

UKF 在车辆组合定位技术中的应用

杨荣荣 张 玲

(兰州理工大学机电工程学院, 兰州 730050)

摘 要 用一种新型的无迹卡尔曼滤波算法(UKF)代替传统的扩展卡尔曼滤波算法(EKF),对 GPS/DR 组合定位系统进行信息融合滤波。通过计算机仿真和分析后,结果表明无迹卡尔曼滤波算法 UKF 的滤波定位精度明显高于扩展卡尔曼滤波器 EKF,而且 UKF 对由于系统非线性所引起的滤波误差有很好的抑制作用,因此 UKF 算法对于要求高精度、低成本和高可靠性的 GPS/DR 组合定位系统来说是一种值得推广的滤波算法,具有一定的应用价值。

关键词 组合定位系统 无迹卡尔曼滤波 扩展卡尔曼滤波

中图法分类号 TP391.9 TN967.2 U666.12; **文献标志码** A

GPS 全球定位系统(Global Position System, GPS)和 DR 航位推算(Dead Reckoning, DR)组合定位方式是目前车辆定位的一种常用定位方式,这种定位方式既解决了 GPS 单独定位时,定位信号受遮挡不能定位的问题,又可以消除 DR 单独定位时误差累积。因此如何有效地将 GPS 和 DR 两者定位信息进行有效融合成为关键。目前, GPS/DR 组合定位方式中,使用最为普遍的融合方式是利用扩展卡尔曼滤波器(Extended Kalman Filter, EKF)进行融合滤波, EKF 是一种典型的非线性系统进行粗略的一阶线性化近似的滤波算法,所以当系统非线性度较严重时,会引起线性化误差的增大,导致滤波器的滤波误差增大甚至发散;其次应用 EKF 时需要计算雅可比矩阵,而雅可比矩阵的计算量很大,造成此算法在实际应用中难以实施。无迹卡尔曼滤波器^[1,2](Unscented Kalman Filter, UKF)是一种新型的滤波器, UKF 对于非线性系统则不需要进行线性化近似,因此可以达到比 EKF 更高的滤波估计精度,而且 UKF 对滤波参数不敏感,鲁棒性强,还有就是 UKF 滤波算法无需计算雅可比矩阵,因此用 UKF 代替传统的 EKF,可以有效地提高 GPS/DR 组合定位系统的滤波精度和可靠性。

1 UKF 滤波算法

设系统的状态方程和量测方程为

$$X(k+1) = f[k, X(k)] + W(k) \quad (1)$$

$$Z(k) = h[k, X(k)] + V(k) \quad (2)$$

其中 $X(k)$ 是系统 k 时刻的状态变量,均值为 $\hat{X}(k)$,协方差为 $P(k)$; $Z(k)$ 是系统的量测向量;过程噪声 $W(k)$ 和量测噪声 $V(k)$ 为互不相关的高斯白噪声序列,其统计特性满足

$$E[W(k)] = 0, E[W(k)W^T(j)] = Q(k)\delta_{kj}。$$

$$E[V(k)] = 0, E[V(k)V^T(j)] = R(k)\delta_{kj}, \forall k, j;$$

$$E[W(k)V^T(j)] = 0。$$

UKF 算法的计算步骤如下:

① 初始化 $\hat{X}_0 = E[X_0]$;

$$P_0 = E[(X_0 - \hat{X}_0)(X_0 - \hat{X}_0)^T]。$$

② 计算 $(2n+1)$ 个 sigma 采样点 χ_i 和相对应的权值 W_i :

$$\begin{cases} \chi_0 = \hat{X}_0, & i = 0 \\ \chi_i = \hat{X}_0 + [\sqrt{(n+\kappa)P(k)}]_i, & i = 1, \dots, n \\ \chi_{i+n} = \hat{X}_0 - [\sqrt{(n+\kappa)P(k)}]_i, & i = 1, \dots, n \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} W_0 = \frac{\kappa}{(n + \kappa)}, & i = 0 \\ W_i = \frac{1}{[2(n + \kappa)]}, & i = 1, \dots, n \\ W_{i+n} = \frac{1}{[2(n + \kappa)]}, & i = 1, \dots, n \end{cases} \quad (4)$$

