第11卷 第20期 2011年7月
1671—1815(2011)20-4825-03

科 学 技 术 与 工 程
Science Technology and Engineering

Vol. 11 No. 20 July 2011
ⓒ 2011 Sci. Tech. Engng.

研究简报

数学

亚 BCI-代数直觉模糊理想的直积

陈 露

(陕西理工学院数学系,汉中 723000)

摘 要 讨论了亚 BCI 代数直觉模糊理想直积的性质。证明了亚 BCI 代数直觉模糊理想的直积仍然是直觉模糊理想。给出了直觉模糊理想的充要条件,拓展了亚 BCI 代数的研究内容和方法。

关键词 亚 BCI 代数 直觉模糊理想 直积

中图法分类号 O153.1; **文献标志码** A

自从 1966 年,K. Iseki 引入了 BCK-代数和 BCI-代数以来,随着 BCI-代数理论的发展,许多文献研究了结合 BCI-代数、广义结合 BCI-代数、拟结合 BCI-代数。作为 BCI-代数的推广,胡庆平引入了 BCH-代数的概念并讨论了它的相关性质[1]。作者推广了 BCH-代数,引入并讨论了亚 BCI-代数[2]。模糊集和直觉模糊集的概念被广泛地应用于 BCK-代数,BCI-代数,BCH-代数和亚 BCI-代数等各类代数系统[3,4]。本文在这些文献的基础上,将直觉模糊集的概念应用于亚 BCI-代数,引入亚 BCI-代数的直觉模糊理想的概念,讨论它的性质,进一步讨论直觉模糊理想直积的性质。

为了以下讨论方便,先给出相关的概念。

定义[2] 一个(2,0)型代数$(X,*,0)$称为亚 BCI-代数,如果对任意$x,y,z\in X$它满足条件:

(1) $x\times x=0$;

(2) $x\times 0=x$;

(3) $(x\times y)\times z=(x\times z)\times y$。

这里$*$是定义在X上的二元运算。

1 主要结果

定义 1.1 设X是亚 BCI-代数,形如

$$A=\{<x,u_A(x),v_A(x)>\mid x\in X\},$$

其中$0\leqslant u_A(x)+v_A(x)\leqslant 1$的三元组称为$X$上的一个直觉模糊集,$u_A:X\to[0,1]$和$\nu_A:X\to[0,1]$均为$X$上的普通模糊集,这里$u_A(x)$和$v_A(x)$分别表示$X$上元素$x$属于$A$的隶属度和非隶属度。

为方便起见,将直觉模糊集A记为

$$A=\{<x,u_A(x),v_A(x)>\mid x\in X\},$$

并用$IF[X]$表示X上所有直觉模糊集构成的集合。

定义 1.2 设$A\in IF[X]$,如果对任意$x,y\in X$,下面条件成立:

(IF1) $u_A(0)\geqslant u_A(x)$, $v_A(0)\leqslant v_A(x)$,

(IF2) $u_A(x)\geqslant\min\{u_A(x*y),u_A(y)\}$,

(IF3) $v_A(x)\leqslant\max\{v_A(x*y),v_A(y)\}$。

则称A是X的直觉模糊理想.

定义 1.3 设

$$A_1=\{<x,u_{A_1}(x),v_{A_1}(x)>\mid x\in X\},$$

$$A_2=\{<y,u_{A_2}(y),v_{A_2}(y)>\mid y\in X\}。$$

是亚 BCI-代数X的直觉模糊子集,定义A_1和A_2的

2011 年 3 月 18 日收到 陕西省教育厅科研专项基金项目(11JK0477)资助

作者简介:陈 露(1971—),女,陕西勉县人,副教授,硕士,研究方向:模糊代数,有序代数。

直积为 $A_1 \times A_2 = <z, u_{A_1 \times A_2}(z), v_{A_1 \times A_2}(z)>$,

其中 $z = (x,y) \in X \times X$,

$u_{A_1 \times A_2}(z) = \min(u_{A_1}(x), u_{A_2}(y))$,

$v_{A_1 \times A_2}(z) = \max(v_{A_1}(x), v_{A_2}(y))$。

定理 1.1 如果 A_1 和 A_2 是 X 的直觉模糊理想，则 $A_1 \times A_2$ 是 $X \times X$ 的直觉模糊理想。

证明：对于任意 $(x,y) \in X \times X$,

$$u_{A_1 \times A_2}((0,0)) = \min(u_{A_1}(0), u_{A_2}(0)) \geqslant \min(u_{A_1}(x), u_{A_2}(y)) = u_{A_1 \times A_2}((x,y))。$$

$$v_{A_1 \times A_2}((0,0)) = \max(v_{A_1}(0), v_{A_2}(0)) \leqslant \max(v_{A_1}(x), v_{A_2}(y)) = v_{A_1 \times A_2}((x,y))。$$

