

七自由度仿人机械手的逆运动学分析

韩致信 严 镭 任燕宏
(兰州理工大学机电工程学院,兰州 730050)

摘 要 对一种7自由度仿人机械臂进行了运动学分析,在求出正运动学问题的基础上,运用位姿分离的方法对其逆运动学进行了运算。这种方法计算量比较小,适合实时控制。在 MATLAB 环境下,用 Robotics Toolbox 工具箱对该机器人的逆运动学、运动轨迹等进行了仿真,验证了计算的正确性。

关键词 逆运动学 仿人机械手 位姿分离 仿真

中图法分类号 TP241; **文献标志码** A

7 自由度手臂在灵活度及避障能力等方面优越于6 自由度手臂,有着广泛的应用。目前美国日本等国家已研制出了七自由度机器人系统^[1],以满足在不同环境下的各种作业需求。但是由于存在冗余自由度,所以求其逆运动学解十分复杂且计算量庞大。常用方法为简化后使用代数迭代法,基于SVD 分解的加权最小二乘法^[2]等,均在计算和机构要求上存在一定的缺点。现针对仿人机械手的特点,采用位姿分离的方法求逆解,计算量较小,保留了完整的机构,并对其进行了仿真分析。

表 1 所示。

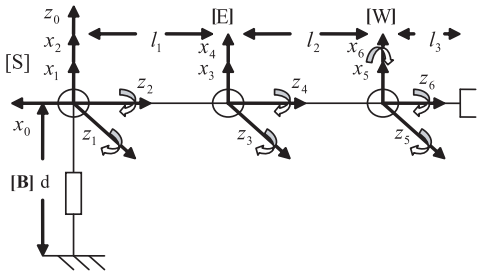


图 1 仿人机械臂机构简图

1 正运动学分析

1.1 机械手结构及其参数表

这种仿人机械手共有 7 个自由度,分别由 2 自由度的肩关节、2 自由度的肘关节、3 自由度的腕关节及末端执行器组成。

此机械手可表示为如图一所示的机构简图。将其各坐标系以 $\{O_i\}$ 表示,此图符合 Denavit—Hartenberg 齐次变换矩阵表示法,根据机器人运动学参数描述的规定及连杆坐标系的选择方法^[3,4],可将 7 自由度仿人机械臂的连杆参数分别写出,如

表 1 仿人机械臂连杆参数

关节角 θ	长度 a	偏距 d	转角 $\alpha/(^{\circ})$	$\sin\alpha$	$\cos\alpha$
θ_1	0	0	-90	-1	0
θ_2	0	0	90	1	0
θ_3	0	l_1	-90	-1	0
θ_4	0	0	90	1	0
θ_5	0	l_2	-90	-1	0
θ_6	0	0	90	1	0
θ_7	0	0	90	1	0

1.2 正运动学运算

将绕坐标系 $\{O_i\}$ 的 x_i 轴旋转 α_i 角度的变换记为: $\text{rot}(x_i, \alpha_i)$, 将沿 x_i 轴平移 a_i 距离的变换记为: $\text{trans}(x_i, a_i)$, 并且将相邻坐标变换组合规定为: 先绕 z_{i-1} 轴旋转 θ_i 角, 沿其平移 d_i , 再沿 x_i 轴平移 a_i ,

绕其旋转 α_i 角,则可得到运动坐标系 $\{O_{i-1}\}$ 到 $\{O_i\}$ 间一般变换的表达形式

$${}_{i-1}^{-1}T = \text{rot}(z_{i-1}, \theta_i) \text{trans}(z_{i-1}, d_i) \text{trans}(x_i, a_i) \text{rot}(z_i, \theta_i) =$$

$$\begin{bmatrix} \cos(\theta_i) & -\sin(\theta_i)\cos(\alpha_i) & \sin(\theta_i)\sin(\alpha_i) & a_i\cos(\theta_i) \\ \sin(\theta_i) & \cos(\theta_i)\cos(\alpha_i) & -\cos(\theta_i)\sin(\alpha_i) & a_i\sin(\theta_i) \\ 0 & \sin(\alpha_i) & \cos(\alpha_i) & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

