第 11 卷 第 8 期 2011 年 3 月
1671—1815(2011)8-1655-05
科 学 技 术 与 工 程
Science Technology and Engineering
Vol. 11 No. 8 Mar. 2011
© 2011 Sci. Tech. Engng.

论 文

数学

非均匀 Chemostat 竞争模型的渐近性

李海侠
(宝鸡文理学院 数学系,宝鸡 721013)

摘 要 研究了一类非均匀 chemostat 竞争模型解的渐近性。运用比较原理、极值原理和半动力系统的一致持久性理论进行研究。得到了物种灭绝和持续共存的条件。非均匀 chemostat 竞争模型在适当条件下物种能持续共存。

关键词 chemostat 模型 比较原理 极值原理 持续 渐近性
中图法分类号 O175.26; **文献标志码** A

chemostat 又称为恒化器,是一个用来培养单种或多种微生物种群的培养器,在微生物生态学中起很重要的作用。实践证明,对这种模型进行数学分析是可行的,模型中的参数是可测的,且有关实验是合理的。关于恒化器模型及其各种推广模型的研究是目前非常活跃的研究课题,人们对模型进行各种各样的改进和推广使其更逼真地描述自然现象。因此恒化器广泛应用于微生物培养、废料处理、生物制药和食品加工等领域,研究这类模型具有非常现实的意义。

现讨论一类非均匀的 chemostat 竞争模型。Ryder Dibiasio[1] 曾推导出这样的一个质粒载体的微生物与质粒自由的微生物(plasmid-bearing and plasmid-free organisms)之间相互竞争的 chemostat 模型

$$\begin{cases} S' = (S^0 - S)D - x_1\sigma_1(S) - x_2\sigma_2(S) \\ x'_1 = x_1(f_1(S)(1-q) - D) \\ x'_2 = x_2(f_2(S) - D) + qx_1f_1(S) \\ S(0) \geqslant 0, x_i(0) \geqslant 0 (i=1,2), t>0 \end{cases} \tag{1}$$

这里 $S(t)$ 表示在时间 t 时的营养浓度,$x_1(t)$ 是质粒载体的微生物在时刻 t 时的浓度,$x_2(t)$ 是质粒自由的微生物在 t 时的浓度,S 的消耗率和 x_i 的生长率分别是 σ_1, σ_2, f_1 和 f_2,在转化过程中失去质粒的概率为 q,因而 $0<q<0$。S^0 为营养源的输入增量,D 为营养物的排出率。当 $\sigma_1(S) = \sigma_2(S)$ 时,文献[1]已经研究了平衡解的局部稳定性,文献[2]用 $\sigma_i(S) = \dfrac{f_i(S)}{r}(i=1,2)$ 来代替 $\sigma_i(S)$,对 $f_i(S)$ 为特殊的功能反应函数的模型即 Monod 模型和 Andrews 模型进行了详尽的讨论。文献[3]研究了式(1)在不同介质下解的情况,文献[4]讨论的是带抑制剂的模型,文献[5]对式(1)进行了全局分析。

如今,人们运用反应扩散方程理论来研究生态领域中的数学模型,已成为一个相当热门的课题。本文在模型式(1)的基础上,加入了扩散项,考虑质粒载体的微生物与质粒自由的微生物之间竞争的未搅拌的 chemostat 模型,模型可由一组反应扩散方程表示

2010 年 11 月 22 日收到 宝鸡文理学院重点科研基金(ZK10106)资助
作者简介:李海侠(1978—),陕西宝鸡人,讲师,硕士,研究方向:偏微分方程及其计算可视化。

$$
\begin{cases}
S_t = d\Delta S - \dfrac{au}{\gamma}f_1(S) - \dfrac{bv}{\gamma}f_2(S),\ x \in \Omega,\ t>0; \\
u_t = d\Delta u + (1-q)auf_1(S),\ x \in \Omega,\ t>0; \\
v_t = d\Delta v + bvf_2(S) + qauf_1(S),\ x \in \Omega,\ t>0; \\
\dfrac{\partial S}{\partial n} + rS = S^0, \dfrac{\partial u}{\partial n} + ru = 0,\ x \in \partial\Omega,\ t>0; \\
\dfrac{\partial v}{\partial n} + rv = 0,\ x \in \partial\Omega,\ t>0; \\
S(0,x) = S_0(x) \geqslant 0,\ \text{不恒为}\ 0,\ x \in \Omega; \\
u(0,x) = u_0(x) \geqslant 0,\ \text{不恒为}\ 0,\ x \in \Omega; \\
v(0,x) = v_0(x) \geqslant 0,\ \text{不恒为}\ 0,\ x \in \Omega。
\end{cases} \tag{2}
$$

