

一种应对空间碎片云的卫星特殊发射方案研究

芦小宇¹ 张占月¹ 卢 栋^{1,2} 郝大功¹

(装备指挥技术学院¹,北京 101416;中国酒泉卫星发射中心²,酒泉 735000)

摘要 在发射卫星时,考虑近地空间较为稠密的空间碎片层为使卫星更为安全有效地完成指定任务。采用一种椭圆停泊轨道,在卫星快速通过空间碎片层后进行机动变轨,使其进入预定轨道。在机动边界点的求解上,采用解析解和数值解对比的方法,降低了计算难度。最后以某一轨道为例,对不同机动点所消耗的能量进行了计算,给出了消耗能量最小的机动点,验证了算法的有效性。

关键词 空间碎片 轨道机动 能量最小

中图法分类号 V525.1; **文献标志码** A

人类的航天活动日益频繁,人造空间飞行器在外层空间也日益增多。一些失效的、无用的飞行器,加上这些飞行器的自身爆炸、相互碰撞,所形成的空间碎片也大量增加。有一些空间碎片将长期地滞留在外层空间轨道上。这些空间碎片在不同高度、不同轨道平面上运行,其密度越来越大,它们一层一层地围绕地球运转,既严重地污染外空环境,给地球、人类构成严重的威胁,也给人类的空间活动造成严重影响^[1]。在发射轨道高度大于 2 000 km(典型的为地球静止轨道)卫星时,考虑到目前地球大气层外 600 km 以内空间碎片较为密集,本文采取椭圆停泊轨道,在卫星快速穿过空间碎片密集区后再进行转移,使卫星进入到最终轨道。本文的目的为在已知停泊轨道上,求转移所需能量最小的机动点。

1 轨道转移模型

如图 1 所示,图 1 和图 2 分别表示地球赤道面及大气层外 600 km 空间碎片层,轨道 3 为椭圆停泊轨道,轨道 4 为地球静止轨道。轨道 5 为卫星终轨

道。 a 点和 d 点分别为椭圆停泊轨道上可进行轨道机动的两个边界点, b 点为其远地点, B 点为终轨道与静止轨道交点。为简化计算,取轨道 3 的轨道倾角为 30°,角 AOB 为直角,且 A 、 B 关于椭圆停泊轨道对称。则问题可描述为在 abd 某点上机动,使卫星进入到符合要求的终轨道上,求不同机动点的 ΔV 的大小。

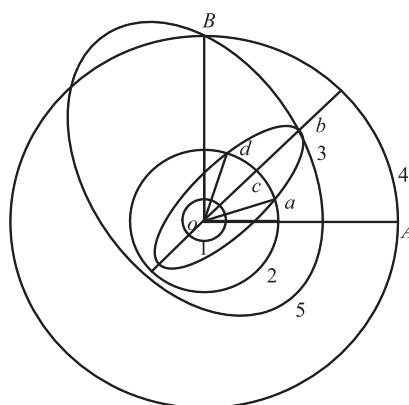


图 1 转移轨道示意图

2 转移能量计算模型

如图 2 所示的轨道模型,卫星在轨道 1 平面内运动,预计使航天器机动至轨道 2 平面的 B 点 ($OB = R$),两平面夹角为 ε ,在某一 t_0 时刻,航天器

2011 年 5 月 16 日收到,6 月 10 日修改

第一作者简介:芦小宇(1986—),山西大同人,硕士研究生,研究方向:航天装备体系优化与设计评估。

位于A点($OA = r$),设计机动轨道3满足 $\Delta V = V_2 - V_1$ 最小,即最省能量轨道^[2-4]。

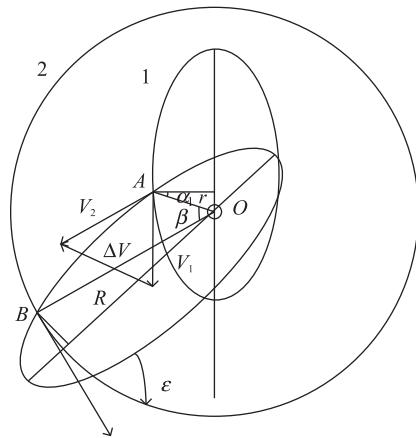


图2 转移能量计算示意图

$$\Delta V = V_1^2 + \frac{\mu}{r} \left(2 + d_1 + d_2 n + \frac{d_0 - 1}{n} \right) - 2V_1 \sqrt{\frac{\mu}{r}} (\sin \varphi_1 \sqrt{(d_2 - 1)n + 2 + d_1 + \frac{d_0 - 1}{n}} + \cos \varphi_1 \cos \epsilon / n) \quad (1)$$

