

中国离散型人口模型分析

刘赛瑜 黄国祥

(上海交通大学安泰经济与管理学院,上海 200052)

摘要 应用 Leslie 矩阵建立了离散预测模型,得到中短期人口预测值及其变化规律。在对 Leslie 矩阵改进的基础上,得到中长期的人口预测模型,并将利用微积分法建立的人口连续偏微分模型与离散预测模型进行对照,为实现人口发展战略目标提出了有效性的建议。

关键词 阶梯效应 Leslie 矩阵 Romberg 求积公式

中图分类号 O29; **文献标志码** A

1 中国人口发展状况

中国是世界上人口最多的发展中国家,人口多、底子薄、耕地少、人均占有资源相对不足是我国的基本国情,人口问题一直是制约中国经济发展的首要因素。新中国成立 60 多年来,我国人口发展经历了前 30 年高速增长和后 30 年低速增长两大阶段:从建国初期到 20 世纪 70 年代初,中国人口再生产由旧中国的高出生、高死亡率进入高出生、低死亡率的人口高增长时期,1950 年—1975 年人口出生率始终保持在 30‰ 以上,最高达到 37‰。70 年代以后,人口过快增长的势头得到迅速扭转,人口出生率、自然增长率、妇女总和生育率有了明显下降,人口出生率由 70 年代初的 33‰ 大幅度下降到 80 年代的 21‰,妇女总和生育率也由 6‰ 下降到 2.3‰ 左右。90 年代以来,随着我国经济高速发展,人民文化和健康水平逐步提高,计划生育工作的不断深入,在 20 岁—29 岁生育旺盛人数年均超过 1 亿的情况下,人口出生率依然呈现大幅下降的趋势,到 2000 年底人口出生率从 1990 年的 21.06‰ 下降到 14.03‰,自然增长率由 1990 年的 14.39‰ 下降

到 7.58‰,妇女总和生育率也下降到 2 以下。进入 90 年代末期,我国人口再生产实现了低出生、低死亡、低增长的历史性转变。

中国政府自 1980 年在全国城乡实行计划生育基本国策以来成果卓著。若从 70 年代算起,至今至少少生 3 亿人口,这有效地控制了人口的快速增长,为中国现代化建设、全面实现小康打下坚实的基础,这同时也是对世界人口的增长和控制做出了杰出贡献。但是由于中国人口基数大,人口增长问题依然十分严峻,每年平均净增人口约 1300 万,这仍然对我国社会和经济产生巨大的压力。在我国现代化进程中,必须实现人口与经济、社会、资源、环境协调发展和可持续发展,进一步控制人口数量,提高人口质量,改善人口结构。因此,运用准确的模型建立方式,对中国未来人口的发展做出分析和预测,为中国经济和社会发展决策提供科学依据,对于加速推进我国现代化建设的宏伟大业有着极为重要的现实意义。

2 离散模型前提

对于中国未来人口数量这个问题,前人做了许多研究工作。人口的预测模型有一元线性回归法、自回归法、指数函数法、幂函数法、多元回归模型法、灰色系统法、系统动力学法等。但在采用一元线性回归法、自回归法、指数函数法、幂函数法多元

回归模型法时有一定的限制条件,当其 F 检验值大于其临界值时方可使用此类方法进行预测。其中较为著名的是 19 世纪中叶荷兰生物学家 Verhulst 提出的阻滞增长模型,又称为 Logistic 模型。但这些模型只是考虑了人口总数与总的增长率,并没有涉及到年龄结构、性别比例等因素的影响。事实上,在人口预测中,人口按年龄分布以及按性别分布状况是非常重要的,因为不同年龄人的生育率和死亡率有着很大的差别。两个国家或地区目前人口总数一样,如果一个国家或地区年轻人的比例高于另一国家或地区,那么二者人口的发展状况将大不一样;同样,如果二者的性别比例不同,那么二者人口的发展状况也将不同。