其中 κ 是一个尺度参数,可以为任意数值,只要 $(n + \kappa) \neq 0$,一般取 $(n + \kappa) = 3$ 。 $[\sqrt{(n + \kappa)P}]$ 为 $(n + \kappa)P$ 的均方根矩阵的第 i 行或第 i 列, n 为状态变量 X 的维数。

③ 时间更新

$$\chi_i(k, k-1) = f[k, \chi_i(k, k-1)] \quad (5)$$

$$\hat{X}(k, k-1) = \sum_{i=0}^{2n} W_i \chi_i(k, k-1) \quad (6)$$

$$P(k, k-1) = \sum_{i=0}^{2n} W_i \Delta X_i(k, k-1) \Delta X_i^T(k, k-1) + Q(k-1) \quad (7)$$

$$\zeta_i(k, k-1) = h[k, \chi_i(k, k-1)], i = 0, \dots, (2n+1) \quad (8)$$

$$\hat{Z}_2(k, k-1) = \sum_{i=0}^{2n} W_i \zeta_i(k, k-1) \quad (9)$$

其中 $\Delta X_i(k, k-1) = \chi_i(k, k-1) - \hat{X}(k, k-1)$ 。

④ 量测更新

$$P_{ZZ} = R_2(k) + \sum_{i=0}^{2n} W_i \Delta Z_i(k, k-1) \Delta Z_i^T(k, k-1) \quad (10)$$

$$P_{XZ} = \sum_{i=0}^{2n} W_i \Delta X_i(k, k-1) \Delta Z_i^T(k, k-1) \quad (11)$$

$$K(k) = P_{XZ} \cdot P_{ZZ}^{-1} \quad (12)$$

$$P(k) = P(k, k-1) - K(k) P_{ZZ} K^T(k) \quad (13)$$

$$\hat{X}(k) = \hat{X}(k, k-1) + K(k) [Z(k) - \hat{Z}(k, k-1)] \quad (14)$$

其中 $\Delta Z_i(k, k-1) = \zeta_i(k, k-1) - \hat{Z}(k, k-1)$ 。

2 系统状态方程的建立

选取系统状态变量为

$$X = [s_e, v_e, a_e, s_n, v_n, a_n]^T \quad (15)$$

式(15)中 s_e 和 s_n 分别为东向和北向的位置分量,

单位为 m; v_e 和 v_n 分别为东向和北向的速度分量,单位为 m/s; a_e 和 a_n 分别为东向和北向的加速度分量,单位为 m/s²。

车辆的运动模型选用“当前”统计模型^[3],系统的状态方程为:

$$X(k+1) = \Phi(k+1)X(k) + U(k) + W(k) \quad (16)$$

$$\Phi(k+1) = \text{diag}[\Phi_e(k+1), \Phi_n(k+1), \Phi_\delta(k+1)] \quad (17)$$

$$\Phi_e(k+1) = \begin{bmatrix} 1 & T & 1/\tau_e(\tau_e T + e^{-\tau_e T} - 1) \\ 0 & 1 & 1/\tau_e(1 - e^{-\tau_e T}) \\ 0 & 0 & e^{-\tau_e T} \end{bmatrix} \quad (18)$$

将(18)式中的 τ_e 换成 τ_n 可得 $\Phi_n(k+1)$, 其中 T 为采样周期, τ_e 和 τ_n 分别为东向和北向的机动时间常数的倒数。

利用“当前”统计模型的自适应滤波算法^[3],可将式(16)简化为

$$X(k+1) = \Phi_1(k+1)X(k) + W(k) \quad (19)$$

其中:

$$\Phi_1(k+1) = \text{diag}[\Phi_{1e}(k+1), \Phi_{1n}(k+1)];$$

$$\Phi_{1e}(k+1) = \Phi_{1n}(k+1) = \begin{bmatrix} 1 & T & T^2/2 \\ 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