式(1)中:

$$n = \frac{P}{r}, m = \frac{R}{r}; d_0 = \sec^2 \frac{\beta}{2};$$

$$d_1 = -(1 + \frac{1}{m}) \sec^2 \frac{\beta}{2};$$

$$d_2 = (1 - \frac{2 \cos \beta}{m} + \frac{1}{m^2}) \csc^2 \beta.$$

式(2)中 φ_1 为 V_1 的航迹角, β 为 \vec{r} 与 \vec{R} 之间的夹角。

由轨道极坐标运动方程可知^[3,4],对于轨道上任意一点的真近地点角

$$f = \arccos \frac{P - r}{er} \quad (2)$$

$$\text{又 } \tan \frac{E}{2} = \sqrt{\frac{1 - e}{1 + e}} \tan \frac{f}{2} \quad (3)$$

圆锥曲线轨道上任意点的航迹角

$$\varphi = \arctan \frac{e \sin E}{\sqrt{1 - e^2}} \quad (4)$$

根据活力公式

$$V_1 = \sqrt{\mu \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right)} \quad (5)$$

将式(2—5)带入方程(1)后,可知与 ΔV 有关的未知量只有 r 和 β ,则求出机动点的位置即可求出 ΔV 。

3 停泊轨道与空间碎片层的交点求解

由上述分析可知,球体空间碎片层与空间椭圆曲线的交点 a 和 d 是解决问题的关键所在,下面为 a 点和 d 点的解析求法。

在计算 a 和 d 这两个交点时,首先在地心大地直角坐标系下,建立球体方程

$$x^2 + y^2 + z^2 = r^2 \quad (6)$$

式(6)中 $r = R + 600$ km。

其次,需要求出初始轨道方程。在本文所给出的已知轨道长半轴 a ,短半轴 b ,轨道倾角 30° , A 点地心经度 α_1 , B 点地心经度 α_2 时,首先建立自然坐标系下空间椭球面,地心为其中点,则其方程为 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{d^2} = 1$,作平移变换,使地心为其靠近近地点的焦点,其方程为: $\frac{(x - c)^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{d^2} = 1$,再将其进行坐标系变换使其变换到地心大地直角坐标系下,具体步骤为:(a) y 轴不变,沿 x 轴向 z 轴方向旋转 30° 。(b)再令其 z 轴不变,绕其 z 轴逆时针旋转 $\alpha_1 + 45^\circ$ 。转换方程分别为:

$$\begin{cases} x' = \frac{\sqrt{3}}{2}x - \frac{z}{2} \\ y' = y \\ z' = \frac{x}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}z \end{cases} \quad (7)$$

$$\begin{cases} x'' = x' \cos(\alpha_1 + 45^\circ) + y' \sin(\alpha_1 + 45^\circ) \\ y'' = -x' \sin(\alpha_1 + 45^\circ) + y' x' \cos(\alpha_1 + 45^\circ) \\ z'' = z' \end{cases} \quad (8)$$

带入就可得到地心大地直角坐标系下椭球面方程

$$\frac{\left(\frac{\sqrt{3}}{2} \cos(\alpha_1 + 45^\circ)x - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin(\alpha_1 + 45^\circ)y + \frac{z}{2} - c \right)^2}{a^2} + \frac{(\sin(\alpha_1 + 45^\circ)x + \cos(\alpha_1 + 45^\circ)y)^2}{b^2} +$$

$$\left(-\frac{1}{2} \cos(\alpha_1 + 45^\circ) x + \frac{1}{2} \sin(\alpha_1 + 45^\circ) y + \frac{\sqrt{3}}{2} z \right)^2 = 1 \quad (9)$$

该方程再与平面 $\sqrt{3}z = y - \sqrt{3}x$ 和式(6)联立求解, 则可求出两交点。

4 数值分析

在自然坐标系下将空间椭圆曲线通过极坐标参数 α 进行离散化, 椭圆轨道远地点为其下标零点。在求出交点 a, d 的坐标后, 与椭圆曲线上点坐标进行比对, 由于通过离散参数 α 构造的椭圆曲线所取得的点不一定和通过解析解得到的点能够重合, 所以这里需要提供一种从解析解到数值解的过渡, 这可由通过解析解得到的点依次去和椭圆曲线的离散化点比对, 离得最近的两个点则可认为此解析解和离散点重合。

自然坐标系下离散椭圆曲线 α 与坐标 x, y, z 的关系如下:

$$\begin{aligned} \alpha &= \text{linspace}(0, 2\pi, 2000), x = \cos(\alpha) + c, \\ y &= b\sin(\alpha), z = \text{zero}(1:2000) \end{aligned}$$

再带入式(7), 式(8)中, 即可得到地心大地直角坐标系下的关系。

确定了 a, d 两个边界点所对应的椭圆离散数组下标后, 即可知道卫星飞出碎片层后所对应的轨道的全部数组下标和对应坐标。

在知道点的范围和点的坐标的情况下, 则可以根据以下公式,

$$\cos\alpha = \frac{y\alpha_1}{OB} - \frac{x\alpha_1}{OB}$$

其中, α 是 B 点与地心交线与上述所求得点 (candidate, 简称 C 点) 与地心交线的夹角, OB 是 C 点到地心的距离, x, y 为 C 点的横纵坐标。