因而可以得出结论:人口的发展状况与老龄化程度、性别比例、不同地区的人口分布状况、妇女生育率等因素有着密切的联系。基于以上的考虑,可知使人口数量和结构发生变化的不外乎各个年龄的出生率、死亡率以及迁移,结合具体的背景资料,不考虑人口迁移所带来的影响。对于出生率,可以认为其与国家政策以及人口素质有关;对于死亡率,其与人们的生活水平有关,由于在短时间内,人们的生活水平不会有太大的变化,所以认为在短时间内,中国人口的死亡率不会变化,而在长时间内,则要考虑人口死亡率的变化。

现建立的主要人口模型假设如下:

(1) 在对中国人口数量进行预测时,不考虑人口迁入国境和迁出国境的情况,即认为无人口的迁入与迁出;

(2) 短时期的各个年份内不考虑因为天灾人祸或生活水平对出生率与死亡率的影响;

(3) 假设 90 岁以及 90 岁以上年龄的人口都看成是 90 岁;

(4) 在短期的人口预测中,其各个年龄的人口死亡率以及各年龄妇女的生育率均保持不变。

3 离散模型建立

由于人口数目的变化仅仅受到出生率和死亡

率的影响,即人口数目的增长应为新出生人口数量和死亡数量之差,所以由此可建立人口数量与出生率和死亡率的函数关系式,但在此之前,中国人口数量较大,可以将总的人口数目看成是时间 t 的连续函数,则人口数量变化可用微分方程建立中国特色的人口增长模型。但由于对于不同年龄的人口,其死亡率是不相同的,所以死亡率不仅是时间的函数,也是年龄的函数;而对于出生率,刚出生的人口是 0 岁,而对于其他年龄,是不存在出生率的,所以说总人口数目也是时间和年龄的函数,这样处理会更准确些。模型中变量符号定义如下:

r : 表示各个年龄;

$x_r(t)$: 该函数表示在第 t 年,年龄为 r 的人口数量;[万人]

$x_r^s(t)$: 该函数表示在第 t 年,性别为 s 年龄为 r 的人口数量;[万人]

$x_r^{is}(t)$: 该函数表示在第 t 年,在 i 区域、年龄为 r 、性别为 s 人口数量;[万人]

$b_r(t)$: 该函数表示在第 t 年,年龄为 r 的中国生育妇女人数占该年龄中国妇女总人数的率比例;

$b'_r(t)$: 该函数表示在第 t 年,年龄为 r 的中国生育妇女人数占该年龄中国总人数的率比例;

$b_r^i(t)$: 该函数表示在第 t 年,年龄为 r 的在第 i 个区域的生育妇女人数占该区域该年龄妇女总人口的比例;即区域妇女生育率;

$d_r(t)$: 该函数表示在第 t 年,年龄为 r 的中国人口的死亡率;即在第 t 年,年龄为 r 的中国死亡人口占该年龄总人口数量的比例;

$d_r^{is}(t)$: 该函数表示在第 t 年,年龄为 r 的在第 i 个区域性别为 s 的人口的死亡人数占该区域总人口的比例;即区域年龄性别死亡率;

$e_r^{is}(t)$: 该函数表示在第 t 年,年龄为 r 的在第 i 个区域性别为 s 的人口数占该区域性别为 s 的总人口的比例;即区域年龄性别比率;

n_{1t} : 表示第 t 年,老年人人口总数;[万人]

n_{2t} : 表示第 t 年的人口老龄化程度,即第 t 年老年人口总数占总人口的比例;

r_0 : 妇女开始生育年龄;

r_1 : 妇女进行生育的最大年龄;

当前时刻 t 、年龄为 r 的总人口数目对时间的一阶微分应等于人口出生率与死亡率之差,并确定其定解条件,即当 $t = 0$ 时,可以得出该时刻的人口数目,方程如下^[1]:

$$\begin{cases} \frac{dx_r(t)}{dt} = b'_r(t)x_r(t) - d_r(t)x_r(t) = \\ [b'_r(t) - d_r(t)]x_r(t) \\ x_r(0) = x_{r0} \end{cases} \quad (1)$$

