第9卷 第24期 2009年12月
1671-1819(2009)24-7315-04
科 学 技 术 与 工 程
Science Technology and Engineering
Vol.9 No.24 Dec. 2009
© 2009 Sci. Tech. Engng.

热传导反问题智能化识别

薛齐文[1,2] 魏 伟[1]
(大连交通大学土木与安全工程学院[1],大连 116028;工业装备结构分析国家重点实验室[2],大连 116023)

摘 要 基于一种时域精细算法和蚁群算法,利用测量信息和计算信息构造最小二乘函数,将多宗量反演识别问题转化为一个优化问题,建立了求解多宗量一维瞬态非线性热传导反问题的智能优化数学模型。可对非线性内热源强度、导温系数和边界条件等多个热学参数进行组合识别。对信息测量误差作了初步探讨,数值验证给出令人满意的结果。结果表明该计算模型能够对非线性多宗量热传导反问题进行有效的求解,并具有较高的计算精度。

关键词 蚁群算法 多宗量 非线性 精细算法 反问题
中图法分类号 O482.22; **文献标志码** A

瞬态热传导反问题一直是广大学者的研究重点,并且取得了不少进展,对导热系数、边界条件等各宗量进行了有效的识别,如多孔介质热源项的识别[1]、边界形状的识别[2]、反演方法的研究等[3,4]。由于反问题的不适定性和非线性,以及实际问题的复杂性,使得求解远比正问题复杂和困难得多。目前含源项的多宗量热传导反演问题研究工作还不多,许多工作在理论计算和应用上都需要进一步探讨[5]。

蚁群算法是20世纪90年代发展起来的一种模仿蚂蚁群体行为的智能化算法。该方法引入正反馈并行机制,具有较强的鲁棒性,目前已经渗透到多个应用领域,成为国内外学者竞相关注的研究热点[6,7]。此外,智能优化方法在进行计算时不需进行敏度分析,而实际问题中敏度分析往往是很困难的。目前,蚁群算法在传热反演领域的应用还相对较少。

鉴于以上考虑,本文基于一种时域精细算法[8]和恰当的空间离散技术[9],考虑热源项的非线性,建立一维瞬态热传导正/反问题的数学模型,引入蚁群算法,对多个热学参数进行组合识别。计算表明,所提数值求解模型在求解非线性问题时具有较好的精度和较好的抗不适定性。此外,对信息误差影响反演结果进行了初步探讨。

2009年9月14日收到 国家自然科学基金(10802015)、辽宁省重点实验室基金(2008S036)、工业装备结构分析重点实验室开放基金(GZ0811)资助

第一作者简介:薛齐文(1976—),男,副教授,博士,研究方向:传输正/反问题。

1 一维瞬态热传导问题的有限元列式

1.1 控制方程

考虑内热源是与时间的相关项,一维瞬态热传导问题的控制方程可写为[4]:

$$\partial T(x,t)/\partial t = a\partial^2 T(x,t)/\partial x^2 + \partial\theta(t)/\partial t, \quad x \in \Omega \tag{1}$$

边界条件和初始条件可写为[4]:

$$T(x,t) = \bar{T}(x), \quad x \in \partial\Omega_1 \tag{2}$$

$$\partial T(x,t)/\partial n = q(x) + h(x)[T_f(x,t) - T(x,t)], \quad x \in \partial\Omega_2 \tag{3}$$

$$T(x,0) = T_0(x), T_{,t}(x,0) = DT_0(x), \quad x \in \Omega \tag{4}$$

式中:T,a,θ 分别是温度场函数、导温系数、内热源强度;T_0,DT_0 是给定初始条件;$\bar{T}$ 是边界上给定的温度;q,h,T_f 是边界热流密度、热交换系数和环境温度。