上述矩阵中的各参数均由表 1 给出,在求得每个坐标系的相邻变换矩阵 ${}_{i-1}^{-1}T$ 后,则坐标系 $\{O_0\}$ 相对于坐标系 $\{O_n\}$ 的变换矩阵可由下式得到:

$${}^0_nT = {}^0_1T {}^1_2T {}^2_3T \cdots {}^{n-1}_nT \quad (2)$$

由上式即可得到仿人机械臂的正运动学方程,将各连杆参数的关节变量代入可直接求得,它表示了末端执行器的中心点相对于基坐标系的位置和姿态。

2 逆运动学运算

逆运动学运算是正运动学的逆向求解过程,即根据已知的末端执行器的位置和姿态,求解相应的关节变量^[2]。由于仿人机械手的肩关节与肘关节的运动即可确定其腕关节相对于基础坐标系的位置,故采用位姿分离的方法,分别由前 4 个自由度得到位置逆解,后 3 个自由度得到姿态逆解。

2.1 θ_4 的求取

如果已知末端执行器中心点的位姿矩阵为

$${}^0_7T = \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & p_x \\ n_y & o_y & a_y & p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

其中向量 $n = [n_x, n_y, n_z]^T$ 、 $o = [o_x, o_y, o_z]^T$ 、 $a = [a_x, a_y, a_z]^T$ 构成的矩阵描述了姿态,向量 $P = [p_x, p_y, p_z]^T$ 描述了位置。由式(1)与式(2)可求得 0_5T , 并且其第四列元素即为 $P = [p_x, p_y, p_z]^T$ 。

$$\begin{aligned} p_x &= (c_1c_2c_3s_4 - s_1s_3s_4 + c_1s_2c_4)l_2 + c_1s_2l_1 \\ p_y &= (s_1c_2c_3c_4 - c_1s_3s_4 + s_1s_2c_4)l_2 + s_1s_2l_1 \\ p_z &= (-s_2c_3s_4 + c_2c_4)l_2 + c_2l_1 \end{aligned} \quad (4)$$

其中 c_i 为 $\cos\theta_i$, s_i 为 $\sin\theta_i$ 。将上式写成比较简单的形式,有:

$$\begin{aligned} p_x &= gc_1 - u_1s_1 \\ p_y &= gs_1 + u_1c_1 \\ p_z &= -u_3s_2 + u_2c_2 \end{aligned} \quad (5)$$

其中 $u_1 = s_3s_4l_2$, $u_2 = c_4l_2 + l_1$, $u_3 = c_3s_4l_2$, $g = k_2s_2 + k_3c_2$ 。对式(5)计算 $p_x^2 + p_y^2 + p_z^2$, 可得

$$\theta_4 = \arccos\left(\frac{p_x^2 + p_y^2 + p_z^2 - l_1^2 - l_2^2}{2l_1l_2}\right) \quad (6)$$

并可由此计算出角速度 $\dot{\theta}_4$ 。

2.2 θ_1 、 θ_2 、 θ_3 的求取

对式(4)两边求导,可得

$$\dot{P} = J(\theta)\dot{\theta} \quad (7)$$

其中 $\dot{P}$ 为腕点中心的移动速度向量, $\dot{\theta}$ 为腕关节角速度, $J(\theta)$ 为雅克比矩阵。式(7)表示了机械手的微分运动过程,其中雅克比矩阵 $J(\theta)$ 为末端执行器速度 $\dot{P}$ 与关节角速度 $\dot{\theta}$ 的“广义传动比”^[5], 可由向量 $P = [p_x, p_y, p_z]^T$ 对各关节角 θ_i 求偏导数矩阵得到, 其表达式为:

$$J(\theta) = \begin{bmatrix} \frac{\partial p_x}{\partial \theta_1} & \frac{\partial p_x}{\partial \theta_2} & \frac{\partial p_x}{\partial \theta_3} & \frac{\partial p_x}{\partial \theta_4} \\ \frac{\partial p_y}{\partial \theta_1} & \frac{\partial p_y}{\partial \theta_2} & \frac{\partial p_y}{\partial \theta_3} & \frac{\partial p_y}{\partial \theta_4} \\ \frac{\partial p_z}{\partial \theta_1} & \frac{\partial p_z}{\partial \theta_2} & \frac{\partial p_z}{\partial \theta_3} & \frac{\partial p_z}{\partial \theta_4} \end{bmatrix} \quad (8)$$