在求解时,把结果进行离散化,即时间取一些整数,而且对于出生率和死亡率是分段函数,在一年之内是不会改变的,这样就完成了从连续到离散的过度。利用 Leslie 矩阵进行求解会更切合实际情况

$$x_{r+1}(t+1) - x_r(t) = \Delta x_r(t+1) = \int_t^{t+1} [b'_r(t) - d_r(t)]x_r(t) dt = [b'_r(t) - d_r(t)]x_r(t) \quad (2)$$

只要知道了前一年的人口数以及人口关于年

$$L = \begin{bmatrix} b_0(t) & b_1(t) & b_2(t) & \dots & \dots & b_{90}(t) \\ 1 - d_0(t) & 0 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 1 - d_1(t) & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 - d_2(t) & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & 1 - d_{88}(t) & 0 & 0 \\ 0 & \dots & \dots & 0 & 1 - d_{89}(t) & 1 - d_{90}(t) \end{bmatrix} \quad (5)$$

龄的分布就可以求出后一年的人口数和人口关于年龄的分布,且无后效性,即后一年的结果只与其前一年结果和前一年该年龄人口的死亡率和出生率有关。对于年龄为 r 的人口,用 i 地区且性别为 s 的人口所占全国总人口的比例乘以该人口的死亡率(题中已给出),然后对不同地区、性别的人口种数进行加和处理,就得到了以往各年各个年龄总的死亡率与各年龄妇女的生育率;

$$d_r(t) = \sum_{i=1}^3 \sum_{s=1}^2 \left[\frac{x_r^{is}(t)}{x_r(t)} d_r^{is}(t) \right], (r = 1, 2, \dots, 90) \quad (3)$$

$$b_r(t) = \sum_{i=1}^3 \left[\frac{x_r^{i2}(t)}{x_r^2(t)} b_r^i(t) \right], (r = r_0, r_0 + 1, \dots, r_1) \quad (4)$$

根据均值法求得各个年龄的死亡率和各年龄妇女的生育率,结果即为在短期预测中恒定的各个年龄的总死亡率和各年龄妇女的生育率,可以得到 Leslie 矩阵对于人口数量预测^[2]。

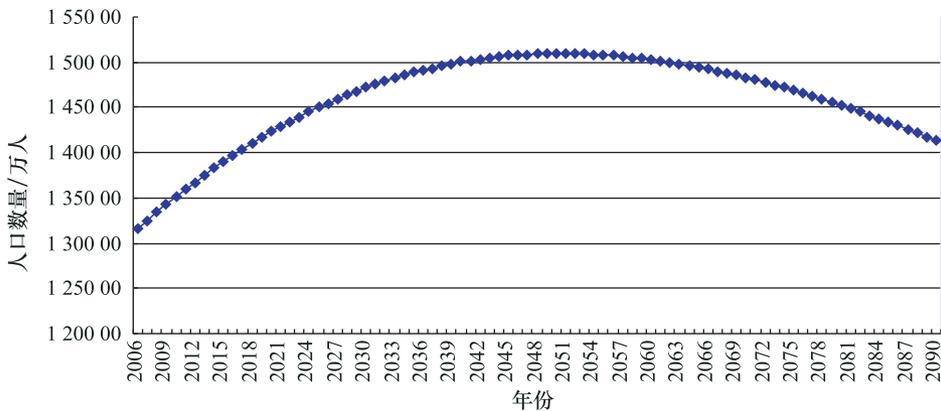


图 1 我国长期人口发展趋势图

短期预测中,假设人口出生率和人口死亡率是恒定的,当用来预测中国人口在一个长期的时间内的发展变化,显然有失精密性,即对于不同的年份阶段,应该有不同的人口出生率和人口死亡率,所以把未来一个长时期内比如 50 年,划分成若干个阶段,每个阶段包括若干个连续的年份,而对于同一个阶段的不同年份,仍假设它们具有相同的人口出生率和人口死亡率,这样处理之后,不仅在一定程度上简化了计算的复杂性和烦琐性,也提高了一定的精确性,得到如下图所示结果^[3]。

