算法和变步长 LMS 算法的基础上,提出了一种改进的变步长 LMS 算法。新算法的步长迭代因子同误差信号的相关值和误差信号本身有关,从而在滤波过程中,开始阶段能有一个比较大的步长,随着迭代过程的进行,步长减小并稳定在一个很小的数值,收敛加快,稳态误差也更小。

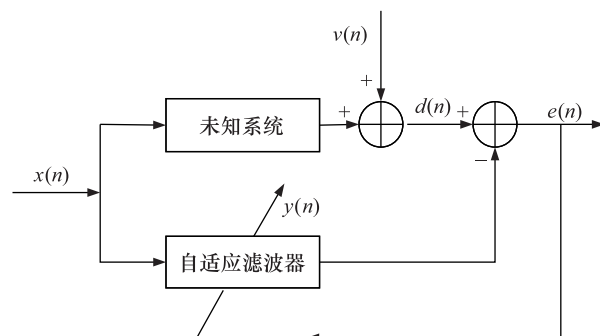


图 1 自适应滤波器原理框图

2011 年 6 月 3 日收到

第一作者简介:张伟伟(1984—),黑龙江绥化人,西北工业大学电子信息学院硕士研究生,研究方向:扩频通信抗干扰技术。E-mail: dongbeizhang@126.com。

1 LMS 算法

1.1 基本 LMS 算法

基本的固定步长 LMS 算法的迭代公式可以表述为:

$$e(n) = d(n) - X^T(n)W(n) \quad (1)$$

$$W(n+1) = W(n) + 2\mu e(n)X(n) \quad (2)$$

其中 $W(n)$ 是自适应滤波器 n 时刻的系数, $X(n)$ 是 n 时刻信号输入矢量, $d(n)$ 是期望信号, $e(n)$ 是输出误差, μ 是自适应算法的迭代步长, 并且满足 $0 < \mu < 1/\lambda_{\max}$ 时算法收敛, 其中, $\lambda_{\max}$ 是输入信号相关矩阵的最大特征值。基本 LMS 算法虽然算法简单, 易于实现, 但是由于其步长恒定, 收敛速度比较慢, 到达稳态后失调也较大。

1.2 变步长 LMS 算法

由于固定步长 LMS 算法的固有缺陷, 人们提出了许多变步长自适应滤波算法对基本 LMS 算法进行改进。Gtlin R. D 等曾提出了一种变步长自适应滤波算法^[4], 其步长因子 μ 随迭代次数 n 的增加而逐渐减小。Yasukawa 等提出了使步长因子 μ 正比于误差信号 $e(n)$ 的自适应滤波算法^[5]。为了改善滤波器性能, 覃景繁等人提出了一种新的变步长算法——SVSLMS 算法^[6], 该算法的步长 μ 是 $e(n)$ 的 Sigmoid 函数:

$$\mu(n) = \beta(1/(1 + \exp(-\alpha|e(n)|)) - 0.5) \quad (3)$$

该算法能同时获得较快的收敛速度、跟踪速度和较小的稳态误差。高鹰等人提出了另一种新的变步长算法——G-SVSLMS 算法^[7],

$$e(n) = d(n) - X^T(n)W(n) \quad (4)$$

$$\mu(n) = \beta(1 - \exp(-\alpha|e(n)|^2)) \quad (5)$$

$$W(n+1) = W(n) + 2\mu(n)e(n)X(n) \quad (6)$$

步长调整函数如式(7)所示。

$$\mu(n) = \beta(1 - \exp(-\alpha|e(n)|^2)) \quad (7)$$

式(7)中, 参数 $\alpha > 0$ 控制函数的形状, 参数 $\beta > 0$ 控制函数的取值范围。该函数比 Sigmoid 函数简单, 并且在误差 $e(n)$ 接近零处具有缓慢变化的特性, 克服了 Sigmoid 函数在自适应稳态阶段步长调整过程

中的不足。另外吕强等人提出了一种新的 VSSLMS 算法, 不直接用信号误差的平方去调节步长, 而是采用误差的相关值 $e(n)e(n-1)$ 去调节步长, 步长迭代如式(8)。

$$\mu(n) = \beta(1 - \exp(-\alpha|e(n)||e(n-1)|)) \quad (8)$$

该算法收敛速度快, 稳态误差小, 在低信噪比环境下性能很好。

1.3 改进的变步长 LMS 算法

在以上的变步长算法中, 由于 Sigmoid 函数过于复杂, 且在误差 $e(n)$ 接近零处变化太大, 不具有缓慢变化的特性, 使得 SVSLMS 算法在自适应稳态阶段仍有较大的步长变化, 从而影响稳态误差^[8]; 而 G-SVSLMS 算法在低信噪比环境下收敛速度、跟踪速度和稳态误差并不十分理想, 这就大大制约了其应用范围^[9]; 虽然新的 VSSLMS 算法在低信噪比环境下性能很好, 但在高信噪比环境下性能没有改善, 同原来的 G-SVSLMS 性能基本相同。

