

轻工技术

随机迭代函数系统在纺织纹理设计之应用

郭小明 宋岱才*

(辽宁石油化工大学理学院, 抚顺 113001)

摘要 以分形几何生成理论为基础,研究并发展基于迭代函数系统 IFS 的分形几何在纺织纹理设计方面的应用。通过对 IFS 进行研究,讨论 IFS 所生成的分形图案的形貌和数学参数关系。特别是对基于仿射变换的 IFS 所生成分形图案的控制条件,建立一个实际的分形艺术图案生成模型;然后,整合 IFS 生成模型与计算方法,发展分形图案生成系统;最后,将分形图案生成系统所得的图案应用在纺织纹理设计上。

关键词 分形 迭代函数系统 仿射变换

中图法分类号 TS02; **文献标志码** A

自然界各种美妙奇异的图案为人们设计装饰图案提供了千变万化的素材,如何用计算机来设计和模拟各种图案,是计算机图形学的一个重要研究课题。分形几何,被誉为自然界的几何。分形几何的概念是美籍法国数学家曼德布罗特(B. B. Mandelbrot) 1975 年首先提出的^[1]。迭代函数系统(Iterated Function System,简称 IFS)是美国佐治亚理工学院的 M. F. Barnsley 于 1985 年发展的一种分形构形方法^[2]。IFS 是利用仿射变换建立几何对象各部分之间、整体与局部之间的联系,通过迭代去构造分形图形。它可产生自相似或自仿射的分形曲线,并应用于许多实际问题,如地貌轮廓线,断层迹线,海底地形等等。分形几何学,以独特的方法解决整体和部分的关系,以分数维为基础,利用空间结构的对称性、自相似性以及各种真实图像的仿真模型,产生各种细节呈现无穷回归性、色彩丰富、具有奇妙艺术创意的图像,创造出很多欧氏几何无法描述的美妙新颖的图像。

中华文明拥有举世闻名的纺织文化,同时具有悠久的纺织生产历史^[3]。我国最早发现的丝织品残片年代可追溯到公元前 2860 年至 2650 年之间。在湖北省战国时期楚国的马山一号墓中出土的织物上面都有复杂的刺绣图案,这提供了早期纺织工艺和由此产生的复杂图案的惊人证据。著名的马王堆汉墓出土的沙罗织物上面的图案更抽象,线条更流动。纺织产业在政府积极推动外销的政策下,成为我国的主要出口创汇产业。然而,长期以来,我国纺织产业仍然维持在传统产业的生产模式,整个生产过程大都凭借经验、人工与劳力,属于低附加值产业,极大程度上限制了纺织产业的发展。大部份纺织企业都成为国外企业的代工厂,少有自主性品牌能在国际市场上竞争。为了应对国际金融危机的影响,国务院今年出台了纺织纹理设计,是指在纺织布面的平面上进行艺术图案设计,是纺织产品的主要价值表现。传统的纺织纹理设计过程都是由图案设计人员利用手工方式进行图案绘制,其缺点是设计过程时间长、图案精度低、对图案设计人员的艺术素质要求高、以及图案更新速度慢,无法满足国际市场对产品小批量、样式多、质量高及生产快等要求,并不利产业的未来发展。随着计算机的发展,设计人员利

2009 年 9 月 23 日收到 辽宁省教育厅高校科研项目(2004F100)、
国家自然科学基金项目(20273020)资助

第一作者简介:郭小明(1980—),女,辽宁盖州人,辽宁石油化工大学教师,硕士,研究方向:计算机代数。

* 通信作者简介:宋岱才。E-mail:sdcl@163.com。

用纺织行业振兴规划,加快结构调整,推动产业升级,以提升我国纺织产业在国际市场上竞争的重要发展方向。

计算机 CAD 技术来进行纺织纹理的设计。然而,利用传统的 CAD 技术设计花形时,依据欧氏几何和微分几何生成图像的技术,不足以用来逼真地描绘变化万千的自然界,因为传统的基于点、线、弧的几何模型没有反映客观世界所固有的自相似性和无限可分性的特点,而这一点恰好属于分形几何的范畴。分形(Fractal)具有比例自相似性的性质,故分形并不是完全的混乱形态,而是在不规则性中存在着一定的规则性^[4]。分形可以产生一幅幅精美的艺术图案,这些艺术图案人们称之为“分形艺术”。

本文主要是以随机 IFS 为基础,发展一种碎形几何图案生成方法,并尝试将所生成以随机 IFS 的碎形图案应用于纺织纹理设计。

1 随机迭代函数系统的基本理论

1.1 预备知识

1.1.1 二维仿射变换

二维空间上的仿射变换 ω 可写成矩阵形式:

$$\omega \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e \\ f \end{bmatrix} \quad (1)$$

式(1)中 a, b, c, d, e, f 为实参系数,它们完全确定一个仿射变换。也可以将变换分解为平移、旋转和比例放大等,用式(2)表示。

$$\omega \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r \cos \theta & -q \sin \varphi \\ r \sin \theta & q \cos \varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e \\ f \end{bmatrix} \quad (2)$$