1.2 时域离散

将时间分成若干时间段,在每一个离散的时间

段内,温度 T 可以表示为[8]:

$$T = \sum_{m=0} T^m s^m, \quad s = (t - t_0)/t_s \tag{5}$$

式(5)中:t_0 代表时间步长的起始时间,t_s 表示时间步长,T^m 表示温度 T 展开的第 m 阶系数项。

利用变换公式(6),可得温度 T 对时间的一阶导数:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}s}\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} = \frac{1}{t_s}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}s},$$

$$T_{,t} = \sum_{m=0} \frac{(m+1)}{t_s} T^{m+1} s^m \tag{7}$$

式(1—5)中各参数分别为(文中 a,h 取为常数):

$$a = a^0, \theta = \sum_{m=0} \theta^m s^m, \bar{T} = \sum_{m=0} \bar{T}^m s^m \tag{8}$$

$$h = h^0, q = \sum_{m=0} q^m s^m, T_a = \sum_{m=0} T_a^m s^m \tag{9}$$

将式(6—9)带入式(1),在每个时间步内可得:

$$(m+1)/t_s T^{m+1} = a\partial^2 T^m/\partial x^2 + (m+1)/t_s \theta^{m+1} \tag{10}$$

1.3 有限元列式

利用空间离散技术[9],式(10)的有限元形式可写为:

$$\begin{aligned}(m+1)/t_s\{T\}^{m+1} + [A]\{T\}^m = \\ [A^p]\{\bar{T}\}^m + [B]\{q\}^m + [B_1]\{h_1\}^m + \\ (m+1)/t_s[B_2]\{\theta\}^{m+1}\end{aligned} \tag{11}$$

式(11)中:$\{T\}^{m+1}$,$\{T\}^m$ 为不包括给定值在内的节点温度向量,$\{\bar{T}\}^m$,$\{q\}^m$,h_1^m,θ^m 分别代表 $\bar{T}$, q, hT_f,θ 与 m 相对应的节点向量。矩阵$[A]$为:

$$\begin{aligned}[A] = \sum\int[N_{,x}]^{\mathrm{T}}[a][N_{,x}]\mathrm{d}v + \\ \sum\int[N]^{\mathrm{T}}[N]h\mathrm{d}\Gamma\end{aligned} \tag{12}$$

式(12)及式(12)中$[N]$,$[N_{,x}]$为形函数及其导数矩阵,$[a]$,$[A^p]$是导温系数及其相关矩阵。$[B]$,$[B_1]$,$[B_2]$为已知矩阵。$\{T\}^0$,$\{T\}^1$ 由时间步的初始信息求得。

由递推公式(12)可依次得 $T^0, T^1, \cdots, T^m$,当满足截断误差时,截断$\{T\}^m$,可求得各时刻温度值。

2 一维瞬态热传导问题的反演分析

热传导反分析是通过温度信息,对材料的热学参数进行识别。假设内热源强度为非线性,即:$\theta(t) = \theta^0 t/(n+t)$,$f$ 为等效载荷,式(11)化简为:

$$\begin{aligned}[(m+1)/t_s]\cdot\{T\}^{m+1} + [A]\{T\}^m = \\ \{f\}^m + [(m+1)/t_s]\cdot[B_2]\{\theta\}^{m+1}\end{aligned} \tag{13}$$

未知的反演参数可能为导温系数 a、表面放热系数 h 和内热源强度 θ°,n,将未知参量统一记$\{\varphi\}$,$\{\varphi\}$ 可通过极小化如下定义的泛函确定:

$$F(\varphi) = \frac{1}{2}\sum_t\Big[\sum_S(T - T_m)(T - T_m)\Big] \tag{14}$$

式(14)中 T_m 代表测点温度,$\sum_t\sum_s$ 表示在空间和时间上的累积。

3 蚁群算法

连续优化问题的蚁群算法求解思路为[10]:首先根据问题的性质估计一下最优解的范围,估计出个变量的取值范围:$x_{jl} \leqslant x_j \leqslant x_{ju}(j = 1,2,\cdots,n)$;在变量区域内打网格,空间的网格点上对应一个状态,人工蚂蚁在各空间网格点之间移动,根据各网格点的目标函数值,留下不同的信息量,以此影响下一批人工蚂蚁的移动方向;循环一段时间后,目标函数值小的网格点信息量比较大;根据信息量,找出信息量大的空间网格点,缩小变量范围,在此点附近进行人工蚁群移动,重复前述过程,直到网格的间距小于预先给定的精度,算法终止。