对于任意 $(x_1,y_1),(x_2,y_2) \in X \times X$,

$$u_{A_1 \times A_2}((x_1,y_1)) = \min(u_{A_1}(x_1), u_{A_2}(y_1)) \geqslant \min(\min\{u_{A_1}(x_1 * x_2), u_{A_1}(x_2)\},$$

$$\min\{u_{A_2}(y_1 * y_2), u_{A_2}(y_2)\}) = \min(\min\{u_{A_1}(x_1 * x_2), u_{A_2}(y_1 * y_2)\}, \min\{u_{A_1}(x_2), u_{A_2}(y_2)\}) = \min(u_{A_1 \times A_2}(x_1 \times x_2, y_1 \times y_2), u_{A_1 \times A_2}(x_2, y_2)) = \min(u_{A_1 \times A_2}((x_1,y_1) \times (x_2,y_2)), u_{A_1 \times A_2}(x_2, y_2))。$$

同样可证

$$v_{A_1 \times A_2}((x_1,y_1)) = \max(v_{A_1}(x_1), v_{A_2}(y_1)) \leqslant \max(v_{A_1 \times A_2}((x_1,y_1) \times (x_2,y_2)), v_{A_1 \times A_2}(x_2,y_2))。$$

由定义 1.2 可知 $A_1 \times A_2$ 是 $X \times X$ 的直觉模糊理想。

定理 1.2 如果 A_1 和 A_2 是 X 的直觉模糊理想，则

$$\prod(A_1 \times A_2) = <z, u_{A_1 \times A_2}(z), 1 - u_{A_1 \times A_2}(z)>$$

是 $X \times X$ 的直觉模糊理想。

证明：令 $w_{A_1 \times A_2}(z) = 1 - u_{A_1 \times A_2}(z)$，由定义 1.2 需要证明 $w_{A_1 \times A_2}(z)$ 满足定义条件(IF1)和(IF3)，而(IF1)显然成立。对于任意 $(x,y) \in X \times X$,

$$w_{A_1 \times A_2}(x) = 1 - u_{A_1 \times A_2}(x) \leqslant 1 - \min\{u_{A_1 \times A_2}(x \times y), u_{A_1 \times A_2}(y)\} \leqslant \max\{1 - u_{A_1 \times A_2}(x \times y), 1 - u_{A_1 \times A_2}(y)\} = \max\{w_{A_1 \times A_2}(x \times y), w_{A_1 \times A_2}(y)\}。$$

因此 $\prod(A_1 \times A_2)$ 是 $X \times X$ 的直觉模糊理想。

类似于定理 1.2 的证明，容易得到下面的定理。

定理 1.3 如果 A_1 和 A_2 是 X 的直觉模糊理想，则

$$\nabla(A_1 \times A_2) = <z, 1 - v_{A_1 \times A_2}(z), v_{A_1 \times A_2}(z)>$$

是 $X \times X$ 的直觉模糊理想。

由定理 1.2 和定理 1.3 不难证明下面的定理。

定理 1.4 如果 A_1 和 A_2 是 X 的直觉模糊理想，当且仅当 $\prod(A_1 \times A_2)$ 和 $\nabla(A_1 \times A_2)$ 都是 $X \times X$ 的直觉模糊理想。

定义 1.4 设 $A \in IF[X]$，如果对任意 $x,y \in X$，下面条件成立：

(IF2) $u_A(x) \geqslant \min\{u_A(x \times y), u_A(y)\}$,

(IF3) $v_A(x) \leqslant \max\{v_A(x \times y), v_A(y)\}$,

(IF4) $u_A(0 * x) \geqslant u_A(x), v_A(0 \times x) \leqslant v_A(x)$,

则称 A 是 X 的直觉模糊闭理想。

与定理 1.1 到定理 1.4 类似，下面的几个定理可以采用同样的方法证明，这里只给出定理 1.5 的证明。

定理 1.5 如果 A_1 和 A_2 是 X 的直觉模糊闭理想，则 $A_1 \times A_2$ 是 $X \times X$ 的直觉模糊闭理想。

证明：对于任意 $(x,y) \in X \times X$,

$$u_{A_1 \times A_2}((0,0) * (x,y)) = u_{A_1 \times A_2}((0 \times x, 0 \times y)) = \min(u_{A_1}(0 \times x), u_{A_2}(0 \times y)) \geqslant \min(u_{A_1}(x), u_{A_2}(y)) = u_{A_1 \times A_2}((x,y))。$$

