



数 学

基于动态状态观测器的混沌系统同步设计的参数化方法

王艳良 王国胜^{1*}

(装甲兵工程学院轮训大队, 控制工程系¹, 北京 100072)

摘 要 研究了在有界干扰情况下一类非线性反馈混沌系统的同步动态观测器设计问题。基于 Sylvester 矩阵方程的参数化解, 给出了非线性反馈混沌系统的同步动态观测器矩阵的所有参数化表达式, 其所含参量为混沌系统控制设计提供了全部自由度, 可适当选择自由参量满足某些鲁棒性指标。最后, 数值算例及其仿真结果表明本文所提非线性反馈混沌系统的同步动态观测器的参数化设计方法是简单有效的。

关键词 混沌系统 非线性反馈 动态观测器 参数化

中图分类号 O231.2; **文献标志码** A

近年来, 混沌系统在信息处理方面特别是安全通信方面展示了良好的应用前景。Pecora 和 Carroll^[1]提出混沌同步方案以来, 混沌同步问题的研究已成为非线性科学热点课题之一。目前为止, 国内外学者提出了实现混沌系统同步的多种方法, 比如驱动-响应同步法^[1]、主动-被动同步法^[2]、自适应同步法^[3-5]、脉冲同步法^[6,7]、滑模控制同步法^[8,9]、观测器同步法^[10-17]等。

但是大多数混沌同步方法都以系统的所有状态变量能得到并可以参加控制为前提的^[3-5,18]。从实际物理过程来看, 一般非线性系统的状态并不都是可以得到的, 需要引入观测器理论进行混沌系统同步的设计。Yao 等^[13]设计了带有控制器的非线性状态观测器, 给出了状态不能全部测量的混沌系

统同步方案。Guan 等^[14]研究了基于非线性观测器的思想构造了同步观测系统, 最终实现了混沌同步。Bowong 等^[16]设计了自适应观测器使驱动系统和响应系统鲁棒同步。

本文研究了一类非线性反馈混沌系统的同步动态观测器设计问题。基于 Sylvester 矩阵方程的参数化解, 给出了非线性反馈混沌系统的同步动态观测器矩阵的所有参数化表达式, 其所含参量为混沌系统控制设计提供了全部自由度, 可利用该自由度满足系统的鲁棒性等性能指标。数值算例及其仿真结果表明本文所提非线性反馈混沌系统的同步动态观测器的参数化方法是简单有效的。

1 问题描述

考虑如下非线性反馈混沌系统

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu + Ew \\ y = Cx \\ u = f(x) \end{cases} \quad (1)$$

式(1)中 $x \in R^n$, $u \in R^r$, $w \in R^m$ 分别为系统(1)的状

2009年12月11日收到

第一作者简介: 王艳良(1972—), 河北迁安人, 工程硕士研究生, 研究方向: 装备自动化。

* 通信作者简介: 王国胜(1975—), 河北迁安人, 副教授, 博士, 研究方向: 控制中的数学问题, 控制理论及其应用。

态变量、非线性反馈输入及系统的随机干扰; $y \in R^n$ 为发射端系统的输出; A, B, C 和 E 为已知的适当维数的定常矩阵。

在此假设 $p \geq m$, 不失一般性, 令

$$\text{rank} E = m, \text{rank} C = p, \text{rank} CE = m$$

在接收端, 当非线性输入反馈 u 可测时, 系统式(1)的动态状态观测器可表示为

$$\begin{cases} \dot{z} = Fz + Gu + Ty \\ \hat{x} = z - Jy \end{cases} \quad (2)$$

式(2)中 $z \in R^n$ 为动态观测器的状态, $\hat{x} \in R^n$ 为系统(1)中状态变量 x 的观测变量, 矩阵 F, G, T 和 J 是待求的定常矩阵。

因此, 混沌系统的同步动态状态观测器设计问题可如下描述, 简记为问题 CSO。

问题 CSO 给定非线性反馈混沌系统(1), 设计形如式(2)的同步动态观测器, 求解矩阵 F, G, T 和 J , 使得下列条件成立:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (\hat{x} - x) = 0 \quad (3)$$

