

# 基于分数傅里叶变换的数字水印算法

孟 晓 张春燕 申传家 汤中泽

(安徽大学, 合肥 230039)

**摘要** 随着多媒体技术和互联网的飞速发展, 基于数字水印技术的多媒体信息版权保护成为一个研究热点。其中数字水印是一种版权保护和信息安全的一种有效手法。分析了一种基于分数阶傅里叶变换(FRFT)的乘性水印算法, 仿真实验结果证明, 算法具有很好的安全性和不可见性, 不仅可以很好的抵抗常用的信号处理操作, 对几何攻击也有很好的鲁棒性。

**关键词** 分数傅里叶变换 数字水印 鲁棒性

**中图法分类号** TP309.2; **文献标志码** A

随着信息时代的到来, 特别是网络的普及, 多媒体信息交流达到了前所未有的深度和广度。当人们的视觉和听觉享受着多媒体信息带来的喜悦, 无限制地复制, 修改, 篡改数字音乐和图像。同时, 媒体原创者的利益难以得到保护, 信息的安全保护问题日益突出。数字水印技术就是在这种背景下发展起来的, 作为一种重要的版权保护手段, 它的应用研究和应用越来越广泛。数字水印是将版权信息隐藏于被保护的数字信息内, 因而有效地数字水印算法应具有水印信息得不可见性, 抗噪音鲁棒性和较高容量。一个优良的水印算法必须能抵抗各种恶意攻击。近年来, 离散余弦变换和离散小波变换在图像处理领域有了广泛的应用, 这两种变换域内的水印算法也有了很大发展。此类方法对 JPEG 压缩、滤波等常用信号处理操作有较好的鲁棒性, 但对旋转等几何攻击几乎没有抵抗力。

目前的数字水印算法大多为空域和频域水印两种类型, 其抵抗攻击的能力尚不是很令人满意, 而且在诸多性能指标之间难以优化折衷。本文采用了基于分数傅里叶变换的乘性水印算法。分数傅里叶变换谱也具有空域和频域的双域信息表达能力, 与小波变换不同的是分数傅里叶变换是全域的<sup>[1-3]</sup>。

## 1 分数傅里叶变换

作为傅里叶变换的一种广义形式, FRFT(分数阶傅里叶变换)可以解释为信号在分数阶傅里叶域上的表示方法。如果信号的傅里叶变换可以看成将其在时间轴上逆时针旋转从  $\pi/2$  到频率轴上的表示, 则 FRFT 可以看成将信号在时间轴上逆时针旋转任意角度到  $u$  轴上的表示( $u$  轴被称为分数阶 Fourier 域)。

**定义** 在  $t$  域的函数  $x(t)$  的  $p$  阶分数阶傅里叶变换是一个线性积分运算:

$$X_p(u) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) K_p(t, u) dt.$$

其中, FRFT 的变换核  $K_p(t, u)$  为:

$$K_p(t, u) =$$

$$\begin{cases} \frac{\sqrt{1 - j\cot\alpha}}{2\pi} \exp\left(j \frac{t^2 + u^2}{2} \cot\alpha - jt u \csc\alpha\right), & \alpha \neq n\pi \\ \delta(t - u), & \alpha = 2n\pi \\ \delta(t + u), & \alpha = (2n \pm 1)\pi. \end{cases}$$

其中,  $P$  为 FRFT 的变换阶数,  $\alpha$  为坐标轴旋转角度,

$$\alpha = \frac{p\pi}{2}.$$

分数阶傅里叶变换的逆变换定义为:

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} X_p(u) K_{-p}(t, u) du.$$

## 2 基于分数傅里叶变换的数字水印算法

数字水印方案一般包括三个基本方面:水印的生成、水印的嵌入和水印的提取或检测。数字水印技术实际上是通过对水印载体媒质的分析、嵌入信息的预处理、信息嵌入点的选择、嵌入方式的设计、嵌入调制的控制等几个相关技术环节进行合理优化,寻求满足不可感知性、安全可靠性、稳健性等诸条件约束下的准最优化设计问题。

### 2.1 水印的嵌入算法

为了保证算法具有良好的鲁棒性,水印应该嵌入到图像的重要分量上,通常为变换域系数集中幅值较大的系数。分数阶傅里叶变换域水印的嵌入也是通过对信号的傅里叶变换系数修改来实现的,在这里我们采用乘性嵌入规则。

(1) 对大小为  $N \times N$  的图像,  $I(x, y)$  进行二维分数阶傅里叶变换, 变换阶数为  $(0.88, 1.06)$ , 将二维分数阶傅里叶变换系数按照递减顺序重新排列为序列  $S = \{S_i | S_i \geq S_{i-1}\}$ 。较大的分数阶傅里叶变换, 系数嵌入水印, 嵌入后的水印图像会产生比较明显的失真; 较小的分数阶傅里叶变换系数嵌入水印, 算法对抗压缩和低通滤波攻击的性能不好。所以, 在嵌入水印时将最大的  $L$  个系数舍弃不用, 而将水印嵌入其后的  $M$  个系数中。

(2) 令水印数据是一个伪随机序列, 序列的长度为  $M$ ,  $R = \{R_i | i = 1, 2, \dots, M\}$ , 那么在这种算法中, 水印的容量就可用伪随机序列的长度  $M$  来表示, 便于进行统计分析。

