第 10 卷　第 27 期　2010 年 9 月
1671—1815(2010)27-6766-03

科　学　技　术　与　工　程
Science Technology and Engineering

Vol. 10　No. 27　Sep. 2010

限制条件下应急设施选址数目优化模型及算法

毛晓蛟　龚　俐
(南京师范大学强化培养学院,南京 210046)

摘　要　以往应急设施选址模型大多仅考虑应急现场在网络图顶点,应急设施在任意点的情况。因此提出了考虑应急现场与应急设施均可位于网络图任意点的情况,在有应急事件限制下,以达到设施数目最少为目标的一种城市应急设施选址模型,相比之下该模型更具有操作性与实用性。结合集合运算的思想,提出了一种模型的求解算法,计算实例表明了该模型的正确性与算法的可行性。

关键词　应急限制　　选址数目　　模型　　算法
中图法分类号　TP301.6;　　　**文献标志码**　A

在城市规划与建设中,消防中心、救护中心等城市应急设施的选址是重点考虑的问题。城市应急设施选址问题均可抽象为网络选址模型,且已有部分成熟的研究成果,我国的何建敏、方磊、刘春林等[1,2]在应急领域做了许多有意义的工作,并广泛应用于火灾、交通事故、医疗抢救等具体领域。

在给定限制条件下的应急设施的选址问题中,建模通常要考虑两个问题,一是要满足限制条件,二是使选址成本尽量小[3],建站成本相同时即建站数目要少。但是大多数模型研究的均是应急现场位于网络顶点和应急设施位于网络顶点或边上的选址问题[1—4],对于应急现场与应急设施均可位于网络的边上的情况讨论较少[5]。因此现主要讨论在应急现场与应急设施均可位于网络图边上的情况下,满足时间条件限制的设站数目最少问题。

1　相关概念

网络图是由一系列的顶点和边组成的,仅以无向图为例,提出网络图中顶点到边的距离以及点到边的距离两个概念。

首先网络图可以用符号 $G=(V,E)$ 表示,$V=\{v_1,v_2,\cdots,v_n\}$ 为图 G 的顶点集合,$E=\{e_1,e_2,\cdots,e_m\}$ 为图 G 的边集合,元素 $e_k(v_i,v_j)$ 表示边的两个端点分别为顶点 v_i,v_j,$b(e_k)$ 表示边 e_k 的长度。

顶点到边的距离指顶点 v_k 到边 $e_k(v_i,v_j)$ 上最远点的距离[5],用 $d(k,(i,j))$ 表示,无向图中有 $d(k,(i,j))=(d(k,i)+d(k,j)+b(i,j))/2$。

定义点 x_k 是边 $e_k(v_i,v_j)$ 上的一点,它距 v_i 的距离为 $xb(e_k)$,可以表示为 $x(i,j)$,其中 $x\in[0,1]$。那么我们可以得到点 x_k 到网络图中边 $e_g(v_p,v_q)$ 的最大距离,本文记这个最大距离为 $d(x(i,j),(p,q))$。由于图 G 为无向图,且在 $e_k(v_i,v_j)\neq e_g(v_p,v_q)$ 时有:$d(x(i,j),(p,q))=\min\{d(i,(p,q))+xb(i,j),d(j,(p,q))+(1-x)b(i,j)\}$。

2　模型建立

在规划建设应急设施的时候,通常希望达到以最小的成本来满足整个网络所有点需求的目的,一般建设一个应急设施需要的成本比较大[6],因此比较关心满足应急要求的最少的应急设施数目是多少。假设接到报警后救援车辆以匀速 $\vec{v}$ 形式,并且要保证在 T 时间内到达,道路网络理想状况下,可以提出以下模型:

$$\min \sum c_{x(i,j)} \tag{1}$$

s. t.