2 准备知识

考虑 Sylvester 矩阵方程, 其一般形式为

$$AV + BW = VA \quad (4)$$

式(4)中 $A \in R^{n \times n}, B \in R^{n \times r}; V \in C^{n \times n}, W \in C^{r \times n}$ 为待求矩阵; A 为 n 阶的对角 Jordan 矩阵; 且矩阵满足下述假设条件:

假设 A1 对于任何 $s \in C$, 矩阵 $[sI - A \quad B]$ 行满秩;

假设 A2 矩阵 A 的 n 个互异特征值为 $s_i, i = 1, 2, \dots, n$ 。

在假设 A1 下, 存在幺模阵 $P(s) \in R^{n \times n}[s]$ 和 $Q(s) \in R^{(n+r) \times (n+r)}[s]$ 满足下式

$$P(s)[A - sI \quad B]Q(s) = [0 \quad I] \quad (5)$$

下面的定理基于幺模阵 $P(s)$ 和 $Q(s)$ 给出了方程(4)的完全参数解。

定理^[17-19] 设矩阵 B 列满秩, 且假设 A1、A2 成立, 则方程(4)中矩阵 V 和 W 的一切解的列向量可由下述公式给出

$$\begin{bmatrix} v_i \\ w_i \end{bmatrix} = Q(s_i) \begin{bmatrix} f_i \\ 0 \end{bmatrix}, i = 1, 2, \dots, n \quad (6)$$

式(6)中 $f_i \in C^r, i = 1, 2, \dots, n$ 为一组任意选取的参数向量, $Q(s)$ 为满足式(5)的幺模阵。

3 问题求解

定义观测器误差为

$$e = \hat{x} - x = z - (I_n + JC)x \quad (7)$$

且令

$$M = I_n + JC \quad (7a)$$

则误差系统的动态方程为

$$\begin{aligned} \dot{e} = Fe + (TC - MA + FM)x + \\ (G - MB)u - MEw \end{aligned} \quad (8)$$

如果系统满足

$$\begin{cases} ME = 0 \\ G - MB = 0 \\ TC - MA + FM = 0 \end{cases} \quad (9)$$

则式(5)可改写为

$$\dot{e} = Fe \quad (10)$$

显然, 若 F 的所有特征值均小于零, 则观测变量 $\hat{x}$ 必将指数收敛于状态变量 x 。

3.1 观测器参数的求解

3.1.1 矩阵 F 的一般表示

矩阵 F 的条件是其所有特征值都具有负实部, 但为方便起见, 且考虑到鲁棒性, 将 F 阵选为非退化的(nondefective)。这样其一般形式可表为

$$F = N \text{diag}(s_1, s_2, \dots, s_n) N^{-1} = N \Lambda N^{-1} \quad (11)$$

式(11)中 $s_i, i = 1, 2, \dots, n$ 为一组具有负实部且共轭封闭的复数, 它们构成了 F 的全部极点。

$$N = [n_1 \quad n_2 \quad \dots \quad n_n] \quad (12)$$

为矩阵 F 的特征向量矩阵。为保证矩阵 F 为实的, 矩阵 W 要满足下述约束条件:

约束 C1 当 $s_i = \bar{s}_l$ 时, 有 $n_i = \bar{n}_l$ 。

3.1.2 矩阵 T 和 M 的一般表达式

方程(9)中第三个方程为

$$TC - MA + FM = 0$$

将式(11)代入上式, 可得

$$TC - MA + \Lambda \Lambda N^{-1}M = 0$$

或

$$N^{-1}TC - N^{-1}MA + \Lambda N^{-1}M = 0$$

对上述方程做转置,可得

$$A^T(N^{-1}M)^T + C^T(-N^{-1}T)^T = (N^{-1}M)^T \Lambda$$

上述方程形式上和 Sylvester 矩阵方程(4)是一样的,且 (A, C) 可观和 (A^T, C^T) 可控是等价的,保证了方程的可解性。直接基于定理的结论,满足矩阵方程(9)中第三个方程的一切解矩阵 T 和 M 可表示为