其中 Ω 是一个 R^N 中带有光滑边界$\partial\Omega$ 的有界区域，$f_i(S) = \dfrac{S}{a_i + S}$，$a_i > 0$，最大生长率 $a>0$，$b>0$，且在边界上 r，$S^0 \geqslant 0$，不恒为 0。

从方程可以看出该 chemostat 模型物种 u 和 v 共同竞争营养物 S。对该系统的研究对于保持生态平衡，保持生态环境甚至挽救濒临灭绝的珍稀生物等具有十分重要的实际意义。而种群的持续生存性是对生态系统稳定性的一个重要刻画，是人们普遍关注的一个问题。为此研究系统式(2)的解的持续性，即考察当 $t\to\infty$ 时，方程(2)的解恒为正数还是趋向于零。

1 单物种的渐近性

引理 1 系统式(2)在 $t>0$，$x\in\Omega$ 上存在非负有界解 $S(t,x)$，$u(t,x)$，$v(t,x)$ 且对于某些 α 满足

$$\|\gamma\ S(t,\cdot) + u(t,\cdot) + v(t,\cdot) - z\|_\infty = O(e^{-\alpha t}),\ (t\to\infty)$$

其中 $z = z(x) = \gamma\ S(x) + u(x) + v(x)$，$(S(x),u(x),v(x))$是式(2)的平衡态解。

证明 解的局部存在性由文献[6]定理 14.2 可得，解的非负性可利用抛物形方程的比较原理证明。

令 $w(t,x) = \gamma\ S(t,x) + u(t,x) + v(t,x) - z(x)$，由于 $z(x)$满足

$$
\begin{cases}
d\Delta z = 0, & x \in \Omega; \\
\dfrac{\partial z}{\partial n} + rz = \gamma S^0, & x \in \partial\Omega。
\end{cases}
$$

所以 $w(t,x)$满足

$$
\begin{cases}
w_t = d\Delta w, & x \in \Omega; \\
\dfrac{\partial w}{\partial n} + rw = 0, & x \in \partial\Omega; \\
w(0,x) = \gamma S(0,x) + u(0,x) + v(0,x) - z(x), & x \in \Omega。
\end{cases} \tag{3}
$$

令 $w(t,x) = \varphi(x)Y(t,x)\mathrm{e}^{-\alpha t}(\alpha>0)$，其中 $\varphi(x)$为

$$
\begin{cases}
d\Delta\varphi + \lambda\varphi = 0,\ x \in \Omega; \\
\dfrac{\partial\varphi}{\partial n} + r\varphi = 0, \quad x \in \partial\Omega。
\end{cases}
$$

的主特征函数，对应的特征值为 η_0，则 $\varphi(x) > 0\ (x\in\Omega)$。

将 $w(t,x)$的表达式代入方程(3)得

$$
\begin{cases}
d\Delta Y - Y_t + 2d\dfrac{\nabla\varphi}{\varphi}\nabla Y + (-\eta_0 + \alpha)Y = 0,\ x \in \Omega; \\
\dfrac{\partial Y}{\partial n} = 0, \quad x \in \partial\Omega
\end{cases} \tag{4}
$$

令 α 满足 $0<\alpha<\eta_0$，由最大值原理可知 $Y(t,x)$的最大值不能在区域内部和边界上取到，则有 $Y(t,x) \leqslant \max\limits_{x\in\bar\Omega} Y(0,x)$。相似的，在式(4)中用 $-Y$ 代替 Y，得到 $Y(t,x) \geqslant -\min\limits_{x\in\bar\Omega} Y(0,x)$。所以 $|Y(t,x)| \leqslant C$(对于某个 $C>0$)，即 $Y(t,x)$有界，原式得证。

由文献[7]可知系统式(2)的解在 $C^+ \times C^+ \times C^+$ 上产生了一个半动力系统，其中 C^+ 是带有 L^∞ 范数的 $\bar\Omega$ 上的非负、连续函数的集合。定义此半动力系统为 $P(t)x$，其中向量 x 对应于式(2)中的三个初值。而且对于 $t>0$，算子 $P(t)$是紧的[8]。引理 1 表明系统式(2)的半动力系统是点耗散的，因此有一个全局吸引子[8]，而且由引理 1 可知吸引子在 $S+u+v-z=0$ 的子集上。