2010 年 6 月 16 日收到
第一作者简介:毛晓蛟(1988—),男。E-mail:631131991@qq.com。

$$\forall e(p,q), \exists x \quad \min_{\substack{1\leqslant i\leqslant n \\ i\leqslant j\leqslant n \\ i\neq j}} \{d(x(i,j),(p,q)) \mid c_{x(i,j)} = 1\} \leqslant \vec{v}T \tag{2}$$

$$c_{x(i,j)} = \begin{cases} 1, & \text{点 } x(i,j) \text{ 是应急设施点} \\ 0, & \text{点 } x(i,j) \text{ 不是应急设施点} \end{cases} \tag{3}$$

模型中 $c_{x(i,j)}$ 表示网络图边上的点 $x(i,j)$ 是否为应急设施点,(1)式为模型的目标函数,目标函数的值代表网络中应急设施的个数。(2)式的条件是为了保证网络中任意一点都至少有一个应急设施能够在规定时间内到达,因此对于任意一条边而言,候选设施点集到该边的最远距离中至少要有一个小于 $\vec{v}T$ 这一距离上限,否则就是设施点数目过少或者设施点布局错误。

3　模型求解算法

由于网络图边上的点是连续的,所以该模型的求解要比通常仅考虑顶点的网络选址模型要复杂得多,采用枚举试探的方法是无法对模型进行求解的,利用集合运算的思想对模型求解进行初步的探讨。

若网络图中有 m 条边,对任意一条边 $e(p,q)$ 而言,可以定义一个集合:只要网络中其他边上的点到 $e(p,q)$ 的距离小于规定最大救援距离,则这些点就属于这个集合。集合可以用 $P = \{x(i,j) \mid k \in [1, m]$ 且 $\underset{e_k(i,j)}{d}(x(i,j),(p,q)) \leqslant \vec{v}T\}$ 表示,选取集合内的点作为应急设施点,边 $e(p,q)$ 就可以得到救援保障,最终可以得到 m 个这样的集合。需要选择 N 个应急设施点,且要满足不存在不包含 N 个设施点中任何点的集合,同时 N 的取值要最小。从集合运算的角度,可以利用韦恩图来确定 N 的值。

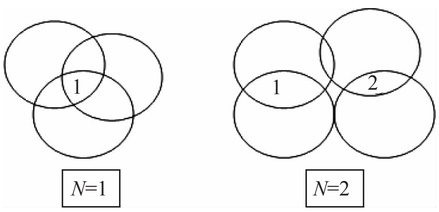

图 1　韦恩图确定应急设施数目

在这个思想的指导下,提出一种解题算法。假设一个无向图中,有 m 条边,应急设施数目为 N。

步骤 1　循环求出网络图中每条边周围到该边距离最远距离小于 $\vec{v}T$ 的点集,可以得到 m 个集合,集合中元素的数据结构为:

Index	StartV	EndV	X[ ]

其中 Index 表示边的编号,StartV 与 EndV 表示边的两个顶点编号,X[ ]表示这条边上满足条件的点 x_{Index} 的取值区间,以线性表 List1 保存这 m 个集合。

步骤 2　从 List1 的 m 个集合中任取两个集合 A、B,求他们的交集 $A\cap B$。若 $A\cap B\neq\varphi$,则记录下交集 $A\cap B$,否则分别保存 A、B 两个集合,结果均储存在 List2 中,最后从 List1 中删除 A、B 两个集合。

步骤 3　从 List1 中任取出一个集合 C 依次与 List2 中集合作求交,直到找到第一个与其交集不为空的集合 A',用集合 $C\cap A'$ 替换集合 A',然后从 List1 中删除集合 C,重复步骤 3,直到 List1 为空,跳转到步骤 5;否则转到步骤 4。

步骤 4　若 C 与 List2 所有集合的交集全部为空,则将集合 C 添加到 List2 中,然后从 List1 中删除 C,跳转到步骤 3。

步骤 5　List2 中集合的个数,就是满足模型的最少应急设施数目。

4　选址算例

现有一个区域的网络图如下,边的权重代表距离,假设应急救援距离的上限是 5,首先利用 Floyd 算法可以得到网络图的最小距离矩阵 S。根据顶点间的距离矩阵,可以算出顶点与边的最短距离,最终可以得到点到边的最短距离。