$$T = N[t_1 \quad t_2 \quad \cdots \quad t_n]^T, t_i = H(s_i)f_i \quad (13)$$

$$M = N[m_1 \quad m_2 \quad \cdots \quad m_n]^T, m_i = -L(s_i)f_i \quad (14)$$

其中 $f_i \in C^p, i = 1, 2, \cdots, n$ 为一组满足下述约束的参向量。

约束 C2 当 $s_i = \bar{s}_i$ 时,有 $f_i = \bar{f}_i$

式(13)和式(14)中 $H(s)$ 和 $L(s)$ 分别为 $n \times p$ 阶和 $p \times p$ 阶的满足下述右既约分解

$$(sI - A^T)^{-1}C^T = H(s)L^{-1}(s) \quad (15)$$

的右互质多项式矩阵。

3.1.3 矩阵 G 的一般表达式

由(9)可知,矩阵 G 可表示为

$$G = MB \quad (16)$$

式(16)中矩阵 M 由式(14)参数化表示。

3.1.4 自由参量 $f_i \in C^p, i = 1, 2, \cdots, n$ 的选择

求解使得(9)中条件 $ME = 0$ 成立的一组参量 $f_i \in C^p, i = 1, 2, \cdots, n$ 。

3.1.5 矩阵 J 的一般表达式

通过(7a)可计算矩阵 J ,表达式为

$$J = (M - I_n)C^+ \quad (17)$$

式(17)中 C^+ 表示矩阵的伪逆。

3.2 混沌系统的同步动态观测器设计算法

综上,可以给出混沌系统的同步动态观测器设计算法如下,简记为算法 CSO。

算法 CSO

- 1) 验证混沌系统(1)的可观性,即对于任何 $s \in C$, 矩阵 $[sI - A^T \quad C^T]$ 行满秩。
- 2) 根据给定观测器的期望极点 $s_i, i = 1, 2, \cdots, n$,由(11)计算满足约束 C1 的矩阵 F 的表达式。

3) 计算满足式(15)的右互质多项式矩阵 $H(s)$ 和 $L(s)$ 。

4) 由式(14)计算矩阵 M 的参数化表达式。

5) 由 $ME = 0$ 计算满足约束 C2 的参量 $f_i \in C^p, i = 1, 2, \cdots, n$ 。

6) 由式(13)计算矩阵 T 的表达式。

7) 由式(16)计算矩阵 G 的表达式。

8) 由式(17)计算矩阵 J 的化表达式。

4 混沌系统的动态观测器同步实验

考虑如下一类系统

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} w(t) \\ y = [1 \quad 0 \quad 0] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \end{cases}$$

该系统代表一类非常普遍的混沌系统,当系统满足:

$$A = \begin{bmatrix} -10 & 10 & 0 \\ 28 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -8/3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, u(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ x_1 \\ x_1 \\ x_3 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

时,系统则为 Lorenz 系统。

选取矩阵 F 的特征值为 $-3, -1, -\frac{8}{3}$ 。此时当 $t \rightarrow \infty$ 时, $\hat{x}$ 指数收敛 x 此时。根据算法 CSO 可算得混沌系统的同步动态观测器方程,也就是接收系统的方程为

$$\begin{cases} \dot{z} = \begin{bmatrix} -3 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -8/3 \end{bmatrix} z + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} 3 \\ 28 \\ 0 \end{bmatrix} y \\ \hat{x} = z - \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} y_o \end{cases}$$

为讨论系统的同步性能,设 $w(t) = 0.5\sin(3t)$, 此时,在发射端,发射系统中的 x_1 如图 1 所示,系统中 x_1 - x_2 相图, x_1 - x_3 相图, x_2 - x_3 相图分别由图 2、图 3 和图 4 给出,从而可知该系统为混沌系统。在接收端,将涉及同步动态状态观测器左右接收装置,则系统的同步状态如图 5、图 6 和图 7 所示,均表明混沌系统很好实现了同步。