由引理 1，通过变换 $z(x) = \gamma S(t,x) + u(t,x) + v(t,x) + \varepsilon$，且 $f_i(S)$定义如下

$$
\hat{f}_i(S) =
\begin{cases}
f_i(\gamma S), & S \geqslant 0; \\
\tan^{-1}\left(\dfrac{2\gamma S}{a_i} + 1\right) - \dfrac{\pi}{4}, & S < 0。
\end{cases}
$$

容易看出 $\hat{f}_i(S) \in C^1(R)$。为方便起见用 $f_i(S)$来记 $\hat{f}_i(S)$，于是式(2)成为它的极限系统

$$\begin{cases} u_t = d\Delta u + (1-q)auf_1(z-u-v), \\ \qquad x\in\Omega,\ t>0; \\ v_t = d\Delta v + bvf_2(z-u-v) + qauf_1(z-u-v), \\ \qquad x\in\Omega,\ t>0; \\ \dfrac{\partial u}{\partial n}+ru=0, \dfrac{\partial v}{\partial n}+rv=0,\ x\in\partial\Omega,\ t>0; \\ \qquad u(0,x)=u_0(x)\geqslant 0,\ \text{不恒为}\,0,\ x\in\Omega; \\ \qquad v(0,x)=v_0(x),\ \text{不恒为}\,0,\quad x\in\Omega。\end{cases} \tag{5}$$

由文献[6]可知式(5)在一个小邻域内有解$(u(t,x),v(t,x))$。因为$u_0(x)\geqslant 0, v_0(x)\geqslant 0$,不恒为0,所以由抛物型方程初边值问题的比较原理可知$u(t,x)>0$, $v(t,x)>0$, $x\in\Omega, t>0$。

下面讨论单物种的渐近性。

由方程(5)可知,当$v(t,x)\equiv 0$时,$u(t,x)\equiv 0$,所以不存在单个物种u。如果式(5)中初值$u_0(x)\equiv 0$,则由最大值原理可知$u(t,x)\equiv 0$,从而我们得到关于v的方程

$$\begin{cases} v_t = d\Delta v + bvf_2(z-v),\ x\in\Omega,\ t>0; \\ \dfrac{\partial v}{\partial n}+rv=0,\ x\in\partial\Omega,\ t>0; \\ v(0,x)=v_0(x)\geqslant 0,\ \text{不恒为}\,0,\ x\in\Omega。\end{cases} \tag{6}$$

设μ_1是下面特征值问题

$$\begin{cases} \Delta\varphi + \mu\varphi f_2(z)=0,\ x\in\Omega; \\ \dfrac{\partial\varphi}{\partial n}+r\varphi=0,\ x\in\partial\Omega。\end{cases}$$

的主特征值。

由文献[7]的定理3.1和定理3.2及部分引理可得单物种v的持续生存和消亡的一些结论。

定理1　如果$b<\mu_1 d$且$v(t,x)$是式(6)的解,那么$\lim\limits_{t\to\infty}v(t,x)=0$。

引理2　如果$b>\mu_1 d$且$v(t,x)$是式(6)的解,则有$\limsup\limits_{t\to\infty}\|v(t,\cdot)\|_\infty>0$。

定理2　如果$b>\mu_1 d$且$v(t,x)$是式(6)的解,那么式(6)的平衡态方程存在惟一的正解θ,且$\lim\limits_{t\to\infty}v(t,x)=\theta$。

2　解的渐近性

在单物种结论的基础上,讨论系统式(2)解的渐近行为。

设λ_1是特征值问题

$$\begin{cases} \Delta\varphi + \lambda\varphi f_1(z)=0,\quad x\in\Omega; \\ \dfrac{\partial\varphi}{\partial n}+r\varphi=0,\qquad x\in\partial\Omega。\end{cases}$$

由定理1并结合文献[7]的部分引理可得如下引理。

引理3　若$u(t,x)$为方程

$$\begin{cases} u_t = d\Delta u + (1-q)auf_1(z-u),\ x\in\Omega,\ t>0; \\ \dfrac{\partial u}{\partial n}+ru=0,\qquad x\in\partial\Omega,\ t>0; \\ u(0,x)=u_0(x)\geqslant 0,\ \text{不恒为}\,0,\ x\in\Omega \end{cases}$$