接下来则可带入轨道转移能量模型中所讨论的公式求解出所要求得的量。

5 算例与分析

选取已知椭圆轨道, 其轨道倾角为 30° , 近地点和远地点地心距分别为 6500 km 、 10000 km 和 6500 km 和 15000 km 通过仿真计算可得如下关系图

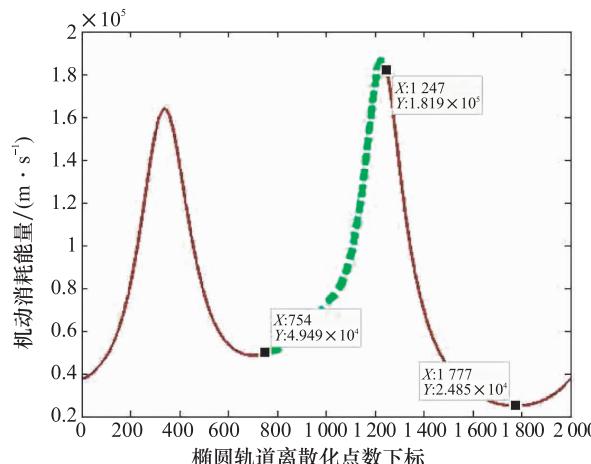


图 3 远地点地心距 10000 km

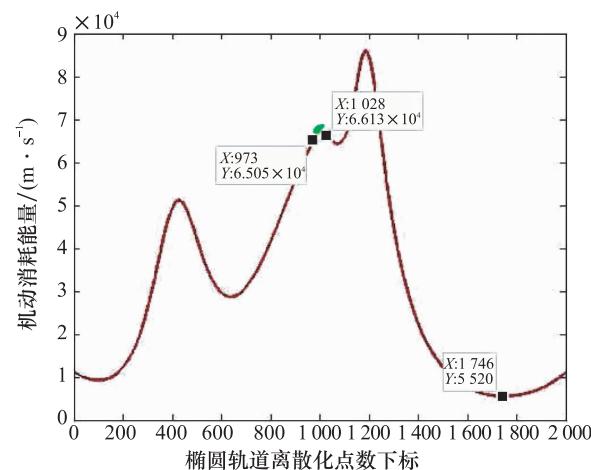


图 4 远地点地心距 15000 km

两图中横轴为椭圆轨道离散化点数下标量, 0 点下标为椭圆远地点, 数轴为机动消耗的能量。图 3 上图中下标 754 和下标 1247 所对应的轨道位置为之前所讨论的交点 a 和 d 。由之前分析可知, 图中交点 a, d 所对应的下标之间为未出空间碎片层时的轨道位置, 下标点 0—754 和下标点 1247—2000 为卫星运行出空间碎片层后可进行轨道机动的轨

道位置。由图可看出,在卫星运行过远地点后,转移能量会有一个大幅度的下降,并在下标为 1 777 所对应的位置进行机动时,转移能量最小。图 4 分析方法同上,由图可知,当远地点高度增加时,卫星处在空间碎片层的时间会大幅度降低,转移所需最小能量也会减小。

6 结束语

本文是对卫星快速通过空间碎片稠密层后再寻求最优机动点从而进入最终归道的研究,转移能量的大小与终轨道及停泊轨道的位置有关,如本文中终轨道需经过静止轨道 B 点。另外随着轨道高度的增大,卫星机动所需能量会随之减小,但是运

载火箭主动段入轨所需能量也会随之增大,因此在工程中需要综合考虑几方面内容,设计出最优方案。

参 考 文 献

- 1 王若璞,张超,朱凯.空间碎片环境及探测方法.军事测绘,2010;(1):23—25
- 2 王会利,和兴锁,张亚锋.空间作战拦截最优轨道设计.长春理工大学学报,2007;(6):51—54
- 3 张毅,杨耀辉,李俊莉.弹道导弹弹道学.长沙:国防科技大学出版社,1999
- 4 于小红,张雅声,李智.发射弹道与轨道基础.北京:国防工业出版社,2007
- 5 白洪波,冯书兴,朱丽萍,等.空间作战中固定时间轨道拦截的仿真研究.航天控制,2006;24(4):62—65

A Special Satellite Launching Proposal Research Designed to Handle Space Debris Cloud

LU Xiao-yu¹, ZHANG Zhan-yue¹, LU Dong^{1,2}, HAO Da-gong¹

(The Academy of Equipment Command & Technology¹, Beijing 101416, P. R. China;

Jiuquan Satellite Launch Center², Jiuquan 735000, P. R. China)

[Abstract] Given the heavy atmospheric density near the earth surface, an ellipse parking orbit is presented to help the satellite fleet through the debris layer of the atmosphere and fit into the designed the orbit to fulfill tasks more efficiently when launching the satellite. In the mobile boundary point by solving the analytical solution and numerical solution contrastive method, the computational difficulty is reduced. At last, based on a group of specific orbit parameters, the energy whit regard to the corresponding candidate point has been solved to testify the efficacy of the method proposed.

[Key words] space debris orbital motion minimum energy