第 10 卷　第 8 期　2010 年 3 月
1671-1819(2010)08-1934-02

科　学　技　术　与　工　程
Science Technology and Engineering

Vol. 10　No. 8　Mar. 2010
© 2010　Sci. Tech. Engng.

对弱-α-I-连续映射的研究

刘士琴

(衡水学院数学与计算机学院,衡水 053000)

摘　要　近几年里,E. Hatir 与 T. Noiri 在理想拓扑空间中引入了 α-I-开集,半-I-开集. 为了拓广连续映射的研究,在此基础上引入了弱 α-I-连续映射,得到对弱 α-I-连续映射一些刻画。

关键词　弱 α-I-开集　　α-I-开集　　弱-α-I-连续映射

中图法分类号　O189. 11;　　　**文献标志码**　A

带有理想 I 的拓扑空间 (X,τ) 称为理想拓扑空间记为 (X,τ,I). 首先回忆一些定义[1—3]:

定义 1　理想拓扑空间 (X,τ,I) 的子集 A 称为

(1) α-I-开集[4]若 $A\subset \mathrm{Int}(Cl^*(\mathrm{Int}(A)))$。

(2) 弱 α-I-集[5]若 $A\subset sCl(\mathrm{Int}(Cl^*(\mathrm{Int}(A))))$。

(3) 任意弱 α-I-开集的余集是弱 α-I-闭集[5]。

定义 2　函数 $f:(X,\tau,I)\to(Y,\sigma)$ 称为弱 α-I-连续映射,若对任意 $V\in\sigma$,$f^{1}(V)$ 是 (X,τ,I) 中的弱 α-I-开集。

引理 1[5]　设 (X,τ,I) 是理想拓扑空间。则弱 α-I-开集族构成 X 的一个拓扑。则

(1) ϕ 与 X 都是弱 α-I-开集。

(2) 有限个弱 α-I-开集的仍然是弱 α-I-开集。

(3) 无限个弱 α-I-开集并仍然是弱 α-I-开集。

引理 2[5]　设 (X,τ,I) 是理想拓扑空间且 $A\subset U\in\tau$, 则 A 是弱 α-I-开集 当且仅当 A 是 $(U,\tau_{|U},I_{|U})$ 中的弱 α-I-开集。

定理 1　对于映射 $f:(X,\tau,I)\to(Y,\sigma)$,下列等价。

(1) f 是弱 α-I-连续映射。

(2) 对任意 $x\in X$ 及 Y 中每一个包含 $f(x)$ 的开集 V, X 中存在包含 x 的弱 α-I-开集 U,使得 $f(U)\subset V$。

(3) Y 中每个闭集的原像一定是 X 中的弱 α-I-闭集。

证明:(1)⇔(3),(1)⇒(2) 显然,由引理 1(2)⇒(1)

定理 2　设 $f:(X,\tau,I)\to(Y,\sigma)$ 是一个映射,$\{U_\alpha|\alpha\in\Delta\}$ 是 X 的一个开覆盖。则 f 是弱 α-I-连续映射,当且仅当对每个 $\alpha\in\Delta$,f 在 U_α 上的限制 $f_{|U_\alpha}$: $(U_\alpha,\tau_{|U_\alpha},I_{|U_\alpha})\to(Y,\sigma)$ 是弱 α-I-连续映射。

证明:必要性。令 V 是 $f(Y,\sigma)$ 中任意开集。既然 f 是弱 α-I-连续映射,则 $f^{1}(V)$ 是 (X,τ,I) 中的弱 α-I-开集。因 $U_\alpha\in\tau$,由引理 1 $U_\alpha\cap f^{1}(V)$ 是 $(U,\tau_{|U},I_{|U})$ 中的弱 α-I-开集。令一方面,$(f_{|U_\alpha})^{-1}(V)=U_\alpha\cap f^{1}(V)$ 且 $(f_{|U_\alpha})^{-1}(V)$ 是 $(U,\tau_{|U_\alpha},I_{|U_\alpha})$ 中的弱 α-I-开集. 这样证得对任意 $\alpha\in\Delta$,$f_{|U_\alpha}$ 是弱 α-I-连续映射。