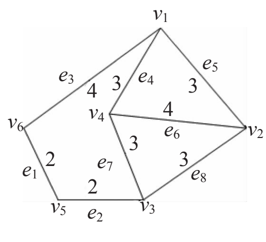

图 2　算例网络图

$$S=\begin{bmatrix} 0 & 3 & 6 & 3 & 6 & 4 \\ 3 & 0 & 3 & 4 & 5 & 7 \\ 6 & 3 & 0 & 3 & 2 & 4 \\ 3 & 4 & 3 & 0 & 5 & 7 \\ 6 & 5 & 2 & 5 & 0 & 2 \\ 4 & 7 & 4 & 7 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

图 3　最小距离矩阵 S

利用前面提出的算法进行求解,可以得到初始的 8 个的集合,经过循环求交后最终得到 2 个的应急设施候选点集合,结果如下:

$$P_1 \cap P_2 \cap P_3 = \left\{ e_1\left(x \in \left[\frac{1}{2}, 1 \right] \right), \quad e_3\left(x \in \left[\frac{3}{4}, 1 \right] \right) \right\},$$

$$P_4 \cap P_5 \cap P_6 \cap P_7 \cap P_8 = \left\{ e_4(x = 1), \ e_6\left(x = 1 | x = \frac{1}{2} \right), \ e_7(x = 1) \right\}。$$

因此,该地区必须设置两个应急设施站点,才能保证满足网络中所有点的需求,且两个候选点可分别从上面两个集合中选取。可以看出,两个应急设施分别保障了网络中编号为 1,2,3 和编号为 4,5,6,7,8 的边上的点。

上述计算实例仅给出了 6 个顶点,8 条边的比较简单的网络图的选址情况,但是实际中城市的道路交通网络是错综复杂的,在进行求解的时候还要考虑时间与空间复杂度的优化问题。

5 结束语

提出的选址模型解决了限制条件下,最少应急设施点数目的问题,且考虑了应急设施与救援现场均可位于道路网的边上的情况。它比以往的选址模型更具有普遍性与实用性,对于以城市道路网为基础的选址问题提供了理论支持,且通过实际算例实证该模型与算法是切实有效的。

但是本文模型没有涉及对于点的权重问题的讨论,并且只探索了在无向图的情况下的相关问题,在今后的研究中可以从这两个方面入手进行更加符合实际选址问题的模型的建立和解算。

参 考 文 献

1 何建敏,刘春林,曹 杰,等. 应急管理与应急系统—选址、调度与算法. 北京:科学出版社,2005

2 方 磊,何建敏. 城市应系统优化选址决策模型和算法. 管理科学学报,2005;8(1):12—16

3 龙 文,黄汉明,李小勇,等. 多目标城市应急系统选址问题的免疫算法. 广西物理,2008;29(2):26—28

4 何寿奎. 城市消防站点布局的改进启发式算法. 数学的实践与认识,2008;38(1):144—147

5 盛晓春,程 锋. 一般绝对中心点网络选址问题. 温州大学学报(自然科学版),2009;30(3):41—45

6 韩 强,宿 洁. 一类应急服务设施选址问题的模拟退火算法. 计算机工程与应用,2007;43(14):202—203

The Minimum amount Model and Algorithm of Emergency Facility under Time Restriction

MAO Xiao-jiao, GONG Li

(Intensification Culture College, Nanjing Normal University, Nanjing 210046, P. R. China)

[**Abstract**] Considering the emergency facilities and rescue points can all on any single points of network graph, a minimum amount model of emergency facility under time restriction is given. This model is more universal and applied than other optimal location models which only discuss the situation that rescue points are on the vertex points of network graph. A corresponding algorithm is given which uses set operation thought. At last, count and analyses are done concerned with an example; the result shows the model is right and the algorithm is feasible.

[**Key words**] time restriction amount model algorithm