(3) 采用乘性规则表示分数阶傅里叶变换域水印嵌入的过程如下:

$$S'_i = S_i (1 + \alpha R_i), i = L+1 < L+2, \dots, L+M.$$

其中,  $\alpha$  为水印的嵌入强度。

(4) 将嵌入水印之后的序列  $S'_i$  重新排列为  $N \times N$  的矩阵, 对其进行变换阶数为  $(-0.88, -1.06)$  的二维分数阶傅里叶变换, 得到含有水印的图像。

### 2.2 水印的提取方法

水印的检测过程为水印加入的逆过程, 采用相

关检测方法。水印提取时, 先将原始图像和待测图像在空域进行求差运算, 确定哪些子块中可能嵌入了信号。根据提供的密钥, 对可能嵌入信号的子块再进行分数阶傅里叶变换, 如果检测到的投影平面与密钥相符, 则确定该子块嵌入了水印。由检测结果, 最终确定嵌入了水印的子块位置, 再由子块位置, 确定水印图像一维行向量的值。将水印序列重新恢复成二维水印图像, 并据此进行图像的版权认证<sup>[5]</sup>。

## 3 算法仿真及分析

### 3.1 $\alpha$ 与 PSNR, NC 之间的关系

分别测试了嵌入强度  $\alpha$  为  $0.7, 0.8, 0.9, 1.0, 1.2, 1.5, 2.0$  等几种不同取值时, 嵌入水印图像与提取水印的相关性, 并分别计算了峰值信噪比 (PSNR) 来评价原始图像和嵌入水印后的图像之间的差别, 通过归一化相关系数 (NC) 检测提取的水印与原始水印的相关性。其实验数据显示水印嵌入强度加大, 提取水印图像识别率越高但相应的嵌入水印图像的失真会比较明显, 水印的相关性检测明显提高, 可按不同的应用均衡确定嵌入强度。



图 1 原始图像



图 2 嵌入水印后的图像

水印服从高斯分布的伪随即序列, 即  $\{w_i\} \sim N(0, 1), \sigma^2 = 1$ , 在这里令  $L = 150\,000, M = 10\,000, \alpha = 4$ 。

### 3.2 抗攻击性实验

算法对噪声的攻击有较好的鲁棒性。加入高斯噪声, 峰值信噪比为  $31.40$  dB, 能明显检测到水印信号的存在, 如图 4 所示。本算法对 JPEG 压缩也有很强的抵抗力, 即使在质量系数为 6% 的情况下, 仍然可以明显地检测到水印信号, 如图 5 所示。算法通过对水印模板的检测, 对旋转攻击有较好的鲁棒性。将图像放大、收缩后, 算法都能准确地检测到缩放倍数。

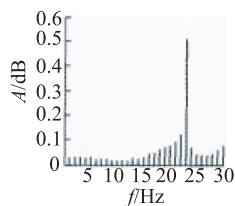


图3 无攻击下的结果    图4 加高斯噪声时的检测结果

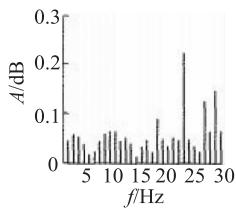
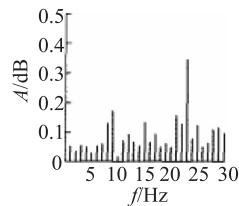


图5 JPEG 压缩因子 6% 时的结果

仿真实验结果表明,该算法具有较好的安全性、不可见性和鲁棒性,可以有效地应用于图像版权保护领域中。

#### 4 结束语

本文讨论了分数阶傅里叶变换的乘性

水印算法。相对于加性算法,乘性算法也一样具有很好的效果。该算法具有较好的安全性、不可见性和鲁棒性,可以有效地应用于图像版权保护领域中,在实际应用中有重要的作用。

#### 参 考 文 献

- Lehmann A W. Image rotation, wigner rotation and the fractional order Fourier transform. *J Opt Soc Am (A)*, 1993;10(10):2181—2186
- Pei S C, Yeh M H. Two dimensional discrete fractional Fourier transform. *Signal Processing*, 1998;67(1):99—108
- 刘正君,赵海发,朱邦和,等. 分数傅里叶域数字水印算法. 光子学报,2003;32(3):332—335.
- 陶然,齐林,王越. 分数阶傅里叶变换的原理与应用. 北京:清华大学出版社,2004
- 孙圣和,陆哲明. 数字水印处理技术. 电子学报,2000;28(8):85—90
- 王远干,喻洪麟,黄良明. 基于M周期离散分数傅里叶变换的数字水印算法. 计算机应用研究,2005;2:229—230
- 刘莉,周朴. 基于分数傅里叶变换的图像隐藏技术. 国防科技大学学报,2005;27(6):67—71

## Digital Watermark Algorithm Analysis Based on the FRFT

MENG Xiao, ZHANG Chun-yan, SHENG Chuan-jia, TANG Zhong-ze  
(Anhui University, Hefei 230039, P. R. China)

**[Abstract]** With the rapid development of the multimedia technology and Internet-based, copyright protection of multimedia information of digital watermarking has been to a hotspot. Which digital watermark is an effective way of a copyright protection and information security. Analysis based on fractional Fourier transform (FRFT) multiplicative watermarking algorithm, simulation results show that it has a good safety and invisibility, not only very good resistance to commonly used signal processing, and operations on the geometric attacks also has robustness.

**[Key words]** FRFT    digital watermarking    robustness