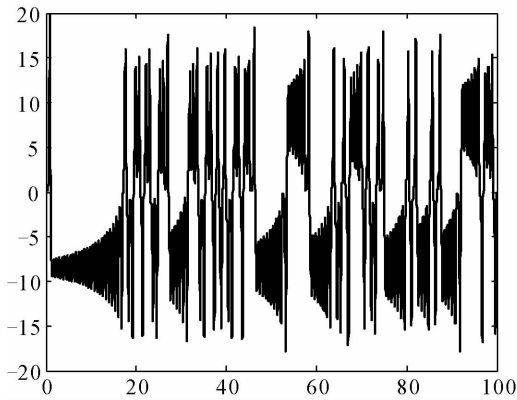


图 1 发射系统中的信号 $x_1(t)$

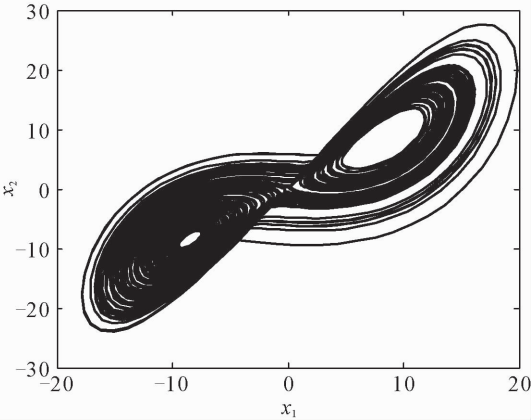


图 2 相空间中 x_1 - x_2 相图

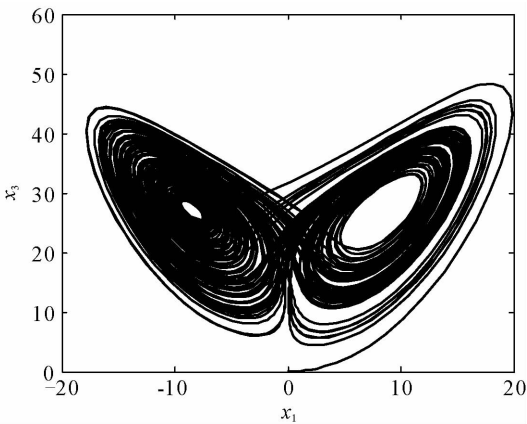


图 3 相空间中 x_1 - x_3 相图

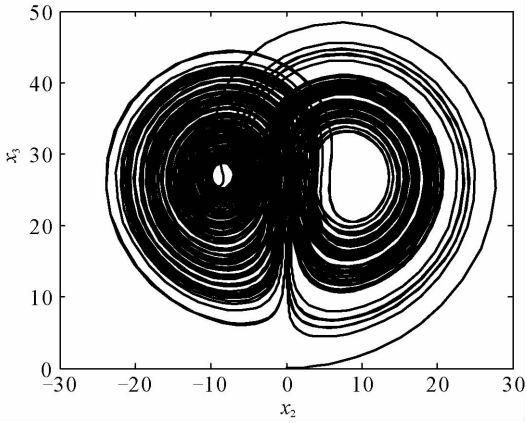


图 4 相空间中 x_2 - x_3 相图

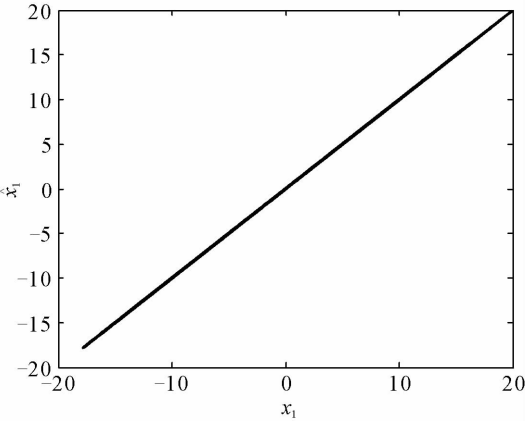
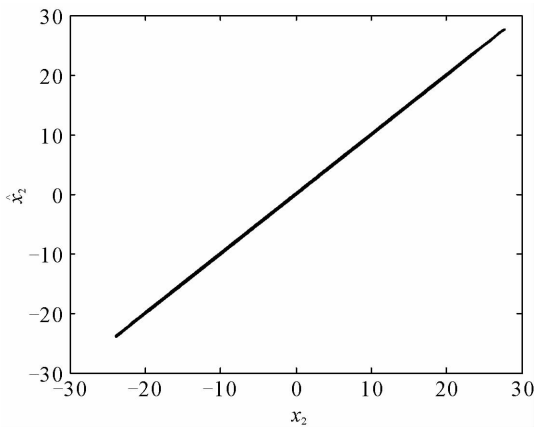
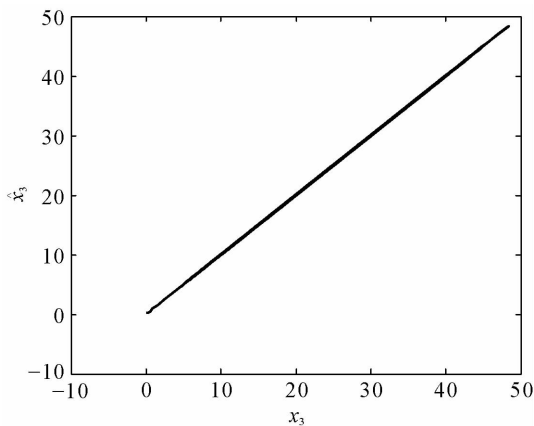


图 5 相空间中 x_1 - $\hat{x}_1$ 的同步图

图6 相空间中 x_2 - $\hat{x}_2$ 的同步图图7 相空间中 x_3 - $\hat{x}_3$ 的同步图

5 结论

基于 Sylvester 矩阵方程的参数化解,给出了非线性反馈混沌系统的同步动态观测器的参数化设计方法。存在随机干扰信号时,系统仍能保持良好的同步性能。此外,本文所设计的同步动态观测器,可以通过改变自由参量的值来调整观测器的参数,以满足一定的性能指标要求,从而在实际上更具有应用价值。

参 考 文 献

- 1 Pecora L M, Carroll T L. Synchronization in chaotic systems. *Phys Rev Lett*, 1990; 64(8): 821—824
- 2 Kocarev L, Parlitz U. General approach for chaotic synchronization with applications to communication. *Phys Rev Lett*, 1995; 74(5):