解连续优化问题的蚁群算法具体过程如下:

(1) 初始化各参量。输入蚁群数目、最大迭代步数以及估算出各变量的取值范围:$x_{jl} \leqslant x_j \leqslant x_{ju}(j = 1,2,\cdots,n)$;

(2) 对各变量分 N 等份,$h_j = (x_{ju} - x_{jl})/N$;

(3) 若 $\max(h_1, h_2, \cdots, h_n) < \varepsilon$,算法停止,最优解为 $x_j^* = (x_{jl} + x_{ju})/2(j = 1,2, \cdots,n)$;否则转向步骤(4);

(4) $nc \leftarrow 0$ (nc 为循环次数),给矩阵赋相同的数值,给出 Q,ρ 的值;

(5) 假设蚂蚁数为 num_ant,对每个蚂蚁按转移概率 $p_{ij} = \tau_{ij}/\sum_{i=1}^{N}\tau_{ij}$ 选择下一个结点,按照更形方

程 $\tau_{ij}^{new} = \rho\tau_{ij}^{old} + Q/f$ 修改吸引强度,$nc = nc + 1$

(6) 若 $nc <$ 规定的循环次数,转向步骤 5;否则,找出 τ_{ij} 矩阵中每列最大的元素对应的行(m_1, m_2, …, m_n),缩小变量的取值范围:$x_{jl} = x_{jl} + (m_j - \Delta)h_j$,$x_{ju} = x_{jl} + (m_j + \Delta)h_j$,转向步骤 2;

4 数值算例

本文引用文献[4]中的数值算例来验证所提求解模型的可行性和有效性。在进行正/反演计算时,均为一维杆状模型,模型的一端受气温作用,一端绝热。正演计算时,杆件长取为 1 m。共分为 10 个有限单元进行计算;考虑数据噪音的影响时,测点温度信息由式 $T_p = (1+\sigma)T_e$ 给出,T_p 为含有误差的测点温度信息,T_e 为测点温度的准确值。

算例 1　一混凝土杆件,两端绝热,初始条件 T_0,DT_0 均为 0,内热源 $\theta(t) = 24.5/(1.1597 + t)$。由正演计算得到浇筑后的节点温度来模拟观测温度值,现若 $\theta°$,n 未知,试确定。反演计算时,$\theta°$,n 的初始区间分别给定为[10.0,30.0]和[0.5,1.5]。反演结果如表 1 所示。

表 1　信息误差对反演结果的影响

变量	真实值	反演值						
	σ(%)	0.00	1.0	5.0	10.0	-10.0	-5.0	-1.0
$\theta°$	24.5	24.499 8	24.746 4	25.722 7	26.949 8	22.049 8	23.274 8	24.255 1
n	1.159 7	1.159 7	1.159 8	1.159 6	1.159 7	1.159 7	1.159 7	1.159 7

算例 2　一混凝土杆件,初始条件 T_0,DT_0 均为 0,$a = 0.11\ m^2/d$,$T_f = 19.7 + 8.8\sin[2\pi(t-108)/365]$,$h = 5.8739$,无热源,由正演计算得到浇筑后的节点温度来模拟观测温度值,现若 a,h 未知,试确定。反演计算时,a,h 的初始区间分别给定为[1.0,10.0]和[0.05,0.2]。反演结果如表 2 所示。

表 2　信息误差对反演结果的影响

变量	真实值	反演值				
	σ(%)	0.00	1.0	5.0	-5.0	-1.0
a	0.11	0.110 50	0.113 86	0.118 70	0.072 27	0.835 25
h	5.873 9	5.873 9	5.923 3	6.189 5	5.603 8	5.807 2

算例 3　一混凝土杆件,若算例 1 和算例 2 两种热源均存在,n 真实值为 2.15,其它参数与例 1-2 相同,试同时确定参数 a,h,θ^0,n,反演结果如表 3。