从图 1 中的数据发展趋势可以看出,在开始的一些年份中,从 2006 年到 2050 年全国总人口依次递增,增长率却慢慢变小,在 2050 年人口达到最大值,从 2051 年以后,人口出现负增长,即人口开始慢慢减小,但减小的速度很慢,当到 2090 年,人口仍然维持在 14 亿以上,所以要使中国人口数量达到某一合适较小的数量,还得经过一个漫长的过程,至少在将来的一百年之内,还不大可能使中国人口降到十二三亿以内,中国政府要控制人口数量的增长是任重而道远。

4 离散模型优化

为了研究任意时刻不同年龄的人口数量,在模型中引入人口的分布函数和密度函数,时刻 t 年龄小于 r 的人口称为人口分布函数,记作 $F(r, t)$, F 是连续、可微的, t 时刻的人口数记为 $N(t)$, 对于非负函数 $F(r, t)$ ^[4]

$$F(0, t) = 0, F(r_m, t) = N(t) \quad (6)$$

$p(r, t)dr$ 表示时刻 t 年龄在 $[r, r + dr)$ 内的人数, $\mu(r, t)$ 为时刻 t 年龄在区间 $[r, r + dr)$ 内的死亡率,其含义是: $\mu(r, t)p(r, t)dr$ 表示时刻 t 年龄在 $[r, r + dr)$ 内单位时间死亡的人数,考察时刻 t 年龄在 $[r, r + dr)$ 内的人到时刻 $t + dt$ 的情况。他们中活着的那部分人的年龄变为 $[r + dr_1, r + dr + dr)$, 这里 $dr_1 = dt$ 。而在 dt 这段时间内死亡的人数为 $\mu(r, t)p(r, t)drdt$, 可以表示为

$$[p(r + dr_1, t + dt) - p(r, t + dt)]dr + [p(r, t + dt) -$$

$$p(r, t)]dr = -\mu(r, t)p(r, t)drdt \quad (7)$$

上述方程有两个定解条件:初始密度函数记作 $p(r, 0) = p_0(r)$;单位时间出生的婴儿数记作 $p(0, t) = f(t)$, 称为婴儿出生率。其定解条件可以写作^[5]

$$\begin{cases} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\partial p}{\partial t} = -\mu(r, t)p(r, t); t, r > 0 \\ p(r, 0) = p_0(r) \\ p(0, t) = f(t) \end{cases} \quad (8)$$

在社会局面安定和预测时间不太长时,死亡率大致与时间无关,于是可近似地假设 $\mu(r, t) = \mu(r)$, 可以将定解条件转换为

$$p(r, t) = \begin{cases} p_0(r - t)e^{-\int_0^t \mu(s)ds}, & 0 \leq t \leq r \\ f(t - r)e^{-\int_r^t \mu(s)ds}, & t > r \end{cases} \quad (9)$$

利用 Romberg(龙贝格)求积公式进行近似数值积分,并借助 Matlab 软件求解以上微分方程可以得到较长期各年的人口预测数目如下^[6]

$$p(r, t) = \begin{cases} [-24.926(r - t) + 2738.607] \\ e^{-\frac{0.004}{3}(3r^2t - 3rt^2 + t^3) + \frac{0.13}{2}(2rt - t^2) - 0.744r} \\ [-0.12(t - r)^2 + 3.207(t - r) + 13.053] \\ e^{-\frac{0.004}{3}r^3 + \frac{0.13}{2}r^2 - 0.744r} \end{cases} \quad (10)$$