的解,则当$a<\dfrac{\lambda_1 d}{1-q}$时,$\lim\limits_{t\to\infty}u(t,x)=0$。

引理4　设$u(t,x),v(t,x)$是式(5)的解,

(1)如果$a<\dfrac{\lambda_1 d}{1-q}, b<\mu_1 d$,那么$\lim\limits_{t\to\infty}u(t,x)=0$, $\lim\limits_{t\to\infty}v(t,x)=0$。

(2)如果$a<\dfrac{\lambda_1 d}{1-q}, b>\mu_1 d$,那么$\lim\limits_{t\to\infty}u(t,x)=0$, $\lim\limits_{t\to\infty}v(t,x)=\theta$。

证明　(1) 由式(5)可知

$u_t = d\Delta u + (1-q)af_1(z-u-v)u < d\Delta u + (1-q)af_1(z-u)u$。

令$U(t,x)$为以下方程的解

$$\begin{cases} U_t = d\Delta U + (1-q)af_1(z-U)U,\ x\in\Omega,\ t>0; \\ \dfrac{\partial U}{\partial n}+rU=0,\ x\in\partial\Omega,\ t>0; \\ U(t_0,x)>u(t_0,x),\ x\in\Omega。\end{cases}$$

则根据比较原理有$0<u<U$。由引理3可知,若$a<\dfrac{\lambda_1 d}{1-q}$,则$\lim\limits_{t\to\infty}U(t,x)=0$,所以$\lim\limits_{t\to\infty}u(t,x)=0$。

(2) 如果$b>\mu_1 d$,则由定理2可知当$t\to\infty$时,式(6)的解趋于θ。假设$\tilde v$是方程(6)满足$\tilde v(0,x)=v(0,x)$的解,因为式(5)的解v是式(6)的一个上解,所以对充分大的t, $\tilde v\leqslant v$。又因为$\tilde v\to\theta(t\to\infty)$,所以存在$T$,当$t>T$时,对$\forall\varepsilon>0$, $(1-\varepsilon)\theta\leqslant\tilde v$。因此当$t>T$时,$u$是方程

$$\begin{cases}\omega_t = d\Delta\omega + (1-q)af_1(z-\omega-(1-\varepsilon)\theta)\omega,\ t>T;\\ \dfrac{\partial\omega}{\partial n} + r\omega = 0,\ t>T;\\ \omega(T,x) = u(T,x),\end{cases} \tag{7}$$

的一个下解。如果 $a < \dfrac{\lambda_1 d}{1-q}$,即 $a(1-q) < \lambda_1 d$,所以 $\delta_1(a(1-q)f_1(z)) < 0$,其中 $\delta_1(f(x))$ 是问题 $\delta_1\varphi = d\Delta\varphi + f(x)\varphi$ 在相应边界条件下的主特征值。则由特征值的连续性可知

$$\delta_1(a(1-q)f_1(z-(1-\varepsilon)\theta)) < 0。$$

于是由文献[9]可知方程(7)的正解 $\omega\to 0(t\to\infty)$。而对充分大的 t,$u\leqslant\omega$,所以 $u\to 0(t\to\infty)$。考虑由式(5)定义的 $C^+\times C^+$ 上的半动力系统,此时 ω-极限集在 $\{0\}\times C^+$ 上。而式(5)带有 $u_0(x)\equiv 0$,$v_0(x)\geqslant 0$,不恒为0的任意解 $v(t,x)$ 都是式(6)的解。又因为 $b>\mu_1 d$,所以由定理2可知 $v\to\theta(t\to\infty)$。

下面考察物种 u 和 v 的持续性。

以下看点 $(0,\theta)$ 和 $(0,0)$ 的稳定性。对系统式(5)在 $(0,\theta)$ 处线性化可得

$$\begin{cases}u_t = d\Delta u + (1-q)af_1(z-\theta)u,\ x\in\Omega,\ t>0;\\ v_t = d\Delta v + [bf_2(z-\theta) - b\theta f'_2(z-\theta)]v;\\ -[b\theta f'_2(z-\theta) - qaf_1(z-\theta)]u,\ x\in\Omega,\ t>0;\\ \dfrac{\partial u}{\partial n} + ru = 0, \dfrac{\partial v}{\partial n} + rv = 0,\ x\in\partial\Omega,\ t>0。\end{cases}$$