由于 θ_4 已经解出,则式(7)变形可有

$$\dot{\theta}_i = J(\theta)_{3 \times 3}^{-1}(\dot{P} - J(\theta)_4\dot{\theta}_4) \quad (9)$$

其中 $J(\theta)_{3 \times 3}$ 为式(8)的前三列, $J(\theta)_4$ 为式(8)的第四列。当给出一定的末端执行器速度 $\dot{P}$ 时,由式(9)即可求得各关节角的角速度,进而可得各关节角为

$$\theta_i = \theta_i^0 + \dot{\theta}_i dt \quad (10)$$

其中 θ_i^0 各关节角初始位置, dt 为采样间隔时间。

2.3 θ_5 、 θ_6 、 θ_7 的求取

由式(2)可得

$${}^4_5T_6^6T_7T = ({}^0_4T)^{-1}({}^{10}_7T) \tag{11}$$

其中等式右边均为已知量或已求得的量,再对式(11)用解析法求逆解,过程为

$${}^5_6T_7T = ({}^4_5T)^{-1}({}^{10}_7T) \Rightarrow \begin{bmatrix} c_6c_7 & s_6 & c_6s_7 & 0 \\ s_6c_7 & -c_6 & s_6s_7 & 0 \\ s_7 & 0 & -c_7 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} c_5n'_x + s_5n'_y & c_5o'_x + s_5o'_y & c_5a'_x + s_5a'_y & c_5p'_x + s_5p'_y \\ -n_z & -o_z & -a_z & -p_z \\ -s_5n'_x + c_5n'_y & -s_5o'_x + c_5o'_y & -s_5a'_x + c_5a'_y & -s_5p'_x + c_5p'_y \\ l_2n_z & l_2o_z & l_2a_z & l_2p_z + 1 \end{bmatrix}$$

由对应的(3,2)元素相等可得: $\theta_5 = \text{atan2}(o_y, o_x)$,由对应的(1,2)(2,2)元素相等可得: $\theta_6 = \text{atan2}(c_5o'_x + s_5o'_y, -o_z)$,由对应的(3,1)(3,3)元素相等可得 $\theta_7 = \text{atan2}(c_5n'_y - s_5n'_x, s_5a'_x - c_5a'_y)$ 。至此,所有关节角度均求出。

3 仿真分析

3.1 机构模型仿真

在 MATLAB7.0 环境下,以表 1 所列的机械臂连杆参数为基础,运用 Robotics Toolbox 工具箱的 drivebot() 命令^[6],可以看到该机械手模型的三维运动图。通过驱动滑块界面中的滑块,用手动的方式来设置机械手各关节的关节角,使机械臂达到各种位置。结果表明该机械手能达到正常人体手臂的各种运动功能,证明了此结构的合理性,如图 2 所示。

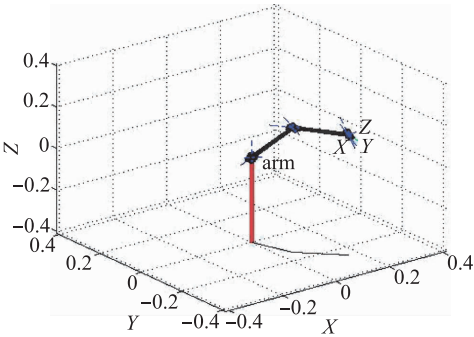


图2 机械臂机构仿真图

3.2 关节角运动仿真

将机械手各杆件参数设置为 $l_1 = 0.245\text{ m}$, $l_2 = 0.22\text{ m}$,用 MATLAB 函数 randn(3,3)^[7]生成一个随机矩阵并设置一定的末端移动位置,得到最终位姿矩阵为

$$\begin{bmatrix} -0.832\ 3 & 0.714\ 3 & 0.858\ 0 & 0.257\ 3 \\ 0.294\ 4 & 1.623\ 6 & 1.254\ 0 & -0.156\ 7 \\ -1.336\ 2 & -0.691\ 8 & -1.593\ 7 & 0.219\ 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

假定关节速度均为 1 m/s, $\theta_1^0, \theta_2^0, \theta_3^0$ 为 0.1 rad, 采样间隔时间为 0.1 s,根据第二节所示的方法与上述姿态矩阵,分别求取 $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5, \theta_6, \theta_7$, 计算得: $\begin{bmatrix} -1.085\ 8 & 0.747\ 5 & 1.054\ 5 & 1.284\ 9 \\ 0.578\ 9 & 1.226\ 0 & -0.927\ 9 \end{bmatrix}$,以上各数均为各关节角的弧度值。