式(2)中 e 和 f 是 x 和 y 方向上的平移分量, θ 和 φ 分别是绕 x 、 y 轴的转角, r 和 q 可以看作 x 和 y 方向上的比例放大倍数。

1.1.2 压缩映射

对于映射 $f: R^d \rightarrow R^d$, 如果存在正常数 $0 < r < 1$, 使得对任意的 $x, y \in R^d$, $\|f(x) - f(y)\| \leq r \|x - y\|$, 式中 $\|\cdot\|$ 为欧几里德范数, 则称 f 是 R^d 上的压缩映射, r 为 f 的压缩因子。如果 $f(x) = x$, 则 $x \in R^d$ 称为 f 的不动点。显然, 所有的点经过 f

迭代后必然向其不动点靠拢。

1.1.3 迭代函数系统 IFS

一个迭代函数系统由 N 个在 n 维空间 $R^n (\omega: R^n \rightarrow R^n)$ 上的仿射变换 $\{\omega_j\}_{j=1}^N$ 组成, 每个 ω_j 对应的压缩比为 r_j , 满足 $0 < r = \max \{r_j\} < 1$, 即 $\{\omega_j\}_{j=1}^N$ 均为压缩映射。本文主要考虑二维空间上的 IFS。

1.1.4 IFS 的吸引子

将 $\Phi = \{\omega_j \mid 1 \leq j \leq N\}$ 视为仿射变换族。每一个二维空间上的 IFS 都唯一存在并对应一个非空集合 $A \in R^2$, 称 A 为 IFS 的吸引子, 吸引子决定了该 IFS 生成的分形图案的形状。则对 N 个仿射变换, A 具有如下性质:

$$A = \bigcup_{j=1}^N \omega_j(A) \quad (3)$$

因此, 吸引子 A 的形状是由 IFS 码中的仿射变换族 $\{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_N\}$ 控制的。

1.2 随机迭代函数系统

1.2.1 随机迭代函数系统

随机 IFS 利用仿射变换建立几何对象各部分之间、整体与局部之间的联系, 通过迭代去构造分形图形。随机 IFS 对应每一个 ω_j 有一伴随概率 p_j , $0 < p_j < 1$, 且 $\sum_{j=1}^N p_j = 1$ 。随机 IFS 又记为 (R^n, ϕ, P) , 其中 $\phi = \{\omega_j \mid 1 \leq j \leq N\}$, $P = \{p_j \mid 1 \leq j \leq N\}$ 。由于主要是在 R^2 空间中考察 IFS, 故可简记为 (ϕ, P) 。

1.2.2 随机 IFS 的吸引子

如 1.1.4 节所述, 吸引子 A 的形状是由 IFS 中的仿射变换族 $\{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_N\}$ 控制的。而随机 IFS 中的概率 $\{p_1, p_2, \dots, p_N\}$ 决定了各个仿射变换所起作用的强弱, 即控制落入吸引子各部分的点的概率, 概率大的变换频率高, 变换次数多; 反之, 变换频率低, 变换次数少。反映在图像上, 概率大的部分点较密集, 看上去色彩浓重; 反之, 则点集较疏散, 色彩也淡。如果给 N 个仿射变换加上不同的概率 P , 可使图像各部分错落有致, 浓淡虚实适宜, 可见 P 是绘制吸引子图形的重要信息。

2 基于随机 IFS 的分形图案的生成

2.1 随机 IFS 中概率的确定

对每个变换 ω_j 相对应的概率 p_j 定义为:

$$p_j = \frac{|\det A_j|}{\sum_{j=1}^N |\det A_j|} = \frac{|a_j d_j - b_j c_j|}{\sum_{j=1}^N |a_j d_j - b_j c_j|} \quad (4)$$

注意有可能对某个 j , $|\det A_j| = 0$, 则实际操作时可把 p_j 该设成一个较小的正数, 比如 0.001。

2.2 随机迭代法

依据随机迭代函数系统 IFS 生成分形图案的思想是, 任选一个点 $x_0 \in X$, 然后随机地确定一个 x_1 , 规则是使 $x_{n+1} = \omega_i(x_n)$ 的概率为 p_i , 这样就可以得到起始于点 x_0 的一条轨迹 $\{x_k\}_{k=0}^{\infty}$, 该轨迹将收敛于原 IFS 的吸引子。具体算法步骤如下:

- (1) 设定一个起始点 (x_0, y_0) 及总的迭代步数;
- (2) 以概率 $p_k (k = 1, 2, \dots, N)$ 选取仿射变换;
- (3) 以作用点 (x_0, y_0) 得到新的点坐标 (x_1, y_1) ;
- (4) 令 $x_0 = x_1, y_0 = y_1$;
- (5) 如果迭代次数大于某个常数 C (用户自定义), 则在屏幕上打出点 (x_0, y_0) ;
- (6) 重返第(2)步, 进行下一次, 直到迭代大于总步数为止。

2.3 基于随机迭代法的分形图案结果

图 1 的蕨叶由 4 个压缩仿射变换的复制品覆盖拼贴组成, 其 IFS 码如表 1, 第 1 个仿射变换绘制叶子尖部, 第 2、第 3 个仿射变换分别绘制左右两边的叶子, 第 4 个仿射变换绘制叶梗 (见图 2)。