令 $u(t,x) = p(x)\mathrm{e}^{\lambda t}$,$v(t,x) = q(x)\mathrm{e}^{\lambda t}$,则

$$\lambda p(x) = d\Delta p + (1-q)af_1(z-\theta)p(x) \tag{8}$$

$$\lambda q(x) = d\Delta q + [bf_2(z-\theta) - b\theta f'_2(z-\theta)]q(x) - [b\theta f'_2(z-\theta) - qaf_1(z-\theta)]p(x) \tag{9}$$

$$\frac{\partial p}{\partial n} + rp = 0 \tag{10}$$

$$\frac{\partial q}{\partial n} + rq = 0 \tag{11}$$

令 $\lambda(a)$ 是特征值问题式(8)和式(10)的最大特征值,而且 $\lambda(a)$ 关于 a 严格递增,当 a 很小时 $\lambda(a)<0$,当 $a\to+\infty$ 时,$\lambda(a)\to+\infty$。因此存在惟一的 a^*,使得 $\lambda(a^*)=0$。由式(8)—式(11)的结构可知当 $a>a^*$ 时,$\lambda(a)>0$。于是 $M_1=(0,\theta)$ 不稳定。而 $M_2=(0,0)$ 总是不稳定的。

定理3 如果 $b>\mu_1 d$,$a>a^*$,则系统式(5)持续。即 u 和 v 共存。

证明 由前面可以知道系统式(5)在 $C^+\times C^+$ 上产生了点耗散的半动力系统。又由强极值原理可知式(5)在 ∂Y_0 上的解只有 $(u,0)$ 和 $(0,v)$。因为 $(0,0)$ 不满足初值,由 $(u,0)$ 的解可得 $v=0$,对于 $(0,v)$ 的解由定理2可知,当 $b>\mu_1 d$ 时,$v\to\theta$。所以系统式(5)的 $\omega(\partial Y_0)$ 包含 $M_2=(0,0)$ 和 $M_1=(0,\theta)$,$(0,\theta)$ 吸引着 $(0,v)$($v\geqslant 0$,不恒为0),$(0,0)$ 吸引着 $(u,0)$($u\geqslant 0$,不恒为0)。

令 $M=\{M_1,M_2\}=\{(0,\theta),(0,0)\}$,则 M 是 $\omega(\partial Y_0)$ 的覆盖。从这些特点可以看出 $\omega(\partial Y_0)$ 是非循环的。下面只需证明 $W^s(M_k)\cap Y_0=\varnothing$ 和 $\omega(\partial Y_0)$ 孤立即可。

假设 $W^s(M_1)$ 在上存在使得 $u_0>0$,$v_0>0$ 的 (u_0,v_0)。令 $u(t,x)$,$v(t,x)$ 是式(5)满足

$$\begin{cases}u(0,x) = u_0,\ v(0,x) = v_0,\\ \lim\limits_{t\to\infty} u(t,x) = 0,\ \lim\limits_{t\to\infty} v(t,x) = \theta,\end{cases}$$

的正解。则对任意 $\varepsilon_1>0$,$\varepsilon_2>0$,存在 $t_0>0$ 使 $t\geqslant t_0$ 时,$-\varepsilon_1\leqslant u(x,t)\leqslant\varepsilon_1$,$\theta-\varepsilon_2\leqslant v(x,t)\leqslant\theta+\varepsilon_2$。所以 $u(t,x)$ 满足

$$u_t = d\Delta u + (1-q)auf_1(z-u-v) \geqslant d\Delta u + (1-q)auf_1(z-\varepsilon_1-\theta-\varepsilon_2)。$$

令 $U(t,x)$ 是方程(12)

$$\begin{cases}U_t = d\Delta U + (1-q)af_1(z-\varepsilon_1-\theta-\varepsilon_2)U,\\ \dfrac{\partial U}{\partial n} + rU = 0,\\ 0 < U(t_0,x) < u(t_0,x)\end{cases} \tag{12}$$

的解。则由比较原理可知 $0<U(t,x)<u(t,x)$。

令 $U(t,x) = Z(t,x)\psi(x)\mathrm{e}^{\beta(t-t_0)}$,其中 $\beta>0$ 待定,$\psi(x)>0$ 是特征值问题式(8)和式(10)的主特征值 $\lambda(a)$ 对应的主特征函数。则 $Z(t,x)$ 满足

$$\begin{cases}d\Delta Z - Z_t + 2d\dfrac{\nabla Z\cdot\nabla\psi}{\psi} + \dfrac{1}{\psi}[d\Delta\psi + \\ (1-q)af_1(z-\varepsilon_1-\theta-\varepsilon_2)\psi - \beta\psi]Z = 0,\\ \dfrac{\partial Z}{\partial n} = 0,\end{cases}$$