然后根据计算数据进行关节角运动的仿真,设置采样时间为 6 s,间隔为 0.1 s,用命令 jtraj() 构建轨迹^[8]并用 subplot() 指令绘制图形,分别得到关节角 $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ 和 $\theta_5, \theta_6, \theta_7$ 的运动轨迹图形,如图 3 和图 4 所示。

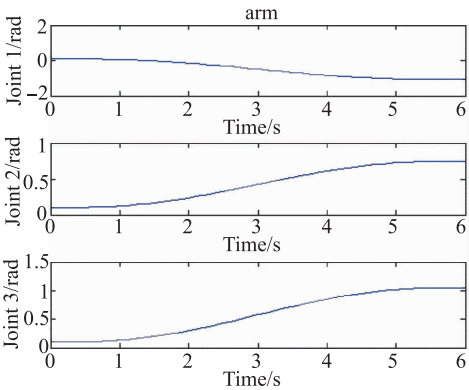


图3 关节1~3运动轨迹图

从仿真的运动过程来看,机械臂运行稳定,轨迹平滑且连贯,说明了此仿人机械手结构及参数设定的正确性。从各关节角运行轨迹图来看,各关节运动变化正常,各连杆没有运动错位的情况,说明计算方法的正确性,可以根据设计的参数实现预定的目标。

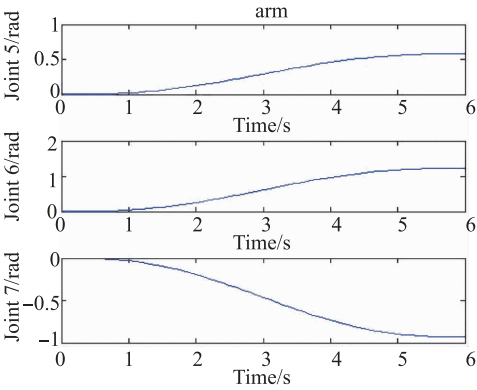


图4 关节5~7运动轨迹图

4 结语

研究了七自由度仿人机械臂复杂的实时逆运动学求解问题,通过对比,采用位姿分解方法,使含有冗余度的多自由度逆运动学问题降为四自由度的

位置逆运动学问题与三自由度的姿态逆运动学问题,不但保留了七自由度的机构特点,而且计算量小、实时性较好。最后通过仿真验证了计算方法的正确性,其仿真运动过程有良好的效果。

参 考 文 献

1 周东辉. 七自由度机器人逆运动学研究. 山东轻工业学院学报, 1995;9(4):56—60

2 时凯飞,李瑞峰. 7 自由度仿人手臂运动学研究. 哈尔滨工业大学学报,2003;35(7):806—808

3 张春林. 高等机构学. 北京:北京理工大学出版社,2006

4 Craig J J. Introduction to robotics mechanics and control. 机械工业出版社,2006

5 孟庆鑫,王晓东. 机器人技术基础. 哈尔滨工业大学出版社,2006

6 马 江. 六自由度机械臂控制系统设计与运动学仿真. 北京工业大学,2009

7 吴 斌,毕丽蕴. Matlab 编程实例与技巧. 人民邮电出版社,1994: 38—120

8 罗家佳,胡国清. 基于 MATLAB 的机器人运动仿真研究. 厦门大学学报(自然科学版),2005;44(5):640—644

Inverse Kinematics Analysis of A Humanoid Robot

HAN Zhi-xin, YAN Lei , REN Yan-hong

(College of Mechano-Electronic Engineering , Lanzhou Univ. of Tech. , Lanzhou 730050, P. R. China)

[Abstract] The analysis of kinematic on a 7 DOF anthropomorphic manipulator is presented. Calculated on the basis of kinematics problem using the method of separation of the position and orientation for the computation of its inverse kinematics. The computational quantity of this method are relatively small, suitable for real-time control. Then in the MATLAB environment, using Robotics Toolbox to simulated the robot inverse kinematics and motion trajectory.

[Key words] inverse kinematics humanoid robot pose separation analysis