系统噪声协方差矩阵 $Q(k) = E[W(k)W(k)^T] = \text{diag}[2\tau_e\sigma_e^2Q_e(k), 2\tau_n\sigma_n^2Q_n(k)]$, σ_e^2 和 σ_n^2 分别为东向和北向机动加速度的方差。为了简化计算,在计算 $Q(k)$ 时用 $\Phi_1(k)$ 代替 $\Phi(k)$, 可求得

$$Q_e(k) = Q_n(k) = \begin{bmatrix} T^5/20 & T^4/8 & T^3/6 \\ T^4/8 & T^3/3 & T^2/2 \\ T^3/6 & T^2/2 & T \end{bmatrix}.$$

3 系统量测方程的建立

将 GPS 接收机的东向位置信息 s_{eob} (单位:m)、北向位置信息 s_{nob} (单位:m)、角速率陀螺的输出 ω 和里程计的在一个采样周期内的输出距离 s (单位:

m)作为观测量^[4],角速率陀螺的理想刻度因子取为1,观测量与系统状态变量之间的关系为:

$$s_{\text{eob}} = s_e + v_1, s_{\text{nob}} = s_n + v_2, s_n = \psi T \sqrt{v_e^2 + v_n^2} + v_s \circ$$
$$\omega = \frac{\partial}{\partial t} \left[\arctan \left(\frac{v_e}{v_n} \right) \right] + \varepsilon + v_\omega = \frac{v_n a_e - v_e a_n}{v_e^2 + v_n^2} + \varepsilon + v_\omega$$

上式可写为:

$$Z = \begin{bmatrix} s_{\text{eob}} \\ s_{\text{nob}} \\ \omega \\ s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_e \\ s_n \\ \frac{v_n a_e - v_e a_n}{v_e^2 + v_n^2} + \varepsilon \\ \psi T \sqrt{v_e^2 + v_n^2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_\omega \\ v_s \end{bmatrix} \quad (20)$$

即:

$$Z(t) = h[t, X(t)] + V(t) \quad (21)$$

其中 v_1 和 v_2 分别为 GPS 接收机输出的东向位置和北向位置的量测噪声,分别是 $(0, \sigma_1^2)$ 和 $(0, \sigma_2^2)$ 的高斯白噪声; v_ω 为角速率陀螺随机漂移中的高斯白噪声分量 $(0, \sigma_\omega^2)$; v_s 为里程计的量测噪声,是 $(0, \sigma_s^2)$ 的高斯白噪声。

对式(20)进行离散化处理,便可得到系统的离散化量测方程为

$$Z(k) = \begin{bmatrix} s_{\text{eob}}(k) \\ s_{\text{nob}}(k) \\ \omega(k) \\ s(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_e(k) \\ s_n(k) \\ \frac{v_n(k)a_e(k) - v_e(k)a_n(k)}{v_e^2(k) + v_n^2(k)} + \varepsilon(k) \\ \psi(k)T \sqrt{v_e^2(k) + v_n^2(k)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_1(k) \\ v_2(k) \\ v_\omega(k) \\ v_s(k) \end{bmatrix} \quad (22)$$

即 $Z(k) = h[k, X(k)] + V(k)$ 。

4 仿真结果分析^[5]

为了说明 UKF 的滤波性能,仿真以下几种情况。

① 假设车辆作匀速直线运动,为了消除初始状态误差对滤波精度的影响,取 $X(0) = \hat{X}(0|0)$,而初

始协方差 $P(0|0)$ 则不考虑匹配性。
车辆的初始状态:
 $X(0) = [0 \ 10 \ 0 \ 0 \ 10 \ 0 \ 0 \ 0]^T$
滤波初始状态:
 $\hat{X}(0|0) = [0 \ 10 \ 0 \ 0 \ 10 \ 0 \ 0 \ 0]^T$,
 $P(0|0) = I_{8 \times 8} \circ$

Monte Carlo 仿真次数 $n = 30$, 采样周期 $T = 0.1 \text{ s}$, 采样点数 $N = 5\ 000$, 仿真时间为 500 s , $\sigma_1 = \sigma_2 = 15 \text{ m}$, $\sigma_\omega = 0.4^\circ/\text{s}$, $\sigma_s = 1 \text{ m}$, $\sigma_\varepsilon = 0.015^\circ/\text{s}$, $\sigma_\psi = 0.005$, $\tau_{a_e} = \tau_{a_n} = \tau_\varepsilon = 100 \text{ s}$, 选取统计指标 RMSE 为仿真指标。图 1 和图 2 为采用 EKF 和 UKF 算法滤波后东向和北向的位置 RMSE 曲线,表 1 为采用 EKF 和 UKF 滤波算法的 RMSE 均值和 RMSE 方差比较表。