而

$d\Delta\psi + (1-q)af_1(z-\theta)\psi + (1-q)af_1(z-\varepsilon_1-\theta-\varepsilon_2)\psi - \beta\psi - (1-q)af_1(z-\theta)\psi = \lambda(a)\psi + (1-q)a[f_1(z-\varepsilon_1-\theta-\varepsilon_2) - f_1(z-\theta)]\psi - \beta\psi$,
则当 $\beta>0$, $\varepsilon_1>0$, $\varepsilon_2>0$ 很小时,上式 >0。因此 $d\Delta Z - Z_t + 2d\dfrac{\nabla Z\cdot\nabla\psi}{\psi}<0$。于是由最小值原理可知

$$Z(t,x)\geqslant Z(t_0,x)\geqslant\inf_{x\in\bar\Omega}\frac{U(t_0,x)}{\psi(x)}=C>0。$$

所以 $u(t,x)>U(t,x)\geqslant C\psi(x)e^{\beta(t-t_0)}$。这与 $\lim\limits_{t\to\infty}u(t,x)=0$ 矛盾,所以 $W^s(M_k)\cap Y_0=\varphi$。则如同文献[10]由持续性定理[9]可知系统式(5)一致持久,即 u 和 v 共存。

由上述结论,得出系统式(2)的解的渐近行为。

定理 4 令 $S(t,x)$,$u(t,x)$,$v(t,x)$ 为式(2)的正解,

(1) 如果 $a<\dfrac{\lambda_1 d}{1-q}$,$b<\mu_1 d$,那么

$\lim\limits_{t\to\infty}S(t,x)=z(x)$, $\lim\limits_{t\to\infty}u(t,x)=0$,
$\lim\limits_{t\to\infty}v(t,x)=0$;

(2) 如果 $a<\dfrac{\lambda_1 d}{1-q}$,$b>\mu_1 d$,那么

$\lim\limits_{t\to\infty}S(t,x)=z(x)-\theta$, $\lim\limits_{t\to\infty}u(t,x)=0$,
$\lim\limits_{t\to\infty}v(t,x)=\theta$;

(3) 如果 $a>a^*$,$b>\mu_1 d$,则系统式(2)一致持久,即 u 和 v 共存。

参 考 文 献

1 Ryder D F, Dibiasio D. An operational strategy for unstable recombinant DNA cultures. Biotech-nology and Bioengineering, 1984; 26: 942—947

2 Stephanepoulis G, Lapidas G. Chemostat dynamics of plasmid-bearing and plasmid-free mixed recombinant cultures. Chem Engng Sci, 1988; 43: 49—57

3 Hsu S B, Waltman P. Competition between plasmid-bearing and plasmid-free organisms in selective media. Chemical Engineering Science, 1997;52: 23—35

4 Lu Z Q, Hadeler K P. Model of plasmid-bearing, plasmid-free competition in the chemostat with nutrient recycling and an inhibitor. Math Bios, 1998;148:147—159

5 陆志奇. 微生物之间竞争模型的全局分析. 河南大学学报(自然科学版), 1996;24(4): 1—4

6 Smoller J. Shock waves and reaction-diffusion equations. Springer-Verlag, 1983

7 Hsu S B, Waltman P. On a system of reaction-diffusion equations arising from competition in an unstirred chemostat. SIAM J Appl Math, 1993; 53: 1026—1044

8 Hale J K. Asymptotic behavior of dissipative systems. American Mathematical Society Providence RI,1988

9 Hale J K, Waltman P. Persistence in infinite-dimensional systems. SIAM J Math Anal, 1989; 20: 388—295

10 Cantrell R S, Cosner C, Hutson V. Permanence in some diffusive Lotka-Volterra models for three interacting species. Dynam systems Appl, 1993; 2: 505—530

Asymptotic Behavior of the Competition Model in the Unstirred Chemostat

LI Hai-xia

(Department of Mathematics, Baoji University of Arts and Sciences, Baoji 721013, P. R. China)

[**Abstract**] The asymptotic behavior of solutions to a kind of the competition model in the unstirred chemosat is discussed. The comparison principle, maximum principle and theory of permanence in semi-dynamical systems were used. The conditions for the exclusion and persistence of the competitors are obtained. Persistence of the competitors exist for the competition model in the unstirred chemosat under appropriate conditions.

[**Key words**] chemostat model comparison principle maximum principle permanence asymptotic behavior