表 3　信息误差对反演结果的影响

变量	真实值	反演值		
	σ(%)	0.00	1.0	5.0
θ^0	24.5	24.493 8	18.168 8	15.236 3
n	2.15	2.150 5	2.155 8	2.229 7
a	0.11	0.109 8	0.109 7	0.084 1
h	5.873 9	5.871 7	5.528 6	5.534 6

计算结果表明:

(1) 基于时域精细算法,采用智能优化方法——蚁群算法可对一维瞬态非线性热传导模型中的热学参数进行反演识别,实现了多个热学参数的组合识别,并且具有一定的精度和抗不适定性,算例证明了该求解模型的可行性。

(2) 信息误差对反演结果有重要影响,且随着误差水平的增加,对反演结果影响也随着增加,尤其是多个宗量组合识别的时候,影响最为明显。

(3) 从计算结果来看,多宗量进行组合识别时,各参数对信息误差的敏感程度不同,如 n 就对信息误差不明感,这主要是由正演问本身的不适定性所决定的。

5 结论

基于一种时域精细算法,采用智能优化方法——蚁群算法对多宗量一维瞬态非线性热传导反问题进行求解,为多宗量热传导反问题的求解探索了一条有效的途径。本文实现了导温系数、热交换系数、内热源强度等热学参数的组合识别,数值

算例表明:所提求解模型在求解非线性问题时具有一定的精度、较好的稳定性和抗噪性。对该求解模型进一步地深入研究,有望在其它多宗量反问题求解中得到更广泛的应用。

参 考 文 献

1 Prud'homme M. Determination of a heat source in porous medium with convective mass diffusion by an inverse method. International Journal of Heat and Mass Transfer, 2003;46(11): 2065—2075

2 Cheng C H. Shape indentification by inverse heat transfer method. Journal of Heat Transfer, 2003;125(2): 224—231

3 Cheng C H. An inverse hyperbolic heat conduction problem in estimating surface heat flux by the conjugate gradient method. Journal of Physics D: Applied Physics, 2006;39(18):4087—4096

4 Zhang Yuxin, Song Yupu. The inverse problem of one-dimensional transient heat conduction based on genetic algorithms. Engineering-Mechanics,2003;30(5):87—90 (in Chinese)

5 Shidfar A. An inverse heat conduction problem with a nonlinear source term. Nonlinear Analysis, Theory, Methods and Applications, 2006;65(3):645—621

6 Reimann M D. Ants: saving based ants divide and conquer the vehicle routing problem. Ccmputer & Operations Research,2004;31(4): 563—591

7 Daniel M. Ant cilony optimization with global pheromone evaluation for scheduling a single machine. Applied Intelligence, 2003; 18: 105—111

8 Yang Haitian. A precise algorithm in the time domain to solve the problem of heat transfer. Numerical Heat Transfer, Part B, 1999;35(2):243—249

9 Lewis R W, Morgan K, Thomas H R. The finite element method in heat transfer analysis. New York: John Wiley & Sons,1996

10 Merkle D. Modeling the dynamics of ant colony optimization. Evolutionary Computation,2002;10(3):235—262

Identification of the Inverse Heat Conduction Problem with Intelligent Optimization Method

XUE Qi-wen[1,2], WEI Wei[1]

(Civil and Safety Engineering Institute, Dalian Jiaotong University[1], Dalian 116028, P. R. China;
State Key Lab. of Structural Analysis for Industrial Equipment[2], Dalian 116023, P. R. China)

[**Abstract**] A general intelligent optimization numerical model is presented to identify multi-variables of the non-linear one dimensional inverse heat conduction problem in transient state by a precise algorithm for direct heat conduction, based on Ant Colony Algorithm. The inverse problem is formulated implicitly as an optimization problem with the cost functional of squared residues between calculated and measured quantities. Combined identifications can be carried out for non-linear source term, thermal diffusivity and boundary conditions *etc*. Satisfactory numerical validation is given including a preliminary investigation of effect of noise data on the results. Results show that the proposed numerical model can identify combined parameters for the inverse heat conduction problems with precision.

[**Key words**] ant colony algorithm multi-variables non-linear precise algorithm inverse problem