针对以上情况, 为了能在低信噪比和高信噪比环境下都能获得较好的性能, 本文提出的改进的变步长自适应滤波算法如下:

$$e(n) = d(n) - X^T(n)W(n) \quad (9)$$

$$\mu(n) = \beta(2 - e^{-\alpha_1|e(n)|^2} - e^{-\alpha_2|e(n)||e(n-1)|}) \quad (10)$$

$$W(n+1) = W(n) + 2\mu(n)e(n)X(n) \quad (11)$$

其中 $\alpha_1, \alpha_2 > 0$, 该算法综合考虑信号误差以及误差相关值对迭代步长的影响, 适当选取 α_1 和 α_2 , 既可克服低信噪比环境下 LMS 算法对噪声敏感的缺点, 又能在高信噪比环境下得到更好的收敛性能。

由于 LMS 自适应滤波算法的收敛条件是 $0 < \mu < 1/\lambda_{\max}$, 其中 $\lambda_{\max}$ 是输入信号自相关矩阵的最大特征值。因此 $\mu(n)$ 应满足: $0 < \mu(n) < 1/\lambda_{\max}$, 由此可得 $\beta < 1/2\lambda_{\max}$ 。在此条件下, 算法一定收敛, 但并不是满足 $\beta < 1/2\lambda_{\max}$ 条件的任意 α_1, α_2 和 β 都能能在初始收敛阶段 $\mu(n)$ 较大而在算法收敛后 $\mu(n)$ 较小。因此, 应适当选取 α_1, α_2 和 β 。

2 计算机仿真

本文在如下环境中进行模拟:(1) 自适应滤波

器阶数 $L=2$; (2) 未知系统的 FIR 系数为 $W=[0.8, 0.5]^T$; (3) 参考输入信号 $X(n)$ 是零均值, 方差为 1 的高斯白噪声; (4) $v(n)$ 为与 $X(n)$ 不相关的高斯白噪声, 其均值为零, 方差为 $\sigma_v^2=0.04$; (5) 选取满足条件的本算法参数 $\alpha_1=1.9, \alpha_2=2, \beta=0.2$ 。分别作 200 次独立的仿真, 采样点数为 500, 然后求其统计平均, 得出学习曲线如图 2 所示:

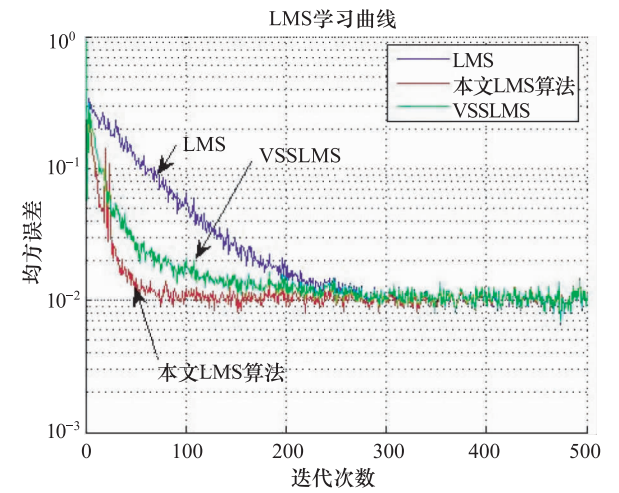


图2 LMS 学习曲线对比

由图 2 可以看出, 本文提出的改进 LMS 算法明显优于传统 LMS 算法和 VSSLMS 算法, 其收敛速度更快。此时, 根据信噪比定义, $SNR=10\lg\frac{P_x}{P_v}=10\lg\frac{\sigma_x^2}{\sigma_v^2}$, 信噪比约为 14 dB。

更换仿真条件, 将 $v(n)$ 换为均值为 0, 方差为 $\sigma_v^2=0.01$ 的高斯白噪声, 其余条件不变, 此时信噪比约为 20 dB, 得到学习曲线如图 3 所示。

由图 3 可以看出, 在高信噪比环境下, 本文提出的算法相对于原有的 VSSLMS 算法仍有很大的改进, 收敛更快, 均方误差也更小。

再次更换仿真条件, 将 $v(n)$ 更换为均值为 0, 方差为 $\sigma_v^2=0.79$ 的高斯白噪声, 其余条件不变, 信噪比约为 1 dB, 得到学习曲线如图 4 所示。