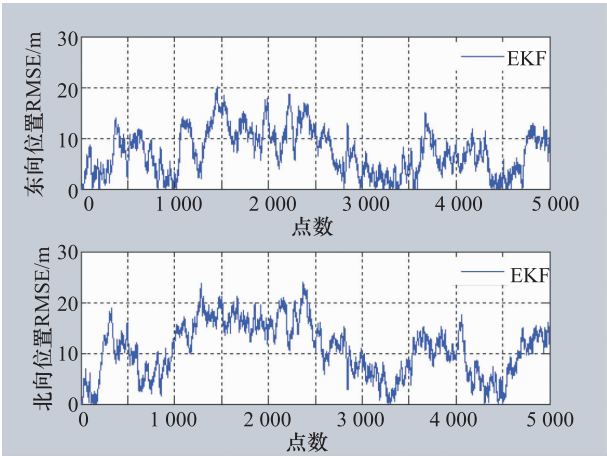


图 1 EKF 位置误差曲线

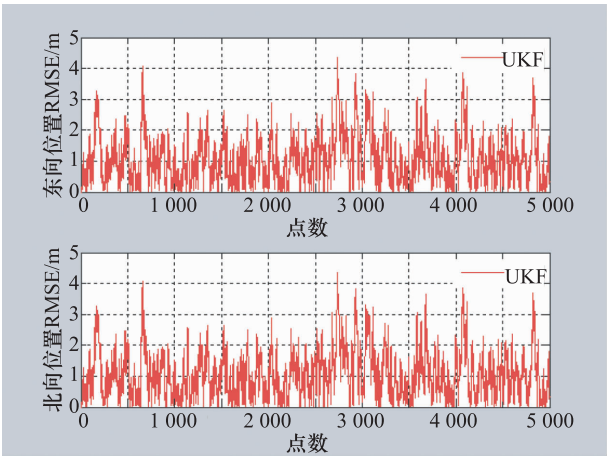


图 2 UKF 位置误差曲线

表 1 位置精度指标 (RMSE) 比较表

滤波算法	东向位置		北向位置	
	RMSE 均值	RMSE 方差	RMSE 均值	RMSE 方差
EKF	8.826 8	5.589 9	4.296 4	8.826 8
UKF	1.116 0	0.808 4	1.116 0	0.808 4

从仿真结果可以看出 UKF 算法和 EKF 相比,位置的估计精度有了很大提高,这不仅表现在 RMSE 均值减小,而且 RMSE 方差也明显减小,原因主要是基于 UKF 的算法采用 UT 变换而非 EKF 的线性化近似,因此基于 UKF 的算法对非线性系统的后验均值和协方差的估计精度高于 EKF。

② 非线性度因子对滤波性能的影响。为了说明 UKF 的非线性滤波性能,引入非线性度因子 g ,将量测方程(22)改为

$$Z(k) = \begin{bmatrix} s_{\text{eob}}(k) \\ s_{\text{nob}}(k) \\ \omega(k) \\ s(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_e(k) \\ s_n(k) \\ \frac{v_n(k)a_e(k) - v_e(k)a_n(k)}{g^*v_e^2(k) + v_n^2(k)} + \varepsilon(k) \\ \psi(k)T \sqrt{g^*v_e^2(k) + v_n^2(k)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_1(k) \\ v_2(k) \\ v_\omega(k) \\ v_s(k) \end{bmatrix} \quad (23)$$

取 $g = 1.5$ 分别利用 EKF 和 UKF 两种滤波算法,仿真结果如图 3 所示。

从图 3 可以看出在引入非线性度因子后 EKF 的滤波结果已经表现出了有偏性,而 UKF 仍表现出了很好的滤波性能,原因主要是引入了非线性度因子 g 后,系统非线性度增强,EKF 的引入的线性化误差增大,导致滤波结果恶化。