同样可得 $v_{A_1 \times A_2}((0,0) \times (x,y)) \leqslant v_{A_1 \times A_2}((x,y))$，所以 $A_1 \times A_2$ 是 $X \times X$ 的直觉模糊闭理想。

定理 1.6 如果 A_1 和 A_2 是 X 的直觉模糊闭理想，则

$$\prod(A_1 \times A_2) = <z, u_{A_1 \times A_2}(z), 1 - u_{A_1 \times A_2}(z)>$$

是 $X \times X$ 的直觉模糊闭理想。

定理 1.7 如果 A_1 和 A_2 是 X 的直觉模糊闭理想，则

$$\nabla(A_1 \times A_2) = <z, 1 - v_{A_1 \times A_2}(z), v_{A_1 \times A_2}(z)>$$

是 $X \times X$ 的直觉模糊闭理想。

定理 1.8 如果 A_1 和 A_2 是 X 的直觉模糊闭理想，当且仅当 $\prod(A_1 \times A_2)$ 和 $\nabla(A_1 \times A_2)$ 都是 $X \times X$ 的直觉模糊闭理想。

2　结论

本文在亚 BCI-代数中引入了直觉模糊理想和直觉模糊闭理想的概念,讨论直觉模糊理想直积的相关性质,并利用直积给出了亚 BCI-代数直觉模糊理想的充要条件。同样,也讨论了直觉模糊闭理想的相关结果。这些研究结果丰富了亚 BCI-代数的研究内容和方法。

参　考　文　献

1　胡庆平. BCI-代数. 西安:陕西科学技术出版社,1987,220—260

2　陈　露,蒲义书. 亚 BCI-代数及其理想. 纯粹数学与应用数学,2005;21(3):250—254

3　王丰效. Quasi-associative ideals and quasi-associative fuzzy ideals in BCH-algebras. 模糊系统与数学,2007;21(3):33—37

4　陈　露,王丰效. On Rough Fuzzy Subalgebras of Sub-BCI-Algebras. ICMS2009,2009;5:301—305

Direct Product of Intuitionistic Fuzzy Ideals of Sub-BCI-Algebras

CHEN Lu

(Department of Mathematics, Shaanxi University of Technology, Hanzhong 723000, P. R. China)

[**Abstract**]　To introduce the concept of the direct product of intuitionistic fuzzy ideals of sub-BCI-algebras, some of its properties are established. The direct product of intuitionistic fuzzy ideals for sub-BCI-algebras is also an intuitionistic fuzzy ideal. The investigation method and content of sub-BCI-algebras are extended.

[**Key words**]　sub-BCI-algebra　　intuitionistic fuzzy ideal　　direct product

(上接第 4824 页)

Analysis on Stability of HDPE Geomembrane on Steep Slope in Landfill

QIAO Xiong, TANG Yan-dong

(School of Civil Engineering, Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050, P. R. China)

[**Abstract**]　The region's sanitary landfills, situated in the west of china, are always set in mountainous gully, so that the Municipal Solid Waste Sanitary Landfill Specification (CJJ 17—2004) cannot be used for the design and construction in anchorage engineering of HDPE geomembrane. Based on finite element software, MIDAS/GTS, simulation analysis method, Stability of HDPE geomembrane on Steep Slope in Landfill in a place of Gansu is taken as research object. As landfill content increased in altitude the foundation of deformation and the tensile slope stability of HDOE membrane is investigated. Results show that: as landfill content increased in altitude, the stress of HDPE sheet increased, maximum settlement is only 0.4 mm. As landfill content increased in altitude, the tensile stress of HDPE sheet increased, maximum tensile stress occurs at the bottom of anchorage ditch, 0.62 MPa.

[**Key words**]　sanitary landfill　　HDPE geomembrane　　steepslope　　the finite element method