表 1 中国未来总人口预测值表

| 年份 | 总人口数 /万人 | 年份 | 总人口数 /万人 | 年份 | 总人口数 /万人 | 年份 | 总人口数 /万人 |
|------|-------------|-------|-------------|-------|-------------|-------|-------------|
| 2010 | 133 515.8 | 2023 | 142 178.6 | 2 036 | 147 076.1 | 2 049 | 148 496.4 |
| 2011 | 134 269.3 | 2 024 | 142 718.6 | 2 037 | 147 303.9 | 2 050 | 148 446 |
| 2012 | 135 027.1 | 2 025 | 143 260.5 | 2 038 | 147 532.1 | 2 051 | 148 395.5 |
| 2013 | 135 789.1 | 2 026 | 143 688 | 2 039 | 147 760.6 | 2 052 | 148 345.1 |
| 2014 | 136 555.4 | 2 027 | 144 116.6 | 2 040 | 147 989.4 | 2 053 | 148 208.8 |
| 2015 | 137 326 | 2 028 | 144 546.6 | 2 041 | 148 125.4 | 2 054 | 148 072.5 |
| 2016 | 137 969 | 2 029 | 144 977.9 | 2 042 | 148 922.4 | 2 055 | 147 936.4 |
| 2017 | 138 615 | 2 030 | 145 217.9 | 2 043 | 148 893.7 | | |
| 2018 | 139 264 | 2 031 | 145 542.6 | 2 044 | 148 865 | | |

5 结论

通过对以上预测模型得出的预测结果进行分

析,可以得到中国人口在未来的发展趋势,同样也可以分析出未来人口在出生性别比例、老龄化程度、城镇化水平、育龄妇女的综合生育率等,进而找出其与人口数量变化规律之间的关系。

由中短期的预测结果可以看出,在最初十几年里,全国总人口数量是逐年递增的,而此时中国妇女的生育率不是很高,出现这种情况的原因是我国人口基数过大,要在一个短期内实现人口负增长是不太可能的,所以在这个时期,国家必须适当加大计划生育政策力度,使人口不会出现过快增长。由长期的预测结果看来,中国人口将在 2050 年出现一个高峰值,达到 15.1 亿,这时人口持续增长四、五十年的结果,一旦过了 2050 年,中国人口将出现负增长,到 2090 年回落到 14.1 亿,所以中国政府在这个较长时期内,应适当加大计划生育政策的力度,尽量把人口控制在 15 亿以内。

从总人口老龄化程度上看,中国人口老龄化程度非常高,在二年代以后,老龄化程度将超过

20%,甚至将近达到 30% 左右,造成全国抚养比很高的情况,所以中国政府在加强计划生育的同时,又不能抓得太紧,还要保持一定的出生率,维持整个人口的年龄结构,不能让老龄化程度过高等。综上所述,中国政府必须加大对我国人口宏观调控的力度,在保证有一定出生率的前提下,实行计划生育,注重提高人口的质量。

参 考 文 献

- 1 宋 健,田雪原,等. 人口预测与人口控制. 北京:科学出版社,1991
- 2 王万茂,韩栋魁,等. 土地规划学. 北京:中国大地出版社,1996
- 3 阿拉腾图雅,金 良. 人口预测模型. 内蒙古科技与经济,1999;(4):22—28
- 4 姜启源. 数学模型. 北京:高等教育出版社,1993
- 5 Navon I M. Practical and theoretical aspects of adjoint parameter estimation and identifiability in meteorology and oceanography. *Dyn Atmos Oceans*,1997;27:55—79
- 6 FLucas W. 微分方程模型. 长沙:国防科技大学出版社,1998

The Discrete Population Model of China

LIU Sai-yu, HUANG Guo-xiang

(Antai College of Economics & Management, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200052, P. R. China)

[Abstract] Discrete prediction model using Leslie matrix is established. The short and medium term population predicted value and the change rule is obtained. On the basis of improving Leslie, the long term population forecast model is obtained; and the forecast model making use of infinitesimal is calculated contrasts to straggling forecast model. According to forecasts and strategic goals of national development, the valid proposal is put forward to achieve the population developmental strategy goal.

[Key words] ladder effect Leslie matrix romberg quadrature formula