5028—5031

- 3 王兴元,武相军. 变形耦合发电机系统中的混沌控制. *物理学报*, 2006; 55(10): 5083—5093
- 4 蔡国梁,黄娟娟. 超混沌 Chen 系统和超混沌系统的异结构同步. *物理学报*, 2006; 55(8): 3997—4004
- 5 Chen X Y, Lu J F. Adaptive synchronization of different chaotic systems with fully unknown parameters. *Phys Lett A*, 2007; 364(2): 123—128
- 6 陈菊芳,张入元,彭建华. 脉冲驱动离散混沌系统同步的实验与理论研究. *物理学报*, 2003; 52(7): 1589—1593
- 7 Li Y, Liao X F, Li C D, *et al.*, Impulsive synchronization and parameter mismatch of the three-variable autocatalator model. *Phys Lett A*, 2007; 366(1-2): 52—60
- 8 杨 涛,邵惠鹤. 一类混沌系统的同步方法. *物理学报*, 2002; 51(4): 742—746
- 9 王兴元,刘 明. 用滑模控制方法实现具有扇区非线性输入的主从混沌系统同步. *物理学报*, 2005; 54(6): 65—70
- 10 Feng Y, Yu X H. Synchronization of uncertain chaotic systems using a single transmission channel. *Chaos, Solitons and Fractals*, 2007; 35(4): 755—762
- 11 Liaw, Y M, Tung, P C. Application of the differential geometric method to control a noisy chaotic system via dither smoothing. *Phys Lett A*, 1998; 239(4): 51—58
- 12 Hua C C, Guan X P. Parameter estimation for time-delay chaotic system by particle swarm optimization. *Phys Lett A*, 2005; 40(3): 1391—1398
- 13 姚利娜,高金峰,廖旋焕. 实现混沌系统同步的非线性状态观测器方法. *物理学报*, 2006; 55(1): 35—40
- 14 关新平,何宴辉,范正平. 扰动情况下一类混沌系统的观测器同步. *物理学报*, 2003; 52(2): 276—280
- 15 陈 晶,张天平. 一类不确定混沌系统的观测器同步. *物理学报*, 2006; 55(8): 3928—3931
- 16 Bowong S, Moukam Kakmeni F M. Adaptive synchronization between chaotic dynamical systems of different order. *Phys Lett A*, 2006; 355(4): 193—199
- 17 Wang Guo-Sheng, Lü Qiang, Duan Guang-Ren. On the parametric solution to the second-order sylvester matrix equation $EVF_2 - AVF - CV = BW$. *Mathematic Problems in Engineering*, 2007; 2(2): 1—16
- 18 Wang Guo-sheng, Wang Hao-qian, Duan Guang-ren. On the robust solution to a class of perturbed second-order sylvester equation. *Dynamics of Continuous, Discrete and Impulsive Systems Series A: Mathematical Analysis*, 2009; 16(1): 439—449

Physicochemical Properties and Anti-tumor Activities
in vitro of *Angelica sinensis* Polysaccharide APS-bII

CHEN Xi, CAO Wei, SUN Yang, MEI Qi-bing

(Department of Pharmacology, School of Pharmacy, the Fourth Military Medical University, Xi'an 710032, P. R. China)

[Abstract] The polysaccharide APS-bII was isolated from *Angelica sinensis*(Oliv.) Diels through water extraction, deprotein, ethanol precipitation, and was further purified by DEAE-Sephadex A-25 and Sephadex G-100 column chromatography. The molecular weight was carried out with high-performance size exclusion chromatography (HPSEC). Sugar composition analysis and infrared spectrum were used to determine the structural features. The HPSEC result showed the APS-bII was a single homogeneous component and its molecular weight was 1.3×10^4 Da. The monosaccharide composition of APS-bII was glucose, galactose, xylose, arabinose. The results of the MTT assay indicated that AP-bII inhibited the proliferation of several human cancer cells in a concentration-dependent manner.

[Key words] *Angelica sinensis* polysaccharide MTT method anti-tumor

(上接第 1833 页)

ing second-order linear systems via eigenstructure assignment. Int J
Modeling, Identification and Control, 2008; 3(2): 124—130

19 Wang Guo-sheng, Duan Guang-ren. Parameterisation of reconfigur-

A Parametric Method of Synchronization Design for
Chaotic Systems *via* Dynamic Observers

WANG Yan-liang¹, WANG Guo-sheng²

(Training Brigade and Department of Control Engineering¹, Academy of Armored Force Engineering², Beijing 100072, P. R. China)

[Abstract] The dynamic observer design problem of synchronization in a class of nonlinear feedback chaotic systems with a bounded disturbance is investigated. Based on the parametric solutions of a Sylvester matrix equation, the parametric expressions of the gain matrices of synchronization dynamic observer in the nonlinear feedback chaotic systems are presented, in which the parameter vectors offer all the design degrees that can be selected to satisfy some performances, such as robustness. Finally, a numerical example and its simulation results show the simplicity and effectiveness of the proposed parametric method for the synchronization design for chaotic systems via dynamic observers.

[Key words] chaotic systems nonlinear feedback dynamic observers parameterization