表 1 蕨叶的仿射变换参数

	a	b	c	d	e	f	p
ω_1	0.85	0.04	-0.04	0.85	0	1.6	0.8
ω_2	0.20	-0.26	0.23	0.22	0	1.6	0.097 5
ω_3	-0.15	0.28	0.26	0.24	0	0.44	0.097 5
ω_4	0	0	0	0.16	0	0	0.005

可以通过修改概率 p_j 来控制生成的分形图案的外观。小概率可以生成颜色比较淡的图案, 大概率可以生成颜色比较深的图案 (图 3, 图 4)。



图 1 IFS 绘制的蕨叶

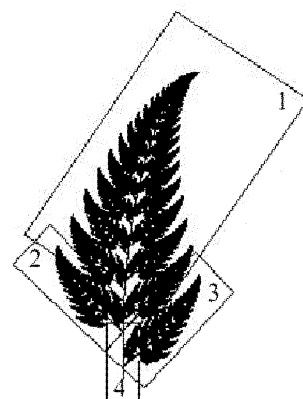


图 2 蕨叶的仿射变换

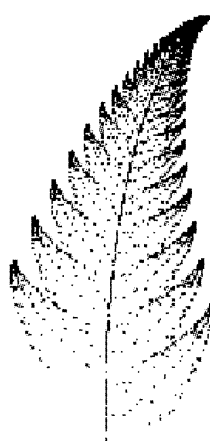


图 3 $p_1 = 0.9, p_2 = 0.015, p_3 = 0.015, p_4 = 0.07$

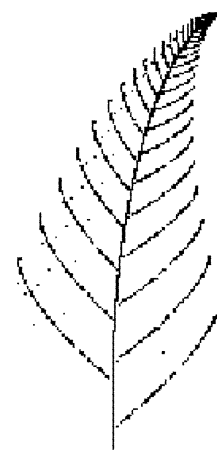


图 4 $p_1 = 0.88, p_2 = 0.005, p_3 = 0.005, p_4 = 0.11$

3 纺织纹理设计

应用本文算法可以生成多姿多彩的艺术图案, 我们利用所生成的艺术图案进行纺织纹样设计的模拟。应用本文程序产生的分形图案有极强烈的中国纹理意象形态, 结果分别如图 5 及图 6 所示。

对于以龙形纹理为设计主体的现代服饰设计, 本文以 T 恤图案纹理为仿真设计应用, 直接将龙形纹理安排设计印染于 T 恤的正面, 并以较小且连续的 y 云形纹理印染于 T 恤的下方, 最后以龙卷风纹

理设计印染于T恤背面上方,使整体的设计在T恤上产生形神俱动的效果,T恤的正背面分别如图7及图8所示。

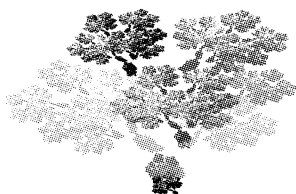


图5 梅花盆景纹理

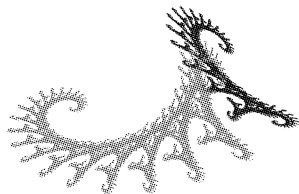


图6 龙形纹理



图7 T恤纹理设计(正面)



图8 T恤纹理设计(背面)

4 结论

本文介绍了分形图案的生成方法,并根据随机

迭代函数系统生成分形图案方法进行有关纺织纹理设计,生成随机迭代算法与程序。我们将算法生成的分形图案应用于纺织纹理设计,可以设计出具有中国传统文化特色的服装样式。使用随机IFS可以生成传统设计CAD设计方式所无法生成的图案,得到别具特色的图案。本文的结果说明了分形图案不但具有艺术美学性质,其自相似的视觉特征与表现可以做为实际图案纹理设计的应用,特别是在纺织布面纹理图案的设计更是具有无限的应用前景。

参 考 文 献

- 1 Mandelbrot B. Fractal: form, chance, and dimension. San Francisco; W. H. Freeman, 1977
- 2 Barnsley M F, Demko S. Iterated function systems and the global construction of fractals. In: Proc Royal Soc. London, 1985; A399: 243 — 275
- 3 黄国松,朱春华,曹义俊. 纺织品图形设计基础. 北京:纺织工业出版社,1990
- 4 齐东旭. 分形及其计算机生成. 北京:科学出版社,1996;53—68

Random Iterate Function System Based Textile Pattern Design

GUO Xiao-ming, SONG Dai-cai *

(School of Sciences, Liaoning University of Petroleum & Chemical Technology, Fushun 113001, P. R. China)

[Abstract] The random iterate function system (IFS) is studied and applied it to the textile pattern design. are The relationship between the shape of fractals and the parameters of the random IFS are dicussed. Especially, a fractal model based on the affine transformation IFS is developped. Then, a random IFS fractal system is constructed. Finally, the fractals produced by the system to the textile pattern design is applied and got good results.

[Key words] fractal iterate function system affine transformation