充分性:设 V 是 (Y,σ) 中的任一开集,既然对任意 $\alpha\in\Delta$,$f_{|U_\alpha}$ 是弱 α-I-连续映射。则 $(f_{|U_\alpha})^{-1}(V)$ 是 $(U,\tau_{|U_\alpha},I_{|U_\alpha})$ 中的弱 α-I-开集由引理 2 对任意 $\alpha\in\Delta$,$(f_{|U_\alpha})^{-1}(V)$ 是 (X,τ,I) 中的弱 α-I-开集,且 $f^{-1}(V)=(\bigcup\limits_{\alpha\in\Delta}U_\alpha)\cap f^{-1}(V)=\bigcup\limits_{\alpha\in\Delta}(U_\alpha\cap f^{-1}(V))=\bigcup\limits_{\alpha\in\Delta}(f_{|U_\alpha})^{-1}(V)$,所以由引理 1 知 $f^{-1}(V)$ 是 (X,τ,I) 中的弱 α-I-开集。因此证得 f 是弱 α-I-连续映射。

定理 3　$f:(X,\tau,I)\to(Y,\sigma)$ 是弱 α-I-连续映射,当且仅当对任意 $x\in X$,由 $g(x)=(x,f(x))$ 定义的映射 $g:X\to X\times Y$ 是弱 α-I-连续映射。

2009 年 12 月 16 日收到

证明:必要性:设 f 是弱 α-I-连续映射. 对 $x \in X$ 及 $X \times Y$ 中包含 g(x)的任一开集 W。存在开集 $U \times V$ 使得 $g(x)=(x,f(x)) \in U \times V \subset W$。由于 f 是弱 α-I-连续映射, 由定理 1 得 X 中存在包含 x 的弱 α-I-开集 U_0,使得 $f(U_0) \subset V$。*By* 引理 1 $U_0 \cap U$ *is* 是弱 α-I-开集且 $g(U_0 \cap U) \subset U \times V \subset W$。这样证得 g 是弱 α-I-连续映射。

充分性:假设 g 是弱 α-I-连续映射。对 $x \in X$ 及 *of* Y 中包含 $f(x)$ 的任意开集 V,则 $X \times V$ 是 $X \times Y$ 中的开集且由 g 的弱 α-I-连续性。存在弱 α-I-开集 U 包含 x 使得 $g(U) \subset X \times V$。所以得到 $f(U) \subset V$。这样证得 f 是弱 α-I-连续映射。

参 考 文 献

1 Hatir E, Keskin A, Noiri A T. Note on strong β-I-set and strongly β-I-continuousemym functions. Acta Math Hungar, 2005; 108 (1-2): 87—94

2 Hatir E, Noiri T. on semi-I-sets and semi-I- continuous functions. Acta Math Hungar, 2005;107(4):345—353

3 Hatir E, Noiri T. Weakly pre-I-open sets and decompostion of continuity. Acta Math Hungar, 2005;106(3):227—238

4 Hatir E, Noiri T. On decomposition of continuity *via* idealization. Acta Math Hungar, 2002;96:341—349

5 Liu Shiqin. The properties on the weakly-α-I-open sets. to Acta Math Hungar submitted.

Weakly-α-I-continuous Functions

LIU Shi-qin

(Institute of Mathematics and Computer, Hengshui College, Henshui 053000, P, R, China)

[**Abstract**] In recent years, E. Hatir 与 T. Noiri have extended the study to α-I-*open*, semi-I-open sets. In order to expand the field of the continuous mappings. The new notion of weakly-α-I-continuous function in the ideal topological space is introduced. And some properties of them are obtain.

[**Key words**] weakly-α-I-open set α-I-open set weakly-α-I-continuous functions