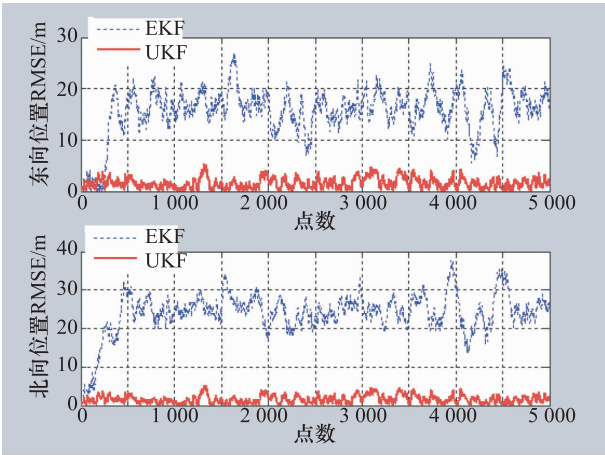


图 3 加入非线性度因子时 UKF 与 EKF 位置误差比较曲线

5 结语

基于 UT 思想的 UKF 是完全不同于传统的 EKF 的一种新型滤波算法,它具有滤波精度高、计算量小易于工程实现等优点,对于 GPS/DR 组合定位方式,用无迹卡尔曼滤波算法 UKF 代替传统的扩展卡尔曼滤波算法 EKF。仿真结果表明定位精度得到显著提高,而且 UKF 对由于系统非线性所引起的滤波误差有很好的抑制作用,因此 UKF 算法对于要求高精度、低成本和高可靠性的定位系统来说是一种值得推广的滤波算法。

参 考 文 献

1 Julier S J, Uhlmann J K. A new extension of the Kalman filter nonlinear systems. SPIE,1997;3068:182—193

2 Julier S J, Uhlmann J K. A new method for the nonlinear transformation of means and covariances in filters and estimators. IEEE Trans on AC,2000;45(3):477—482

3 周宏仁,敬忠良,王培德. 机动目标跟踪. 北京:国防工业出版社,1991

4 房建成,申功勋,万德钧,等. GPS/DR 组合导航系统自适应扩展卡尔曼滤波模型的建立. 控制理论与应用,1998;15(3):385—389

5 杨荣荣. GPS/DR 组合定位系统数据融合算法的研究. 兰州:兰州理工大学硕士论文,2007

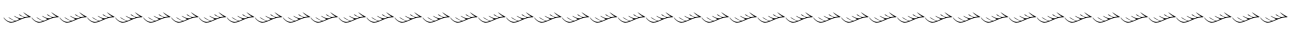
A New Method to Network’s Connection Reliability

ZHAO Tao, WANG Chao-feng, CHENG Shi-juan

(School of Mathematics, Southwest Jiao Tong University, Chengdu 610031, P. R. China)

[**Abstract**] Analysis of reliability to the complex network was a NP-Hard problem. A new method to compute network’s connection reliability was proposed unified with two point policy-making chart principle and the factor decomposition theorem. This new method is named Two Points Decomposition Method (TPDM). The well known Bridge Network is used as a demonstration to the new method. This method is advantageous for the computer programming. Comparison with BDD method indicated that this new method had the lower complexity, the higher feasibility.

[**Key words**] two points decomposition method decomposition theorem BDD method TDM method



(上接第 6313 页)

Application of UKF in Vehicle Integrated Positioning Technology

YANG Rong-rong, ZHANG Ling

(College of Mechanical and Electronic Engineering, Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050, P. R. China)

[**Abstract**] A new Unscented Kalman filtering algorithm is presented to displace traditional fxtended Kalman filtering algorithm, which is used in GPS/DR integrated positioning system for data fusion filtering. Through computer stimulation and analysis, it showed that filtering position precision of UKF is obviously higher than EKF, moreover, UKF have good limiting function to filtering error caused by nonlinear system. So UKF have certain value and is worth popularizing for GPS/DR integrated positioning system required low cost, high precision and reliability.

[**Key words**] integrated positioning system unscented Kalman filtering extended Kalman filtering