由图 4 可以看出, 在低信噪比环境下, 本文提出的 LMS 算法依然具有良好的性能, 收敛速度比其余方法更快, 并且对噪声不敏感, 所受影响很小。

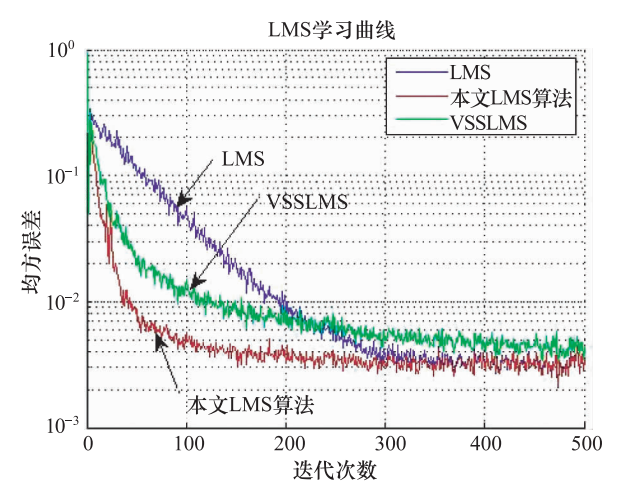


图3 高信噪比环境下的 LMS 学习曲线对比

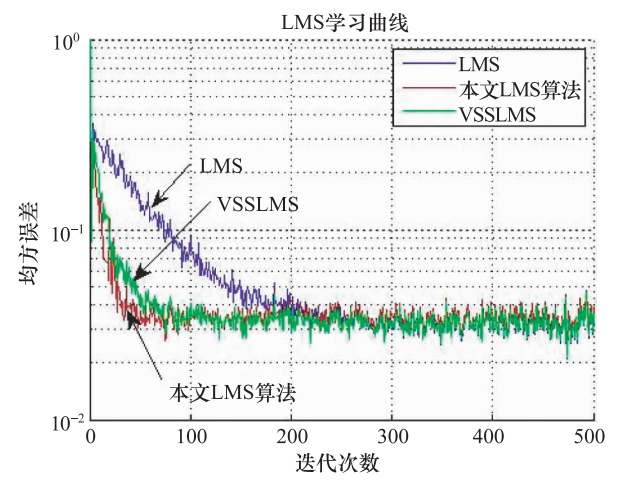


图4 低信噪比环境下 LMS 学习曲线对比

3 结束语

本文通过建立步长因子 $\mu(n)$ 与误差信号 $e(n)$ 之间的一种非线性函数关系提出了一种改进的变步长 LMS 算法, 利用误差信号以及误差信号相关值共同调整步长。分别在高信噪比, 低信噪比以及普通环境下分别进行仿真验证, 理论分析和计算机仿真结果表明该算法在三种环境下比传统 LMS 算法和 VSSLMS 算法都能收敛速度更快, 均方误差更小, 并且能保持较好的抗噪性能。

参 考 文 献

1

吴光弼,祝琳瑜.一种变步长 LMS 自适应滤波算法.电子学报.1994;22(1):55—60

2

Widrow B, Mccool J M, Larimore M G, *et al.* Stationary and nonstationary learning characteristics of the LMS adaptive filter. Proc IEEE, 1976;64(8): 1151—1162

3

孙恩昌,李于衡,张冬英,等.自适应变步长 LMS 滤波算法及分析.系统仿真学报.2007;19(14):3172—3175

4

Gitlin R D, Mazo J E, Taylor M G. On the design of gradient algorithms for digitally implemented adaptive filters. IEEE Trans on CT, 1973;20(2): 125—136

5

Yasukawa H, Shimada S, Furukawa I, *et al.* Acoustic echo canceller with high speech quality. ICASSP,1987: 2125—2128

6

覃景繁,欧阳景正.一种新的变步长自适应滤波算法.数据采集与处理,1997;12(3): 171—194.

7

高 鹰,谢胜利.一种新的变步长 LMS 自适应滤波算法及分析.电子学报,2001;29(8): 1094—1097

8

盛三元,王建华.一种新的变步长 LMS 自适应滤波算法.华东船舶工业学院学报(自然科学版),2002;16(3): 50—52

9

叶 华,吴伯修.变步长自适应滤波算法的研究.电子学报,1990;18(4):63—69

An Improved Variable Step Size LMS Adaptive Filtering Algorithm

ZHANG Wei-wei, LI Yong, PENG Yuan

(Airborne Composite Electronic Information System Innovative Laboratory, School of Electronics and Information, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710129, P. R. China)

[Abstract] An new improved variable step size LMS algorithm based on analyzing the traditional LMS algorithm and its improved algorithm are presented. The error signal and the error signal correlation value are used to adjust step, in order to overcome the general variable step size LMS algorithm's shortcomings of poor anti-noise performance under low SNR and slow convergence speed under high SNR. The computer simulation results show that, as compared with traditional LMS algorithm and VSSLMS algorithm, this algorithm converges faster, with smaller mean square error and good anti-noise performance.

[Key words] variable step size LMS algorithm adaptive